الفصل الثاني

مقاييس النزعة المركزية ومقاييس التشتت

أولاً: مقاييس النزعة المركزية

مقياس النزعة المركزية هو القيمة التي تتمركز حولها البيانات.

وتنقسم إلى:

1- الوسط الحسابي

- **الوسط الحسابي البسيط**
- **الوسط الحسابي لبيانات مبوبة**

2- الوسيط

3- الربيعان والعشر

4- المنوال

أولاً: مقاييس النزعة المركزية

(1) الوسط الحسابي البسيط

أكثر مقاييس النزعة المركزية انتشارا، ومن أهم خصائصه:

- تستخدم جميع القيم في حسابه
- قيمة وحيدة
- مجموع انحرافات القيم عن المتوسط يساوي صفر
- تستخدم الصيغة التالية لحسابه:

$$\bar{x} = \frac{\sum x}{n}$$

أولاً: مقاييس النزعة المركزية

(1) الوسط الحسابي البسيط

مثال:

البيانات التالية تمثل درجات 10 طلاب في مقرر الإحصاء الاداري:

95	91	94	92	86	88	96	90	82	80

المطلوب: حساب الوسط الحسابي لدرجات الطلاب؟

$$\bar{x} = \frac{\sum x}{n} = \frac{80+82+\cdots+95}{10} = \frac{894}{10} = 89.4$$

أولاً: مقاييس النزعة المركزية

مثال:

عدد البناء	0	1	2	3	4
عدد العائلات	1	1	3	3	2

البيانات التالية تمثل توزيع العائلات حسب عدد الأبناء

المطلوب: حساب الوسط الحسابي لعدد البناء لكل عائلة؟

$$\bar{x} = \frac{\sum x_i n_i}{n} = \frac{0*1+1*1+2*3+3*3+4*2}{10} = 2.4$$

أولاً: مقاييس النزعة المركزية

(2) الوسيط

- هو القيمة التي تتوسط البيانات، بحيث يكون ٥٠% من القيم أكبر من الوسيط و ٥٠% من القيم أقل من الوسيط.
- ويكون الوسيط هو القيمة التي تقع في منتصف البيانات بعد ترتيب الأعداد تصاعدياً أو تنازلياً إذا كان عددها فردياً أو الوسط الحسابي للعددين الأوسطين إذا كان عددها زوجياً.

أولاً: مقاييس النزعة المركزية

(2) الوسيط

مثال

أوجد الوسيط لمجموعة المشاهدات التالية:

5	6	11	4	7	1	9	2	12

الحل: ترتيب البيانات تصاعدياً:

12	11	9	7	6	5	4	2	1

الوسيط هو المفردة في المنتصف (**الوسيط = 6**)

مثال

أوجد الوسيط لمجموعة المشاهدات التالية:

2	9	1	7	4	11	6	5

الحل: ترتيب البيانات تصاعدياً:

1	2	4	5	6	7	9	11

عدد المشاهدات زوجياً، إذن الوسيط هو الوسط الحسابي للمفردتين بالمنتصف

$$\frac{5+6}{2}=\frac{11}{2}=5.5$$

أولاً: مقاييس النزعة المركزية لبيانات مبوبة

- **إذا كانت البيانات مبوبة فإن الوسيط:**
- $Me = L_2 + \frac{\frac{\sum n_i}{2} - N_i}{n_{M_e}} * r$
- حيث أن r هو مدى الفئة الذي ينتمي اليه الوسيط
- L : القيمة الدنيا لفئة الوسيط
- N_i هي التكرار التجميعي الصاعد
- n_{M_e} التكرار

(3) المنوال

- المنوال هو القيمة الأكثر تكراراً.

مثال

المنوال للاعداد (3 ، 6 ، 9 ، 3 ، 10 ، 3 ، 6 ، 3 ، 2)
هو العدد (**3**)

ملاحظه:

يمكن ان يكون لمجموعة المشاهدات منوالاً واحداً أو أكثر

أولاً: مقاييس النزعة المركزية لبيانات غير مبوبة: الربيعان

- بما أن القيم غير مبوبة، يتم تحديد الربيعين الأول والثالث بمجرد ترتيب كل منهما (تصاعديا)
- ترتيب الربيع الأول
- $K_1 = \frac{n+1}{4}$
- ترتيب الربيع الثالث
- $K_3 = \frac{3(n+1)}{4}$

أولاً: مقاييس النزعة المركزية لبيانات مبوبة: الربيعان والعشر

- **الربيع الأول**

- $$Q_1 = L_1 + \frac{\frac{\sum n_i}{4} - N_i}{n_{q_1}} * r$$

- **الربيع الثالث**

- $$Q_3 = L_3 + \frac{\frac{3\sum n_i}{4} - N_i}{n_{q_3}}$$

- **العشر**

- $$d_1 = L_1 + \frac{\frac{\sum n_i}{10} - N_i}{n_{q_1}}$$

ثانياً: مقاييس التشتت

- التشتت هو الاختلافات أو انتشار القيم عن بعضها البعض.
- من أهم مقاييس للتشتت، المدي، التباين، والانحراف المعياري .

ثانياً: مقاييس التشتت

(1) المدى

- إذا كان لدينا مجموعة من المشاهدات، فإن المدى لهذه المشاهدات يساوي أكبر قيمه للبيانات مطروح منها أصغر قيمه للبيانات

مثال :

أوجد المدي لدرجات الطلاب التالية:

95	91	94	92	86	88	96	90	82	80

المدي = أكبر مفردة – أصغر مفردة

المدي = 96 – 80 = 16

(2) التباين

- إذا كانت قيم المتغير (X) هـى $x_1 \; , \; x_2 \; , \; \dots \; , \; x_n$
- فإن التباين يسحب كالاتي:

$$S^2 = \frac{\sum(x_i - \bar{X})^2}{n-1}$$

: حيث أن : $\bar{X}$ هي الوسط الحسابي للبيانات

ثانياً: مقاييس التشتت

مثال

أحسب التباين لمجموعة البيانات التالية:

9	8	7	6	5

أولاً: نوجد الوسط الحسابي

$$\bar{x} = \frac{\sum x}{n} = \frac{5+6+7+8+9}{5} = \frac{35}{5} = 7$$

ثانياً: مقاييس التشتت

مثال

- أحسب التباين لمجموعة البيانات التالية:

المشاهدات	$(x-\bar{X})$	$(x-\bar{X})^2$
5	-2	4
6	-1	1
7	0	0
8	1	1
9	2	4
المجموع		10

$$S^2 = \frac{10}{4} = 2.5$$

(3) الإنحراف المعياري

- هو الجذر التربيعي للتباين
- من بيانات المثال السابق نجد ان الإنحراف المعياري S هو

$$S = \sqrt{2.5} = 1.581$$

ثانياً: مقاييس التشتت

4) معامل الاختلاف

- تسمى المقاييس السابقة بالمقاييس المطلقة لأنها تأخذ نفس وحدة القياس و تستخدم في المقارنة بين مجموعات البيانات التي لها نفس الوحدة و نفس الوسط الحسابي.
- أما عند المقارنة بين مجموعات مختلفة الوحدة أو تختلف في وسطها نستخدم معامل الاختلاف لأنه لا يعتمد على الوحدة.

$$C.V = \frac{S}{\overline{X}} \times 100\%$$

ثانياً: مقاييس التشتت

4) معامل الاختلاف

مثال

في دراسة لمستوى أداء طلاب المستوى الأول في الجامعة، تم أخذ عينتين عشوائيتين من درجات الاختبار الفصلي والاختبار النهائي؟

	الوسط الحسابي	التباين
درجات الاختبار الفصلي	16	25
درجات الاختبار النهائي	33	36

فان معامل الاختلاف لدرجات الاختبار الفصلي يكون كما يلي:

$C.V = \frac{5}{16}$*100=31.25%

معامل الاختلاف لدرجات الاختبار النهائي يكون كما يلي:

$C.V = \frac{6}{33}$*100=18.18%

ثانياً: مقاييس التشتت

4) الانحراف الربيعي

$$w = \frac{Q_3 - Q_1}{2}$$

ثالثا : تمرين

مثال

توزيع درجات الطلاب لمقرر الإحصاء الاداري

الفئات	[0;20[	[20;40[	[40;60[	[60;80[	[80;100]
عدد الطلاب	2	4	8	4	2

أحسب مقاييس النزعة المركزية ومقاييس التشتت