منشورات جامعة حلب

كلية العلوم

تصميم التجارب

الدكتور

محمد طاهر عنان

أستاذ في البرمجة والإحصاء التطبيقي

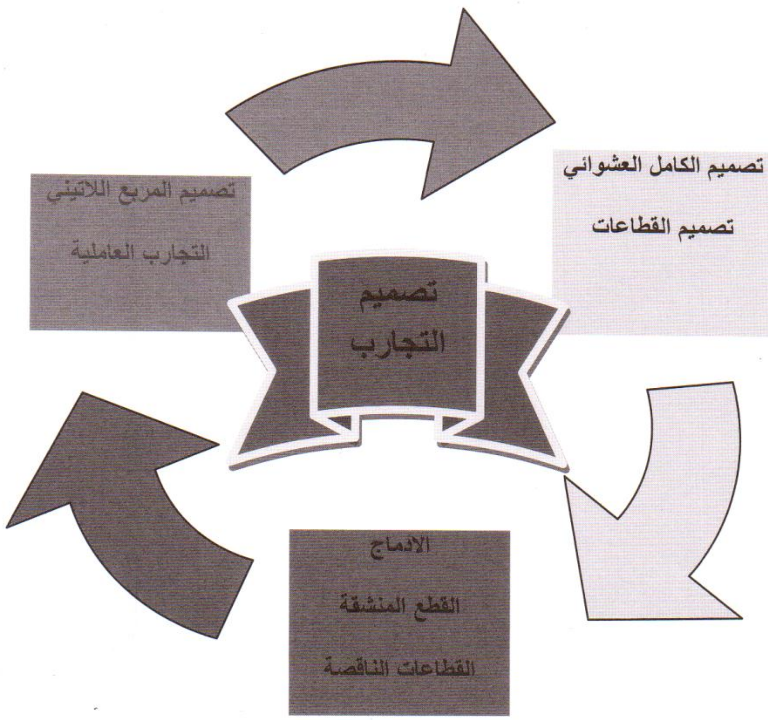
مديرية الكتب والمطبوعات الجامعية

١٤٤٠هـ - ٢٠١٩م

منشورات جامعة حلب

كلية العلوم

تصميم التجارب



الدكتور

محمد طاهر عنان

أستاذ في البرمجة والإحصاء التطبيقي

لطلاب السنة الرابعة

قسم الإحصاء الرياضي

مديرية الكتب والمطبوعات الجامعية

١٤٤٠ هـ - ٢٠١٩ م

الفهرس

مقدمة الكتاب

تُعد دراسة الإحصاء ومن ضمنها تصميم التجارب من أهم الموضوعات التي على الطالب أن يفهمها بمختلف التخصصات التي يدرسها. لقد أصبح واضحاً في السنوات الأخيرة كيف أن الاحصاء وتصميم التجارب تدرس في مختلف الكليات والمعاهد، وإن دل هذا على شيء فإنما يدل على الأهمية الكبرى لهذه العلوم في الحياة العملية، وخاصة في تلك الأماكن التي يتطلب فيها الأمر تجميع البيانات وتحليلها.

إن دراسة الإحصاء وتصميم التجارب تعطي للدارس والباحث أياً كان الاساس العلمي للوصول إلى الاستنتاجات الصحيحة والقرارات السليمة.

سنحاول في هذا العمل المتواضع أن نشرح المواضيع الإحصائية وطرق تصميم التجارب وأنواع التصاميم ذات العامل الواحد مثل: تصميم الكامل العشوائية ، و تصميم القطاعات العشوائية وتصميم المربع اللاتيني، كذلك سوف نقدم شرحاً وافياً عن التجارب العاملية بمختلف أنواعها، وكذلك سنبين في هذا الكتاب العلاقة بين الانحدار وتصميم التجارب وكيف يمكن العبور من التصميم إلى الانحدار.

آمل أن يساهم هذا العمل المتواضع في إغناء المكتبة العربية بأحد الكتب الضرورية لأعزائنا الطلاب ولإخوتنا القراء، وأن ينتفع به كل من يريد الاطلاع على علم تصميم التجارب.

والله ولي التوفيق

أ.د. محمد طاهر عنان

الفصل الأول

اختبارات T

(1-1) تعاريف أساسية

1- المجتمع population

هو مجموعة من الأفراد أو الأشياء تملك صفات مشتركة.

مثال: السيارات اليابانية ذات سعة المحرك 1500 هي مجتمع لأنها تملك الصفات التالية:

- صفة سيارة
- صفة يابانية
- صفة سعة المحرك 1500

مثال: طلاب جامعة حلب الذين لديهم معدل أكثر من 75

هم مجتمع لأنه يتصف بالصفات التالية:

- صفة طالب
- صفة أنهم من جامعة حلب
- صفة أن معدلهم أكثر من 75

ملاحظة: ليس من الضرورة أن تكون المجتمعات كائنات عاقلة وهذا واضح من المثالين السابقين.

1. العينة Sample

هي جزء من المجتمع نأخذها منه بغرض دراسة بعض صفات المجتمع وتعميمها

2. العينة العشوائية Random Sample

هي عينة ولكن تعطي لكل فرد من أفراد المجتمع نفس الحظ للاشتراك بها.

3. التجربة Experiment

هي دراسة موجهة ومخططة مسبقاً يقصد منها التأكد من حقائق سابقة نفيها أو تأكيدها أو الحصول على حقائق جديدة.

(1-2) الفرضيات الإحصائية

1. الفرضية الابتدائية(الأولية) Primary Hypothesis

هي الشيء الذي نفرضه ونريد اختبار صحته بالرفض أو القبول اعتماداً على قيمة مؤشر الاختبار

2. الفرضية البديلة Alternative Hypothesis

هي الشيء الذي نعتمده ونأخذه عندما نرفض الفرضية الابتدائية

نرمز للفرضية الابتدائية بالرمز H_o وللفرضية البديلة بالرمز H_1

ملاحظة: تسمى أحيانا الفرضية الابتدائية بالفرضية الصفرية، وأحيانا أخرى تسمى فرضية العدم.

مثال:

$H_o:\bar{x}=55$ الفرضية الابتدائية

$H_1:\bar{x}\neq 55$ الفرضية البديلة

ملاحظة: ليس من الضروري أن تكون الفرضيات قيماً عددية فقد تكون قيماً وصفية.

مثال:

القادم طالب:H_o الفرضية الابتدائية

القادم ليس طالب:H_1 الفرضية البديلة

(1-3) أنواع الأخطاء المتعلقة بالفرضيات Error Types

1. خطأ درجة أولى (نموذج من النوع الأول) Error Type I

نقول إننا أمام خطأ من الدرجة الأولى إذا رفضنا فرضية مع أنها بالفعل فرضية صحيحة.

2. خطأ درجة ثانية(نموذج من النوع الثاني) Error Type II

نسمي الخطأ درجة ثانية إذا قبلنا فرضية مع العلم أنها فرضية خاطئة.

هل الخطأ من الدرجة الأولى أسوأ أم الخطأ من الدرجة الثانية؟

الجواب هذا يتعلق بطبيعة المسألة المدروسة، مثال:

الفرضية الابتدائية:H_o الأرض تتحمل عشرة طوابق

الفرضية البديلة:H_1 الأرض لا تتحمل عشرة طوابق

في هذا المثال إذا وقعنا في خطأ من الدرجة الأولى أي إذا رفضنا بناء عشرة طوابق مع أن الأرض فعلاً تتحمل، ستكون النتيجة فقدان بعض المساكن وتحمل نفقات إضافية

أما إذا وقعنا في خطأ من الدرجة الثانية وهو قبول البناء عشرة طوابق والأرض فعلا لا تتحمل، ستكون النتيجة كارثة وانهيار البناء وخسائر في الأرواح، من هنا يتضح في هذا المثال أن الخطأ من الدرجة الثانية أسوأ بكثير من خطأ الدرجة الأولى.

(1-4) الفرضية البسيطة والفرضية المركبة

Simple Hypothesis And Complex Hypotheses

نقول إن الفرضية بسيطة إذا كانت تأخذ قيمة محددة ووحيدة، ونقول عن فرضية إنها مركبة إذا كانت تأخذ أكثر من قيمة.

مثال:

$H_o: y=55$ الفرضية الابتدائية (بسيطة)

$H_1: y>55$ الفرضية البديلة(مركبة)

ملاحظة: نقول إننا أمام اختبار أحادي الطرف إذا كانت الفرضية تأخذ اتجاهاً واحداً ونقول إننا أمام اختبار ثنائي الطرف إذا كانت الفرضية تأخذ القيم باتجاهين.

$Ho: y=55$ الفرضية الابتدائية

$H_1: y>55$ الفرضية البديلة

لدينا اختبار أحادي الطرف لأن الفرضية البديلة تأخذ اتجاها واحدا فقط

$Ho: y=55$ الفرضية الابتدائية

$H_1: y\neq55$ الفرضية البديلة

في هذه الحالة لدينا اختبار ثنائي الطرف لأن الفرضية البديلة تأخذ اتجاهين أكبر من 55 وأصغر من 55.

ملاحظة: نقول إننا أمام اختبار ثنائي الطرف إذا كانت منطقة الرفض تقع على جانبي منطقة القبول.

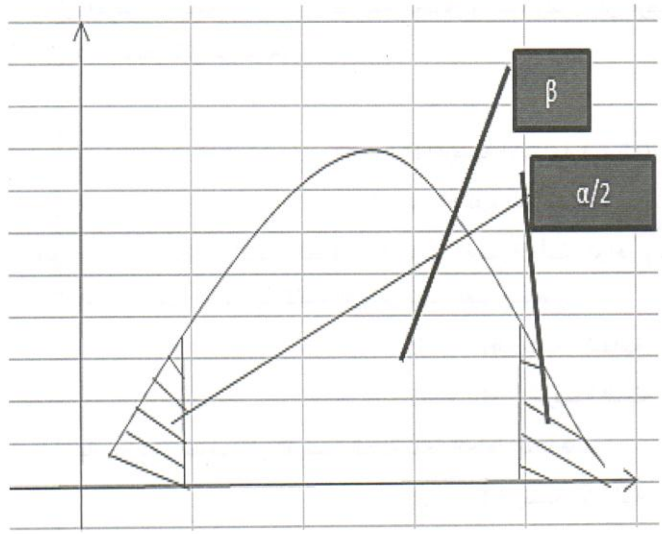
ملاحظة: نقول إننا أمام اختبار أحادي الطرف إذا كانت منطقة الرفض تقع على يسار أو يمين منطقة القبول.

تعريف: منطقة القبول هي مجموعة النقاط أو القيم التي يأخذها المؤشر الاحصائي وتجعلنا نقبل الفرضية الابتدائية

تعريف: منطقة الرفض هي مجموعة النقاط التي يأخذها المؤشر الاحصائي وتجعلنا نرفض الفرضية الابتدائية.

(1-5) العلاقة بين منطقتي الرفض والقبول للفرضيات الاحصائية

- منطقة الرفض تتوضع على جانبي منطقة القبول.

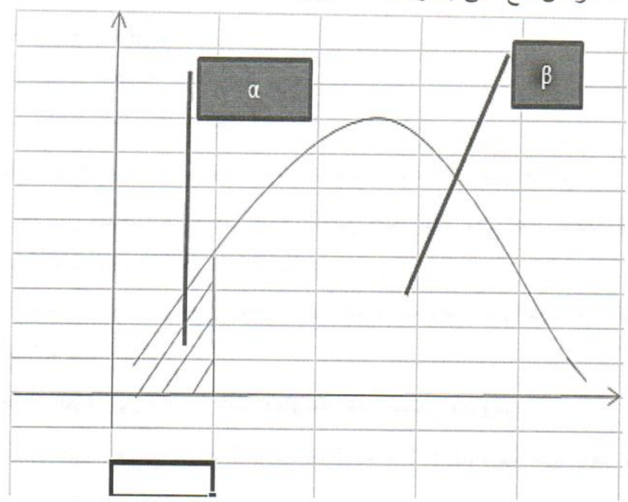


شكل(1-1) يمثل توضع منطقة الرفض على جانبي منطق القبول

حيث أن α مستوى المعنوية (منطقة الرفض) أو يسمى أحياناً احتمال الوقوع في الخطأ، وβ احتمال القبول (منطقة القبول)، وتأخذ ألفا القيم 0.01، 0.05، 0.10، 0.001، .... وذلك حسب طبيعة المسألة المدروسة ويعرف مستوى المعنوية بأنه احتمال الوقوع في خطأ من الدرجة الأولى أو الثانية.

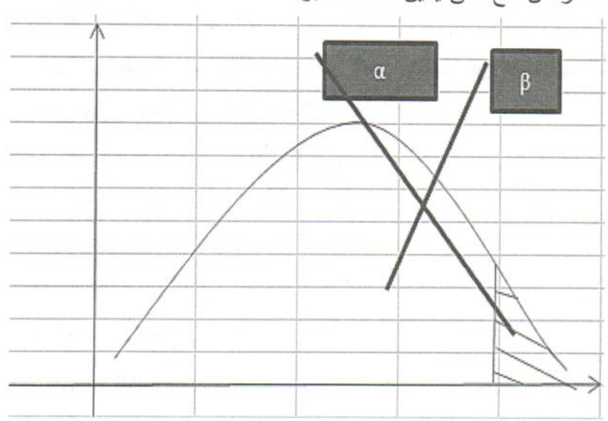
حيث أن:

- منطقة الرفض تقع على يسار منطقة القبول.



شكل(2-1) يبين توضع منطقة الرفض على يسار منطقة القبول

- منطقه الرفض تقع على يمين منطقة القبول



شكل(3-1) يبين توضع منطقة الرفض على يمين منطقة القبول

(1-6) الخطوات الأساسية في أي اختبار

- تحديد الفرضية الابتدائية.
- تحديد الفرضية البديلة.
- تحديد مستوى المعنوية.
- حساب مؤشر الاختبار (دالة القرار).

مقارنة قيمة المؤشر المحسوبة مع قيمة المؤشر الجدولية وتمييز ما يلي:

- قيمة المؤشر المحسوبة > من قيمة المؤشر الجدولية، وفي هذه الحالة نرفض الفرضية الابتدائية ونأخذ الفرضية البديلة.
- قيمة المؤشر المحسوبة< من قيمة المؤشر الجدولية، وهنا نقبل الفرضية الابتدائية ونرفض الفرضية البديلة.

(1-7) اختبار الفرق بين متوسط عينة ومتوسط عام لمجتمع معروف

هذا الاختبار يخضع لتوزيع T توزيع student بـ df=n-1 درجة حرية وهنا n هو عدد عناصر العينة.

نود هنا التنويه إلى أن مؤشر الاختبار هو علاقة رياضية نتيجتها قيمة عددية وتختلف هذه العلاقة من اختبار إلى آخر.

مثال: هل متوسط درجات الطلاب في هذا العام يختلف عن متوسطهم المعروف البالغ 70. يعطى مؤشر الاختبار السابق بالعلاقة:

$$T = \frac{\overline{x} - M}{sd} \qquad (1-1)$$

حيث أن:

n– عدد عناصر العينة

M'– المتوسط العام الذي سنقارن معه

s– الانحراف المعياري للعينة

Sd – الخطأ القياسي للعينة ويعطى بالعلاقة:

$$sd = \frac{s}{\sqrt{N}} \qquad (1\text{-}2)$$

مثال(1-1): سحبنا عينة من العلامات لـ 10 طلاب في مقرر العملي للحاسوب (العلامة العظمى 50) فكانت النتائج كما في الجدول التالي:

جدول(1-1) علامات الطلاب في مقرر العملي

الرقم	العلامة x_i
1	30
2	25
3	15
4	41
5	35
6	36
7	38
8	40
9	31
10	42

المصدر: قيم افتراضية

فهل متوسط علامات الطلاب يختلف عن المتوسط العام المعروف وهو M=41

الحل:

1. $H_O: \bar{X} = M (\bar{X} = 41)$
2. $H_1: \bar{X} \neq M (\bar{X} \neq 41)$
3. $\alpha = 0.05$

ولدينا بالحساب:

$\bar{X} = 33.3$

$S = 8.38$

$$sd = \frac{8.38}{\sqrt{10}} = 2.65$$

4. $T = \dfrac{33.3 - 41}{2.65} = 2.9$

ملاحظة: نأخذ قيمة المؤشر دائماً بالقيمة المطلقة

نخرج قيمة المؤشر الجدولية عند درجة الحرية n-1=9 ودرجة الخطأ 0.05 أي:

$T(0.05, 9) = 2.26$

أي أن: $T(\alpha,df)>T$

بالمقارنة نجد أن القيمة المحسوبة أكبر من القيمة الجدولية، **لذلك نرفض الفرضية** الابتدائية، ونأخذ الفرضية البديلة أي أن المتوسط لدرجات الطلاب في هذا العام يختلف عن المتوسط العام المعروف المساوي لـ 41.

بكلام أخر نجد أن هناك فروقاً معنوية بين متوسط درجات الطلاب في هذا العام ومتوسط درجاتهم في الأعوام السابقة.

(1-8) اختبار الفرق بين متوسطي عينتين يملكان نفس العدد من العناصر

يخضع هذا الاختبار لتوزيع T بـ n-1 درجة حرية (*نفس الاختبار للقياسات المكررة*).

الفرضية الابتدائية $H_o: \overline{x_1} = \overline{x_2}$

الفرضية البديلة $H_1: \overline{x_1} \neq \overline{x_2}$

مستوى المعنوية $\alpha=0.05$ أو $\alpha=0.01$

مؤشر الاختبار:

$$T = \frac{\overline{x_1} - \overline{x_2}}{sd}$$

$$sd = \frac{s}{\sqrt{n}}$$

حيث أن s تحسب من إحدى العلاقتين:

$$S = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n}\left(d_i - \overline{d}\right)}{n-1}} \qquad (1-3)$$

$$S = \sqrt{S_1^2 + S_2^2} \qquad (1-4)$$

حيث أن s الانحراف المعياري الذي يعطى بالعلاقة:

$$S_1^2 = \frac{\sum_{i=1}^{n}\left(x_{i1}-\overline{x_1}\right)^2}{n-1} \quad (1\text{-}5)$$

$$S_2^2 = \frac{\sum_{i=1}^{n}\left(x_{i2}-\overline{x_2}\right)^2}{n-1} \quad (1\text{-}6)$$

حيث أن:

d_i–الفرق بين عناصر العينة الأولى وعناصر العينة الثانية

$$d_1 = x_{11} - x_{12}$$
$$d_2 = x_{21} - x_{22}$$
$$d_i = x_{i1} - x_{i2} \quad (1\text{-}7)$$

$\bar{d}$– متوسط d_i

يمكن البرهان بسهولة أن العلاقة (1-4) هي نفسها (1-3) وذلك عندما تسعى n إلى اللانهاية.

البرهان: بقسمة طرفي العلاقة (1-7) على n نحصل على:

$$\bar{d} = \bar{x}_1 - \bar{x}_2 \quad (1\text{-}8)$$

نعوض (1-8) في (1-3) بعد تربيعها فنحصل على:

$$S^2 = \frac{\sum_{i=1}^{n}\left(d_i-\bar{d}\right)^2}{n-1} - \frac{\sum_{i=1}^{n}\left(\bar{x}_{i1}-\bar{x}_{i2}-\left(\bar{x}_1-\bar{x}_2\right)\right)^2}{n-1} =$$

$$= \frac{\sum_{i=1}^{n}\left(\left(x_{i1}-\bar{x}_1\right)^2+\left(x_{i2}-\bar{x}_2\right)^2-2\left(x_{i1}-\bar{x}_1\right)\left(x_{i1}-\bar{x}_1\right)\right)}{n-1}$$

$$= \frac{\sum_{i=1}^{n}\left(\left(x_{i1}-\bar{x}_1\right)^2\right)}{n-1} + \frac{\sum_{i=1}^{n}\left(\left(x_{i2}-\bar{x}_2\right)^2\right)}{n-1} = S_1^2 + S_2^2$$

مثال(2-1): لدى معاينة أوزان مجموعتين من الطلاب في المرحلة الابتدائية من نفس المدرسة ومن نفس الصف ، كل منها مؤلفة من 10 عشرة طلاب والنتائج في الجدول التالي:

جدول(2-1) أوزان مجموعة من الطلاب في المرحلة الابتدائية

X_{i1}	X_{i2}	رقم
30	29	1
35	41	2
31	51	3
40	45	4
55	48	5
61	42	6
49	53	7
28	35	8
42	36	9
50	39	10

المصدر : افتراضي

والمطلوب: هل أوزان الطلاب في المجموعة الأولى تختلف عن أوزان الطلاب في المجموعة الثانية.

الحل:

جدول(3-1) حساب الانحراف المعياري

X_1	X_2	d_i	$d_i-\bar{d}$	$(d_i-\bar{d})^2$	
30	29	1	0.8	0.64	
35	41	-6	-6.2	38.44	
31	51	-20	-20.2	408.04	
40	45	-5	-5.2	27.04	
55	48	7	6.8	46.24	
61	42	19	18.8	353.44	
49	53	-4	-4.2	17.64	
28	35	-7	-7.2	51.84	
42	36	6	5.8	33.64	
50	39	11	10.8	116.64	
421	**419**			**1093**	**مجموع**

المصدر: حسبت من المثال السابق

$$S = \sqrt{\frac{1093}{9}} = 11.02$$

$$Sd = \frac{11.02}{\sqrt{10}} = 3.49$$

$$T = \frac{42.1 - 41.9}{3.49} = 0.085$$

ولدينا أيضاً:

$$T(0.05,9) = 1.83$$

بالمقارنة نجد أن: $T < t(0.05,9)$ ومنه :

- نقبل الفرضية الابتدائية
- لا توجد فروق ذات دلالة إحصائية بين أوزان المجموعة الأولى وأوزان المجموعة الثانية أي بكلام آخر لا تختلف أوزان الطلاب في المجموعة الأولى عن أوزان الطلاب في المجموعة الثانية.

(1-9) اختبار الفرق بين متوسطي عينتين تملكان عدداً مختلفاً من العناصر

يحدث أحياناً أن لا تكون العينات تحوي نفس العدد من العناصر ويكون ذلك في أحدى حالتين:

1. فقدان أحد العناصر أثناء القيام بالتجربة
2. بالأساس لا يمكن الحصول على عينات ذات عدد متساوي مثلا قد يكون في المشفى 10 رجال و6 نساء فقط والمطلوب اجراء دراسة نسبة السكر في الدم.

هذا الاختبار يخضع أيضاً لتوزيع student بنفس الفرضيات الابتدائية في الاختبار السابق ونفس مؤشر الاختبار، إلا أن الاختلاف فقط في حساب قيمة sd وبعدد درجات الحرية، حيث أن عدد درجات الحرية هو $n1+n2-2$ وحيث أن n_1 ترمز لعدد عناصر العينة الأولى وn_2 لعدد عناصر العينة الثانية.

يعطى الخطأ القياسي بالعلاقة التالية:

$$Sd = \sqrt{\frac{sp^2}{n_1} + \frac{sp^2}{n_2}} \qquad (1-9)$$

$$sp^2 = \frac{(n_1 - 1)s_1^2 + (n_2 - 1)s_2^2}{n_1 + n_2 - 2} \qquad (1\text{-}10)$$

مثال(3-1): لدى معاينة انتاجية الأشجار لصنفين من البرتقال (سبعة أشجار من الصنف الأول وأربعة أشجار من الصنف الثاني) كانت لدينا النتائج في الجدول التالي:

جدول(1-4) إنتاجية(كغ/شجرة) أشجار البرتقال لصنفين

الصنف الأول x_1	12	15	20	17	19	21	15	16
الصنف الثاني x2	22	25	12	30	25			

المصدر : افتراضي

المطلوب: بين هل انتاجية الصنف الأول تختلف عن انتاجية الصنف الثاني.

الحل:

بما أن عدد عناصر العينة الأولى لا يساوي عدد عناصر العينة الثانية، فإن الاختبار يخضع لتوزيع t للعينات غير متساوية العدد ولدينا:

1. $\bar{x}_2 = 22.8 \qquad \bar{x}_1 = 16.88$
2. $S_1^2 = \frac{62.84}{7} = 8.98$
3. $S_2^2 = \frac{178.8}{4} = 44.7$
4. $sp^2 = \frac{7 \times 8.98 + 4 \times 44.7}{8 + 5 - 2} = 21.97$
5. $sd = \sqrt{\frac{21.97}{5} + \frac{21.97}{5}} = 2.67$
6. $T = \frac{16.88 - 22.8}{2.67} = -2.22$
7. $T(0.05, 11) = 1.79$

بالمقارنة بين قيمة t في الفقرة 6 وقيمة t في الفقرة 7 نجد أن:

القيمة المحسوبة أكبر من القيمة الجدولية أي أن: t>t(0.05,11)

وبالتالي نرفض الفرضية الابتدائية التي تنص على تساوي المتوسطات ونأخذ الفرضية البديلة التي تنص على عدم تساوي متوسط العينة الأولى مع متوسط العينة الثاني وبشكل عام يمكن تفسير النتائج كما يلي:

- توجد فروق معنوية بين إنتاجية الصنف الأول وإنتاجية الصنف الثاني.
- هناك دلالة احصائية بين متوسط انتاجية الصنف الأول وانتاجية الصنف الثاني.
- الصنف الثاني يتفوق على الصنف الأول.

ماذا لو كان لدينا ثلاث عينات x_1, x_2, x_3 فإن المقارنات بين هذه العينات ستتم كما يلي:

- بين 1 و 2
- بين 1 و 3
- بين 2 و 3

وإذا كان لدينا أربع عينات ستكون المقارنات بينها كما يلي:

1-2	1-3	1-4
	2-3	2-4
		3-4

وفي حال وجود خمس عينات يكون:

1-2	1-3	1-4	1-5
	2-3	2-4	2-5
		3-4	3-5
			4-5

وبشكل عام فإن عدد المقارنات سيكون معطى بالعلاقة التالية:

$$m = \frac{k(k-1)}{2} \qquad (1-11)$$

عدد العينات المدروسة k

أو

$$m = \sum_{i=1}^{k-1} i \qquad (1-12)$$

إذا كان لدينا مستوى المعنوية $\alpha=0.05$ فإن مستوى الموثوقية سيكون:

$$\beta=1-\alpha=1-0.05=0.95$$

بالتالي إذا كان لدينا ثلاث مجموعات فإن مستوى الموثوقية سيصبح:

$$\beta = (0.95)^{m} = (0.95)^{3} = 0.86$$

وإذا كان لدينا أربع عينات فإن مستوى الموثوقية سيكون:

$$\beta = (0.95)^{m} = (0.95)^{6} = 0.74$$

وهكذا نجد أنه كلما زاد عدد العينات فإن مستوى الموثوقية ينخفض وبالتالي عندما يزداد عدد العينات عن اثنتين يبدأ مستوى الموثوقية بالانخفاض، لذلك لا بد الانتقال الى اختبار أخر يقوم بمقارنة المتوسطات ويحافظ على مستوى الموثوقية.

(1-10) اختبار F

باستخدام هذا الاختبار نستطيع مقارنة أعداد كبيرة من العينات مع الحفاظ على مستوى الموثوقية، غير أن هذا الاختبار يعطي نتيجة ايجابية لو أن واحداً فقط من متوسطات العينات يختلف عن بقية المتوسطات بفروق عادية أو عالية.

أي إذا كانت لدينا مثلاً ست عينات وكانت خمسة متوسطات متساوية وواحد فقط مختلف عنها بفروق معنوية فإن اختبار F يعطي نتيجة إيجابية.

تعطى الفرضية الابتدائية كما يلي:

$Ho: \overline{x_1} = \overline{x_2} = \cdots \ldots\ldots = \overline{x_k}$

$H1: \overline{x_i} \neq \overline{x_j}$ $\quad I \,\&\, j$ من أجل بعض

إذا كان لدينا k عينة وفي كل عينة n_1 n_2 عنصر على الترتيب فإنه يمكن ترتيب القيم في الجدول التالي:

جدول(1-5) الشكل العام

X_{1i}	X_{2i}	....	x_{ki}
x_{11}	x_{21}	....	X_{k1}
x_{12}	x_{22}	....	X_{k2}
.	.		.
.	.		.
.	.		.
x_{1n1}	x_{2n2}	....	x_{knk}
مجموع T_1	T_2		T_k
$\overline{x_1}=\frac{T1}{n1}$	$\overline{x_2}=\frac{T2}{n2}$		$\overline{x_1}=\frac{Tk}{nk}$

أما المتوسط العام فيعطى بالعلاقة التالية:

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^{k} T_i}{\sum_{i=1}^{k} n_i} \qquad (1\text{-}13)$$

إذا رمزنا لعناصر العينات بالرمز x_{ij} فإنه يمكن كتابة هذه العناصر كما يلي:

$$x_{ij}=x_{ij}$$
$$x_{ij}= x_{ij} + \bar{x}+\bar{x}-\bar{x}_i-\bar{x}_i$$
$$x_{ij}= (x_{ij} -\bar{x}_i) + (\bar{x}_i-\bar{x}) + \bar{x}$$
$$(x_{ij}- \bar{x})= (x_{ij} -\bar{x}_i) + (\bar{x}_i-\bar{x})$$

نأخذ مربع الطرفين:

$$(x_{ij}- \bar{x})^2=[(x_{ij} -\bar{x}_i) + (\bar{x}_i-\bar{x})]^2$$
$$(x_{ij}- \bar{x})^2=(x_{ij} -\bar{x}_i)^2 + (\bar{x}_i-\bar{x})^2+2(x_{ij} -\bar{x}_i) (\bar{x}_i-\bar{x})$$

بأخذ المجموع على i و j نحصل على:

$$\sum_i \sum_j \left(x_{ij} - \bar{x}\right)^2=\sum_i \sum_j \left(x_{ij} - \bar{x}_i\right)^2 +\sum_i \sum_j (\bar{x}_i - \bar{x})^2$$
$$+2\sum_i \sum_j \left(x_{ij} - \bar{x}_i\right) (\bar{x}_i-\bar{x})$$
$$\sum_i \sum_j \left(x_{ij} - \bar{x}\right)^2=\sum_i \sum_j \left(x_{ij} - \bar{x}_i\right)^2 +\sum_i \sum_j (\bar{x}_i - \bar{x})^2+0$$
$$sso=sse + sst$$

حيث أن: sso – مجموع مربعات الانحراف الكلي

sse – مجموع مربعات الانحرافات داخل المجموعات

sst –مجموع مربعات الانحرافات بين المجموعات

أما المتوسطات فتعطى بالعلاقات:

$$mst = \frac{sst}{k-1}$$

$$mse = \frac{sse}{N-k} \qquad N = \sum_i n_i$$

$$F = \frac{mst}{mse}$$

أما قيمة F الجدولية فتستخرج من جداول توزيع F عند درجتي حرية:

$df1=k-1 \quad \& \quad df2=N-k$

وتتم المقارنة وفق القواعد التالية:

1. $F>F(0.01,df1,df2)$

وفي هذه الحالة توجد فروق معنوية عالية بين المجموعات المدروسة أي، أن واحداً على الأقل من متوسطات المجموعات المدروسة يختلف على باقي المتوسطات بفروق عالية.

2. $F< F(0.05,df1,df2)$

وفي هذه الحالة لا توجد فروق معنوية بين المجموعات المدروسة، أي أنه لا يوجد أي متوسط يختلف على باقي المتوسطات بفروق عالية.

3. $F(0.05,df1,df2)< F < F(0.01,df1,df2)$

وفي هذه الحالة توجد فروق معنوية عادية بين المجموعات المدروسة أي، أن واحداً على الأقل من متوسطات المجموعات المدروسة يتفوق (يختلف) على باقي المتوسطات بفروق عادية.

ملاحظة: إذا وقعنا في الحالة الثانية فإن الاختبار يكون قد انتهى، أما الوقوع في الحالة الثالثة والأولى يوجب علينا الانتقال إلى المقارنات الزوجية لمعرفة أي المجموعات تتفوق على الأخرى

جدول(6-1) جدول تحليل التباين

مصادر التباين	درجات الحرية	مجموع مربعات الانحرافات	متوسط الانحراف	قيمة المؤشر
S.O.V	DF	SS	MS	F
بين المجموعات Between groups	k-1	sst	mst	$\frac{mst}{mse}$
ضمن المجموعات Within group Error	N-k	sse	mse	
المجموع Total	N-1	sso		

المصدر: حسبت من القوانين السابقة

مثال(4-1): لدينا البيانات التالية التي تمثل أوزان مجموعتين من الأطفال الذكور والإناث، والمطلوب هل يوجد فروق بين أوزان الأطفال لنفس العمر من كلا الجنسين؟

جدول(7-1) بيانات أوزان الأطفال

X_{i1}	X_{i2}
11	13
12	12
15	14
14	15
13	20

المصدر : افتراضي

الحل:

$T_1=65$ $T_2=74$

$\overline{x_1}=13$ $\overline{x_2}=14.8$

$$\bar{x}_1=\frac{13\times 5+14.5\times 5}{10}=13.9$$

$$sst=\sum_{j=1}^{5}\sum_{i=1}^{2}\left(\bar{x}_i-\bar{x}\right)^2$$

$=5[(13-13.9)^2+(14.8-13.9)^2]$

$=5[0.81+0.81]=8.1$

$$sso=\sum_{i=1}^{2}\sum_{j=1}^{5}\left(x_{ij}-\bar{x}\right)^2$$

$=[(11-13.9)^2+\ldots+(20-13.9)^2]$

$=56.9$

$$sse=\sum_{i=1}^{2}\sum_{j=1}^{5}\left(x_{ij}-\bar{x}_i\right)^2$$

$=[(11-13)^2+\ldots+(13-13)^2+(13-14.8)^2+\ldots+(20-14.8)^2]$

$=48.8$

كان بالإمكان إيجاد: $sse=sso-sst=56.9-8.1=48.8$

$$mst=\frac{sst}{k-1}=\frac{8.1}{1}=8.1$$

$$mse = \frac{sse}{N-k} = \frac{48.8}{8} = 6.1$$

$$F = \frac{mst}{mse} = \frac{8.1}{6.1} = 1.33$$

جدول(8-1) جدول تحليل التباين

مصادر التباين	درجات الحرية	مجموع مربعات الانحرافات	متوسط الانحراف	قيمة المؤشر
S.O.V	DF	SS	MS	F
بين المجموعات Between groups	k-1=1	8.1	8.1	1.33
ضمن المجموعات Within group Error	N-k=8	48.8	6.1	
Total المجموع	N-1=9	56.9		

المصدر: حسبت من المثال السابق

نخرج قيمة F الجدولية فنجدها مساوية لـ: $F(0.05,1,8) = 5.32$

وبالمقارنة مع قيمة F المحسوبة نستنتج أنه علينا قبول الفرضية الابتدائية التي تنص على تساوي متوسط العينة الأولى والثانية، بكلام أخر لا تختلف أوزان الذكور عن أوزان الإناث في الفترة التي أخذت بها القياسات.

مثال(5-1) لدينا البيانات التالية التي تمثل كمية المادة الفعالة في ثمار البطيخ نتيجة استخدام خمسة أنواع من المبيدات

جدول(9-1) كمية المادة الفعالة

X_1	X_2	X_3	X_4	X_5
1.51	1.69	1.56	1.3	0.72
1.92	0.64	1.22	0.75	0.80
1.08	0.90	1.32	1.26	0.90
2.04	1.41	1.39	0.69	1.24
2.14	1.01	1.33	0.62	0.82
1.76	0.84	1.54	0.90	0.72
1.17	1.28	1.04	1.20	0.57
	1.59	2.25	0.32	1.18
		1.49		0.54
				1.30

المصدر: افتراضي

T_1=11.62 T_2=9.36 T_3=13.14 T_4=7.04 T_5=8.8

$\overline{x_1}$=1.66 $\overline{x_2}$=1.17 $\overline{x_3}$=1.46 $\overline{x_4}$=0.88 $\overline{x_5}$=0.88

الفرضية الابتدائية:

$H_o: \overline{x_1} = \overline{x_2} = \overline{x_3} = \overline{x_4} = \overline{x_5}$

الفرضية البديلة:

$H_1: \overline{x_i} \neq \overline{x_j}$ I & j من أجل بعض

$$\bar{x} = \frac{7\times1.66+8\times1.17+9\times1.46+8\times0.88+10\times0.88}{42} = 1.19$$

$$Sst = \sum_{j=1}^{nj}\sum_{i=1}^{5}\left(\bar{x}_i - \bar{x}\right)^2$$

$=7(1.66-1.19)^2+8(1.17-1.19)^2+9(1.46-1.19)^2+8(0.88-1.19)^2+10(0.88-1.19)^2 = 3.935$

$$Sso = \sum_{j=1}^{nj}\sum_{i=1}^{5}\left(x_{ij} - \bar{x}\right)^2$$

$=[(1.51-1.19)^2+\ldots\ldots\ldots\ldots+(1.3-1.19)^2]$

$=8.432$

$$Sse = \sum_{i=1}^{5}\sum_{j=1}^{nj}\left(x_{ij} - \bar{x}_1\right)^2$$

$=[(1.51-1.66)^2+\ldots\ldots+(1.17-1.66)^2+(1.69-1.17)^2+\ldots\ldots\ldots\ldots+(1.59-1.17)^2$
$+(1.56-1.46)^2+\ldots\ldots+(1.49-1.46)^2+(1.30-0.88)^2+\ldots\ldots\ldots\ldots+(0.32-0.88)^2$
$+(0.73-0.88)^2+\ldots\ldots+(1.30-0.88)^2]$

$=4.497$

كان بالإمكان إخراج sse=sso-sst=8.432-3.935=4.497

$$mst = \frac{sst}{k-1} = \frac{3.935}{4} = 0.984$$

$$mse = \frac{sse}{N-k} = \frac{4.497}{37} = 0.122$$

$$F = \frac{mst}{mse} = \frac{0.984}{0.122} = 8.066$$

جدول(1-10) جدول تحليل التباين

قيمة المؤشر	متوسط الانحرافات	مجموع مربعات الانحرافات	درجات الحرية	مصادر التباين
F	MS	SS	DF	S.O.V
8.066	0.984	3.935	k-1=4	بين المجموعات Between groups
	0.122	4.497	N-k=37	ضمن المجموعات Within group Error
		8.432	N-1=9	المجموع Total

المصدر: بيانات المثال السابق

نخرج قيمة F الجدولية فنجدها مساوية لـ:2.65= $F(0.05,4,37)$ وبالمقارنة نجد أن: $F> F\ (0.05, 4, 37)$ وبالتالي نفسر النتائج كما يلي:

1. نرفض الفرضية الابتدائية والتي تنص على تساوي المتوسطات ونأخذ البديلة.
2. هناك فروق معنوية بين متوسطات العينات المدروسة.
3. واحد على الأقل من المتوسطات يختلف عن باقي المتوسطات بفروق عادية.

(1-11) تمارين

لدينا البيانات التالية التي تمثل علامات خمسة طلاب في مقرري الإحصاء واللغة الانكليزية.

جدول(1-11) بيانات الطلاب

5	4	3	2	1	الرقم
70	85	80	75	65	اللغة الانكليزية
75	72	65	80	75	الاحصاء

المصدر: افتراضي

المطلوب:

- هل يوجد فرق بين علامات الطلاب في مقرر الإحصاء ومقرر اللغة الإنكليزية؟
- هل علامات الطلاب أفضل في الإحصاء أم في اللغة الإنكليزية؟

1. لدينا البيانات التي تمثل إنتاجية نوعين من القمح زرعت النوع الأول في خمس قطع تجريبية والنوع الثاني في ثمان قطع تجريبية.

جدول(12-1) بيانات القمح

الرقم	1	2	3	4	5	6	7	8
الصنف الأول	11	12	15	10	9			
الصنف الثاني	13	14	17	12	15	11	20	17

المصدر: افتراضي

المطلوب:

- هل يوجد فرق بين الإنتاجية في الصنف الأول والإنتاجية في الصنف الثاني.
- هل إنتاجية الصنف الأول أفضل أم إنتاجية الصنف الثاني.
- حاول تطبيق قوانين الاختبار على العينات ذات العدد نفسه من العناصر.

الفصل الثاني

التجارب ذات العامل الواحد

One Factor Experiment

(2-1) تعاريف أساسية في تصميم التجارب

- **تعريف التجربة**: هي دراسة موجهة ومخططة مسبقاً للتأكد وإثبات فرضيات معروفة، أو لنقض فرضيات معروفة أيضاً.
- هي دراسة موجهة ومخططة بشكل مسبق لإثبات حقيقة ما أو نفيها بالاعتماد على قوانين ونماذج واختبارات احصائية.

مثال(2-1) إن معدل طلاب كلية العلوم في قسم الاحصاء الرياضي يساوي 67لإثبات هذه المعلومة أو نفيها نحتاج إلى تجربة.

مثال(2-2) إن تناول المضاد الحيوي يزيد من عدد الكريات البيض بالدم ويختلف هذا بين الرجال والنساء لإثبات صحة هذه الحقيقة أو نفيها نحتاج إلى تجربتين، الأولى لنفي الزيادة أو اثباتها والثانية لاختبار الفرق بين الرجال والنساء.

مثال(2-3) إن عدد دقات القلب للفئات العمرية(5-10)،(10-15) و (20-30) لإثبات هذه الحقيقة أو نفيها يجب القيام بتجربة بعد أخذ ثلاث مجموعات كل مجموعة لفئة عمرية مختلفة.

- تعريف الوحدة التجريبية: هي أصغر جزء في التجربة ومجموع الوحدات التجريبية يشكل التجربة.
- المعاملة: هي مجموعة من الوحدات التجريبية تخضع لظروف تختلف عن ظروف باقي الوحدات التجريبية.
- العامل: هو الشيء موضوع الدراسة والتي تقوم التجربة أساسا على دراسته.
- المستوى: هو أحد تقسيمات العامل المدروس.

ملاحظة (2-1): عدد المعاملات في أية تجربة يساوي عدد مستويات العامل المدروس.

مثال(2-4) تجربة لدراسة عامل عدد ساعات الدراسة بثلاث مستويات على تحصيل الطالب العلمي.

- العامل: عدد ساعات الدراسة
- الوحدة التجريبية: طالب
- عدد المعاملات:3 بعدد مستويات العامل المدروس

مثال(2-5) تجربة لدراسة تأثير المضادات الحيوية (بنسلين– أوغمانتين– ماكسيسلين) على فترة شفاء المريض

- العامل: المضادات الحيوية
- الوحدة التجريبية: مريض
- عدد المعاملات:3

مثال(2-6) تجربة لدراسة تأثير الماكسيسلين بثلاث مستويات(250–500–1000) على فترة شفاء المريض.

- العامل: ماكسيسلين.
- الوحدة التجريبية: مريض.
- عدد المعاملات:3

ملاحظة(2-2) المستوى قد يكون أنواع مختلفة أو قد يكون نوع واحد متدرج في القيمة.

(2-2) المبادئ الأساسية في تصميم التجارب Experimental Design Principles

هناك مجموعة من المبادئ والقواعد يجب اتباعها وتوافرها في كل تجربة وهي:

1– **مبدأ وحدة الاختلاف Uniformity of Variance Principle**: يقصد به تثبيت أو تحييد جميع العوامل الأخرى التي قد تؤثر على التجربة باستثناء العامل المدروس. أي توحيد جميع ظروف وشروط التجربة في كافة الوحدات أو القطع التجريبية؛ بحيث تعامل معاملة واحدة ما عدا العامل المدروس؛ بحيث يكون الاختلاف الوحيد هو بين معاملات العامل المدروس فقط. إذا صممنا تجربة لمقارنة إنتاجية مجموعة من أصناف القمح، فإننا عند زراعة الأصناف المختلفة في القطع المخصصة لها، نراعي

3 BACK MELAD

أن تكون كافة المعاملات الأخرى واحدة بالنسبة لجميع الأصناف، كالري والتسميد والخدمة والمواعيد، ويبقى الاختلاف بينها هو الاختلاف الصنفي؛ وهو العامل المراد دراسته من خلال إنتاجية هذه الأصناف.

2- **التوزيع العشوائي (التعشية) Randomization**: يقصد بالتوزيع تخصيص المعاملات التجريبية في وحداتها، وهذا التخصيص أو التوزيع يجب أن يكون عشوائياً دون أي تحيز شخصي أو غير شخصي قد يؤثر في نتائج التجربة، ويقتضي التوزيع العشوائي إعطاء القطع أو الوحدات التجريبية نفس الفرصة أو الاحتمال للاشتراك في أية معاملة. ولتحقيق التوزيع العشوائي فإننا نعتمد على أية طريقة تؤدي إلى هذا الهدف كجداول الأرقام العشوائية، أو البرامج التي تولد أرقاماً عشوائية، أو بطريقة القرعة بواسطة قصاصات ورق متشابهة يسجل عليها أرقام الوحدات التجريبية وغير ذلك.

ويختلف التوزيع العشوائي حسب التصميم المستعمل، فإما أن يكون تاماً وإما أن يكون محدداً بجهة واحدة أو أكثر. ولذلك يجب على الباحث أن يكون ملماً بالاختلافات التي تحدث في تجربته، وأن يختار لها التصميم المناسب بحيث لا يكون هناك أية فرصة للتحيز في النتائج. وعموماً إذا تم تكرار التجربة في أماكن مختلفة ولأعوام مختلفة أو في نفس العام فيجب إعادة التوزيع العشوائي في كل مرة. والتقيد بمبدأ العشوائية يعتبر عامل أمان ضد العوامل المرافقة التي قد تؤثر على نتائج التجربة.

والعشوائية تعطينا الميزات التالية:

- تقدير غير متحيز للخطأ التجريبي.
- عامل أمان ضد أسباب الاختلاف التي لا تقع تحت سيطرة الباحث.
- ضمان الحصول على نتائج دقيقة.

3- **التكرار Replication**: ويقصد به تطبيق المعاملة أكثر من مرة. وبالتالي كل معاملة يجب تطبيقها بشكل مستقل على عدة وحدات تجريبية، وهذا يوفر لنا إمكانية تقدير الخطأ التجريبي في غياب الاختلافات المنتظمة بين الوحدات التجريبية التي تعامل بنفس الطريقة والتي هي المصدر الوحيد له. كذلك فإن التكرار يزيد من دقة تقدير

وبعبارة أخرى: يطلق على الاختلافات التي لم تنشأ عن إهمال أو تقصير في التجربة اسم **الخطأ التجريبي**.

تعود هذه الاختلافات إلى عدد من المصادر المسببة له، قد يعرف بعض منها أو جميعها، ويمكن التغلب على جزء منها أحياناً. يمكن إجمال المصادر المسببة لهذه الاختلافات فيما يلي:

1- الخطأ المنتظم:Systematic error يحدث هذا النمط من الأخطاء عندما يتكرر تأثير أحد العوامل المرافقة في التجربة، كالتنافس بين النباتات وتأثير الجوار. كما يمكن أن ينجم عن تأثيرات متبادلة بين الوحدات التجريبية المتجاورة.

2- الاختلافات الوراثية Inherent error: وهي الاختلافات التي توجد بين المادة التجريبية أو أفراد المعاملة الواحدة، كالاختلافات الطفيفة في التركيب الوراثي للحيوانات أو النباتات. أو الاختلافات البسيطة في درجة خصوبة التربة وعوامل المناخ المحيطة بالنباتات.

3- عدم التقيد التام بمبدأ وحدة الاختلاف: قد يعجز المجرب عن توحيد سائر ظروف التجريب بشكل كامل؛ مثل عدم التماثل في القوة البدنية لعمال التعشيب أو عدم توفر الآلات اللازمة للزراعة، فيلجأ المجرب للزراعة اليدوية التي ينشأ عنها اختلافات في عمق الزراعة ومعدل البذار وغير ذلك. لذا فإنه من الضروري أن يبذل المجرب قصارى جهده للتخلص أو للتقليل من آثار عدم التقيد التام بهذا المبدأ. يمكن التحكم في الخطأ التجريبي Experimental error control: وزيادة الدقة التجريبية باتباع الوسائل التالية:

1- تحسين وتوحيد طرائق العمل والتجريب.

2- التخلص من عدم التجانس عن طريق تقسيم التجربة إلى قطاعات أو مجموعات متجانسة قدر الإمكان.

3- زيادة حجم أو مساحة التجربة بزيادة عدد المكررات حيث يؤدي ذلك إلى تقليل قيمة الخطأ التجريبي.

4- اختيار التصميم التجريبي الأمثل: حيث أن بعض التصميمات التجريبية تعمل على استبعاد أثر العوامل المرافقة في اتجاه واحد، والبعض الآخر يزيل هذا الأثر في اتجاهين متعامدين، وتصميمات أخرى في أكثر من اتجاهين. وإنّ عزل هذه الآثار يقلل قيمة الخطأ التجريبي.

5- الاستفادة من الملاحظات الثانوية: قد يكون من المفيد في كثير من الأحيان الاستعانة بالملاحظات أو الأفكار التي يكونها المجرب عن معاملاته المدروسة. فمن خلال هذه الملاحظات قد يجد ارتباطاً بين العامل المدروس وبعض العوامل الأخرى. وفي هذه الحال يمكن اتباع طريقة تحليل التباين المرافق Analysis of Covariance لتقليل قيمة الخطأ التجريبي. ويتبع هذا الأسلوب عادة عندما يرجع التباين الموجود بين الوحدات التجريبية بشكل جزئي للاختلافات الموجودة بين الصفات المقاسة الأخرى.

6- اختيار المادة التجريبية المتجانسة قدر الإمكان: تعتبر سلامة المادة التجريبية، وتوحيد الطرائق المستخدمة في تنفيذ العمليات التجريبية في التجربة، ودرجة دقتها، من أهم العوامل المؤثرة في دقة التجربة.

(2-3) التصميم الكامل العشوائي Completely Randomized Design

يعتبر من أبسط أنواع التصاميم التجريبية ويستخدم بكثرة في جميع المجالات الاقتصادية والزراعية والطبية. يطبق هذا التصميم في البيوت الزجاجية والبلاستيكية، في المشافي، في المخابر وفي مزارع الانتاج الحيواني

(2-4) ميزات التصميم Advantages

- يسمح بأي عدد من المعاملات
- يسمح بأعداد مختلفة للوحدات التجريبية داخل المعاملات (بكلام آخر لا يشترط تساوي عدد الوحدات التجريبية في المعاملات)
- سهل الحساب وجدول تحليل التباين هو نفسه جدول تحليل التباين في اختبار F.
- يسمح بقيمة عالية لدرجة حرية الخطأ التجريبي

(2-5) عيوب التصميم Disadvantages

من عيوب هذا التصميم أنه يشترط التجانس بين الوحدات التجريبية، وفي حال عدم التجانس تنخفض دقة النتائج

(2-6) التوزيع العشوائي Randomization

يتم توزيع الوحدات التجريبية على المعاملات بإحدى طريقتين:

- بطريقة السحب بدون إعادة

إذا كان لدينا تجربة مصممة بطريقة الكامل العشوائية تحوي ثلاث معاملات وكل معاملة تحوي ثلاث وحدات تجريبية (ثلاث مكررات) ولتكن التجربة هي زراعية لزراعة ثلاثة أنواع من القمح، عند ذلك ستكون لدينا قطعة أرض فيها ٩ قطع تجريبية كما في الشكل التالي:

1	2	3
4	5	6
7	8	9

شكل(2-1) توزيع القطع التجريبية

للتوزيع العشوائي نقوم بكتابة حرف A على ثلاث وريقات، وحرف B على ثلاث وريقات وحرف C على ثلاث وريقات، ثم نطوي الوريقات ونضعها في كيس أو صندوق ونخلطها جيدا، ثم نسحب ورقة ونضعها في القطعة الأولى ونسحب ورقة ثانية ونضعها في القطعة الثانية، وهكذا حتى ننتهي من كل الوريقات، ثم نفتح الوريقات داخل كل قطعة ونسجل رقم المعاملة وقد تكون كما يلي:

A	C	A
B	A	C
C	B	B

شكل(2-2) التوزيع العشوائي للقطع التجريبية

وقد تكون كما يلي:

A	B	A
B	A	C
C	B	A

شكل(2-3) التوزيع العشوائي للقطع التجريبية

وقد نحصل على أشكال أخرى.

- طريقة الأرقام العشوائية
- نقوم بتوليد أرقام عشوائية بعدد الوحدات التجريبية في التجربة
- نعطي رتباً للقيم المولدة
- نعطي أول مجموعة من الرتب (بعدد تكرار المعاملة) للمعاملة الأولى وثاني مجموعة من الرتب للمعاملة الثانية وهكذا.

مثال(2-7) طبق طريقة الأرقام العشوائية على المثال السابق

جدول(2-1) قيم عشوائية

المعاملة	الرتبة	الرقم العشوائي	تسلسل
C	7	230	1
B	5	200	2
B	6	210	3
B	4	185	4
A	1	111	5
A	2	125	6
A	3	128	7
C	8	300	8
C	9	500	9

المصدر: افتراضي

وبالتالي سيكون التوزيع العشوائي كما يلي:

جدول(2-2) المعاملات وما يقابلها من قيم

1 C	2 B	3 B
4 B	5 A	6 A
7 A	8 C	9 C

المصدر: افتراضي

مثال(2-8) اختبار الفرق بين درجات الطلاب في ثلاثة شعب للصف السابع من الذكور فقط هنا لدينا تجربة كاملة عشوائية وذلك لوجود التجانس بين الوحدات التجريبية.

مثال(9-2) اختبار زيادة الوزن نتيجة استخدام أربعة أنواع من التغذية لحيوانات من نفس الصنف والوزن والعمر .

(2-7) النموذج الرياضي للتصميم Mathematical Model

$$X_{ij}=X_{ij}$$
$$X_{ij}= X_{ij} + \bar{x} - \bar{x} + \bar{x_i} - \bar{x}_i$$
$$X_{ij}= \bar{x} + (\bar{x_i} - \bar{x}) + (x_{ij} - \bar{x}_i)$$
$$X_{ij}= \bar{x} + \alpha_i + E_{ij} \qquad (2-1)$$

يدعى النموذج (2-1) النموذج الرياضي للتصميم الكامل العشوائي وفيه:

X_{ij} – تمثل الوحدة التجريبية رقم j في المعاملة i

α_i – تأثير المعاملة

E_{ij} – الخطأ

يفسر هذا النموذج بالشكل التالي: إن قيمة أية وحدة تجريبية هي عبارة عن المتوسط الحسابي مضافاً له تأثير المعاملة ومضافا له الخطأ التجريبي.

(2-8) طريقة الحساب

تتم عملية الحساب وفق طريقتين:

A – الطريقة الأولى

- مجموع مربعات الانحرافات الكلي

$$sso = \sum_i \sum_j \left(x_{ij} - \bar{x} \right)^2$$

- مجموع مربعات الانحرافات داخل المعاملات

$$sst = \sum_i \sum_j \left(x_{ij} - \bar{x}_1 \right)^2$$

- مجموع مربعات الانحرافات بين المجموعات

$$sse = \sum_i \sum_j \left(\bar{x}_i - \bar{x} \right)^2$$
$$sso = sse + sst$$

• متوسط مربعات الانحرافات داخل المعاملات

$$mst = \frac{sst}{k-1}$$

• متوسط مربعات الانحرافات بين المعاملات (الخطأ التجريبي)

$$mse = \frac{sse}{N-k} \qquad N = \sum_i n_i$$

• قيمة F

$$F = \frac{mst}{mse}$$

أما قيمة F الجدولية فتستخرج من جداول توزيع F عند درجتي حرية (درجة حرية الانحرافات داخل المعاملات ودرجة الحرية للخطأ التجريبي):

$df1=k-1 \qquad df2=N-k$

وتتم المقارنة وفق القواعد التالية:

• $F>F(0.01,df1,df2)$

وفي هذه الحالة توجد فروق معنوية عالية بين المجموعات المدروسة، أي أن واحد على الأقل من متوسطات المجموعات المدروسة يتفوق على باقي المتوسطات بفروق عالية.

• $F< F(0.05,df1,df2)$

وفي هذه الحالة لا توجد فروق معنوية بين المجموعات المدروسة، أي أنه لا يوجد أي متوسط يتفوق على باقي المتوسطات بفروق عالية.

• $F(0.05,df1,df2)< F < F(0.01,df1,df2)$

وفي هذه الحالة توجد فروق معنوية عادية بين المجموعات المدروسة أي أن واحد على الأقل من متوسطات المجموعات المدروسة يتفوق على باقي المتوسطات بفروق عادية.

ملاحظة: إذا وقعنا في الحالة الثانية، فإن الاختبار يكون قد انتهى أما الوقوع في الحالة الثالثة والأولى يوجب علينا الانتقال إلى المقارنات الزوجية لمعرفة أي المجموعات تتفوق على الأخرى.

ملاحظة(2-1) من الآن فصاعداً سنرمز لعدد المعاملات بالرمز t ولعدد الوحدات التجريبية بالعدد r (المكررات)

B – الطريقة الثانية

a. المجموع العام

$$G = \sum_i \sum_j x_{ij}$$

b. معامل التصحيح

$$C.F. = \frac{G^2}{N}$$

c. مجموع مربعات الانحرافات الكلي

$$Sso = \sum_i \sum_j x_{ij}^2 - C.F.$$

d. مجموع مربعات الانحرافات داخل المعاملات(T_i *مجموع المعاملة i*)

$$Sst = \frac{\sum_i T_i}{ni} - C.F$$

e. مجموع مربعات الانحرافات بين المعاملات

Sse=sso-sst

f. متوسط مجموع مربعات الانحرافات داخل المعاملات

mst=sst/ (t-1)

g. متوسط مجموع مربعات الانحرافات بين المعاملات (الخطأ التجريبي)

mse=sse/(N-t)

h. حساب قيمة F

F=mst/mse

مثال(2-10) أجريت تجربة لدراسة عامل التغذية بأربعة مستويات على زيادة الوزن الحي، طبقت على 40 حيوان من البقر من نفس الصنف والوزن والعمر، والمطلوب بين هل توجد فروق في متوسط زيادة الوزن تبعاً لنوع العليقة المستخدمة في التغذية.

الحل:

واضح أن التجربة المناسبة هي تصميم الكامل العشوائي لوجود تجانس في الوحدات التجريبية.

جدول(3-2) قيم زيادة الوزن(كغ)

نوع الغذاء الأول A	نوع الغذاء الثانيB	نوع الغذاء الثالث C	نوع الغذاء الرابع D
7	6	7	6
4	12	9	5
5	9	6	5
3	12	8	2
2	11	4	1
2	11	7	5
7	10	11	4
7	8	8	2
6	11	7	4
7	10	3	6

المصدر: افتراضي

جدول (4-2) المتوسطات والمجموع للمعاملات

	A	B	C	D
T_i	50	100	70	40
$\bar{x}_i$	5	10	7	4

المصدر: افتراضي

الحساب وفق الطريقة الثانية:

a. المجموع العام

$$G=\sum_i\sum_j x_{ij}=\left(7+4+\cdots+6\right)=260$$

b. معامل التصحيح

$$C.F.=\frac{G^2}{N}=\left(260\right)^2/40=1690$$

c. مجموع مربعات الانحرافات الكلي

$$Sso=\sum_i\sum_j x_{ij}^2-C.F=\left(7^2+4^2+\cdots+6^2\right)-1690=358$$

d. مجموع مربعات الانحرافات داخل المعاملات

$$Sst = \frac{\sum_i T_i^2}{ni} - C.F = \left(50^2 + 100^2 + 70^2 + 40^2\right)/10 - 1690 = 210$$

e. مجموع مربعات الانحرافات بين المعاملات

Sse=sso-sst = 358- 210=148

f. متوسط مجموع مربعات الانحرافات داخل المعاملات

mst=sst/ (t-1) = 210/3=70

g. متوسط مجموع مربعات الانحرافات بين المعاملات (الخطأ التجريبي)

mse=sse/ (N-t) =148/ (40-4) =148/36=4.11

h. حساب قيمة F

F=mst/mse =70/4.11 =17.03

i. $F(0.05,3,36) = 2.88$

j. $F(0.01,3,36) = 4.42$

جدول(5-2) تحليل التباين

S.O.V	df	ss	ms	F	F(0.05)= 2.88 F(0.01) =4.42
Between group	3	210	70	17.03	* *
Within Group Error	36	148	4.11		
Total	39	358			

المصدر: حسبت من المثال السابق.

بالمقارنة نجد: $F>F(0.01,3,36)$

أي سوف نرفض الفرضية الابتدائية والتي نصها:

$H_o: \overline{x_1} = \overline{x_2} = \overline{x_3} = \overline{x_4}$

ونأخذ النظرية البديلة:

$H_1: \overline{x_i} \neq \overline{x_j}$ *for some i & j*

التفسير:

a. هناك فروق معنوية عالية بين المعاملات المدروسة، وهناك واحد على الأقل من المعاملات المدروسة يتفوق على باقي المعاملات بفروق معنوية عالية.

b. هناك نوع واحد من الغذاء على الأقل يعطي زيادة في الوزن بشكل مختلف عن باقي الأنواع.

الطريقة الأولى:

a. المتوسط العام

$\bar{x}$= (5+10+7+4)/4=6.5

b. مجموع مربعات الانحرافات الكلي

$$ss0=\sum_i \sum_j \left(x_{ij}-\bar{x}\right)^2 = (7-6.5)^2 + (4-6.5)^2 + \ldots\ldots\ldots + (6-6.5)^2$$
$$=358$$

c. مجموع مربعات الانحرافات بين المعاملات

$$sst=\sum_i \sum_j (\bar{x}_i-\bar{x})^2=10[(5-6.5)^2+(10-6.5)^2+(7-6.5)^2+$$
$$+(4-6.5)^2]=10[2.25+12.25+0.25+6.25]=210$$

d. مجموع مربعات الانحرافات داخل المجموعات

$$sse=\sum_i \sum_j \left(x_{ij}-\bar{x}_i\right)^2 = (7-5)^2+\ldots..+(7-5)^2$$
$$+(6-10)^2+\ldots\ldots\ldots+(6-10)^2$$
$$+(7-7)^2+\ldots\ldots\ldots.+(3-7)^2$$
$$+(6-4)^2+\ldots\ldots\ldots..+(6-4)^2$$
$$=148$$

e. باقي الحسابات كما في الطريقة السابقة تماماً

إذا كانت $F>F(\alpha,df1,df2)$ هذا يعني أن هناك واحد على الأقل من المعاملات يختلف عن باقي المعاملات بفروق معنوية، في هذه الحالة يجب إكمال التحليل باستخدام اختبار LSD (Least Significant Difference) اختبار أقل فرق معنوي.

(2-9) اختبار (Least Significant Difference) اختبار أقل فرق معنوي

لدينا من اختبار T للفرق بين متوسطي عينتين:

$$T=\frac{\bar{x}_1-\bar{x}_2}{sd} \rightarrow \bar{x}_1-\bar{x}_2 = T.sd$$

$$\bar{x}_1-\bar{x}_2 = T.\sqrt{\frac{2mse}{r}}$$

وفي حال كانت المكررات للمعاملات المقارنة غير متساوية:

$$\bar{x}_1 - \bar{x}_2 = T.\sqrt{\frac{mse}{r_1} + \frac{mse}{r_2}}$$

$$LSD1 = t(0.05, N-t).\sqrt{\frac{2mse}{r}}$$

$$LSD2 = t(0.01, N-t).\sqrt{\frac{2mse}{r}}$$

وتتم المقارنات وفق الطريقة التالية:

1. $|\bar{x}_i - \bar{x}_j| > LSD2 \qquad i \neq j$

وهنا نميز حالتين:

- $\bar{x}_i - \bar{x}_j < 0$

بفروق عالية وهذا يعني أن المعاملة الثانية تتفوق على المعاملة الأولى

- $\bar{x}_i - \bar{x}_j > 0$

هذا يعني أن المعاملة الأولى تتفوق على الثانية بفروق عالية.

2. $|\bar{x}_i - \bar{x}_j| < LSD1 \qquad i \neq j$

وفي هذه الحالة لا توجد فروق معنوية بين بين المعاملتين المذكورتين.

3. $LSD2 > |\bar{x}_i - \bar{x}_j| > LSD1$

هناك فروق معنوية عادية بين المعاملات المدروسة.

مثال(2-12) طبق اختبار LSD على المثال السابق (رمزنا للمعاملة الأولى بـA وللمعاملة الثانية بـB وهكذا)

$t(0.05, 36) = 2.03$

$t(0.01, 36) = 2.73$

$$LSD1 = 2.03 \cdot \sqrt{\frac{2 \times 4.11}{10}} = 1.84$$

$$LSD2 = 2.73 \cdot \sqrt{\frac{2 \times 4.11}{10}} = 2.47$$

جدول(5-2) اختبار أقل فرق معنوي

LSD1=1.84		LSD2=2.47
$\overline{x_i} - \overline{x_j}$	القيمة	النتيجة
$\overline{x_1} - \overline{x_2}$ A-B	-5	** B يتفوق على A بفروق عالية
$\overline{x_1} - \overline{x_3}$ A-C	-2	*- C يتفوق على A بفروق عادية
$\overline{x_1} - \overline{x_4}$ A-D	1	--لا يوجد فروق بين D و A
$\overline{x_2} - \overline{x_3}$ B-C	3	** B يتفوق على C بفروق عالية
$\overline{x_2} - \overline{x_4}$ B-D	6	** B يتفوق على D بفروق عالية
$\overline{x_3} - \overline{x_4}$ C-D	3	** C يتفوق على D بفروق عالية

المصدر: حسبت من المثال السابق

الترتيب حسب الأفضلية يتم وفق الخطوات التالية:

a. نرتب المعاملات تنازلياً حسب قيمة المتوسط.

B C A D

b. نضع أول معاملة وهي المعاملة التي تملك أكبر متوسط وهو في مثالنا B

c. نقارن إن كان هناك فروق بين المعاملة ذات المتوسط الأعلى والمعاملة التي تليها إن كانت هناك فروق بينهما نضعها إلى يسارها وإن لم يكن فيها فروق نضعها أسفلها في مثالنا السابق سوف ترتب المعاملات كما يلي:

$$B \Rightarrow C \Rightarrow \begin{matrix} A \\ D \end{matrix}$$

ملاحظة(2-2) تتم المقارنات بين المعاملات وفق معيارين:

- مقارنة جميع المعاملات مع معاملة واحدة وهنا نقول إننا نقارن مع معاملة الشاهد. كأن نقارن إنتاجية عدة أصناف من البطاطا المحلية مع صنف مستورد.

- أن نقارن كل معاملة مع جميع المعاملات الأخرى (نسميها مقارنات متعددة)، كأن نقارن عدة أصناف من القمح لاختيار الصنف الأفضل.

(2-9) اختبار دونكان للمقارنات الفردية. LSR(Least significant Range)

يفضل استخدام هذا النوع من الاختبار عندما يكون لدينا مقارنات متعددة ويتم وفقاً للخطوات التالية:

a. نحسب الخطأ المعياري:

$$S_r = \sqrt{\frac{mse}{r}}$$

نستخرج قيم SSR من جداول دنكان عند درجة الحرية للخطأ التجريبي.

b. نحسب قيم LSR عند درجة الخطأ المطلوبة

$$LSR = SSR \times S_r$$

c. نقوم بالمقارنات

مثال(2-12) طبق اختبار دنكان على المثال السابق

الحل:

$$S_r = \sqrt{\frac{mse}{r}} = \sqrt{\frac{4.11}{10}} = 0.64$$

a. نستخرج قيم جدول SSR(0.05,36)

جدول (2-7) قيم LSR

LSR(0.05,36)	1.782	1.935	1.996
LSR(0.01,36)	2.475	2.574	2.645

المصدر: حسبت من الجدول السابق

b. نرتب المتوسطات تصاعديا كما يلي:

عدد المقارناتK	2	3	4
SSR(0.05,36)	2.78	3.018	3.114
SSR(0.01,36)	3.861	4.015	4.126

جدول (2-8) المتوسطات مرتبة

المعاملة	A	D	B	C
المتوسط	4	5	7	10

المصدر: حسبت من المثال السابق

جدول(9-2) المقارنات المتعددة

عدد المقارنات	المقارنة	الفرق	LSR(0.05,36)	LSR(0.01,36)
4	C-A	6 **	1.996	2.645
3	C-D	5 **	1.935	2.574
2	C-B	3**	1.782	2.475
3	B-A	3**	1.935	2.574
2	B-D	2*-	1.782	2.475
2	D-A	1--	1.782	2.475

المصدر: حسبت من المثال السابق

يمكن تلخيص النتائج في جدول كما يلي:

جدول(10-2) مقارنات مختصرة

مستوى المعنوية	المعاملات ومتوسطاتها			
	A	B	C	D
	4	7	10	5
0.05	c	b	a	c
0.01	c	b	a	bc

المصدر: حسبت من المثال السابق

المعاملة ذات المتوسط الأعلى تأخذ الحرف a والتي تليها تأخذ b إن كانت بينهما فروق معنوية وإلا تأخذ نفس الحرف. بشكل عام، أي معاملتين تشتركان بحرف أو أكثر لا يوجد بينهما فروق معنوية

(2-11) تحويل التجربة الكامل العشوائية إلى نموذج انحدار

لدينا حالتان:

a. مستويات العامل المدروس هي قيماً رقمية مثل عامل الدواء بثلاثة مستويات (-250 500-750)

b. مستويات العامل المدروس ليست قيم رقمية مثل عامل السماد بثلاثة مستويات (عضوي-كيميائي-مشترك)

إذا وقعنا في الحالة الأولى:

- يمكن تحويل التجربة إلى نموذج انحدار بسيط
- يمكن تحويل التجربة إلى نموذج انحدار متعدد

إذا وقعنا في الحالة الثانية يمكن تحويل التجربة الى نموذج انحدار متعدد فقط.

ملاحظة(2-3): عند تحويل التجربة الى نموذج انحدار بسيط يعطينا النموذج فقط هل هناك فروق معنوية بين المعاملات المدروسة دون الاشارة الى الأفضل منها

ملاحظة(2-4): عند تحويل التجربة الى نموذج انحدار متعدد يعطينا النموذج الفروق وأي المعاملات أفضل.

(2-12) تحويل التجربة الكامل العشوائية إلى نموذج انحدار بسيط

لنفرض أن العامل المدروس له مستويات رقمية لتحويل التجربة إلى نموذج انحدار بسيط نتبع الخطوات التالية:

a. نضع كل المعاملات فوق بعضها البعض ونسمي هذا المتحول Y

b. نضع متحولاً ثانياً X ومقابل كل معاملة نكرر قيمة المستوى فيصبح لدينا متحولان أحدهما عامل تابع وهو Y والثاني متحول X

c. سيكون لدينا شكل البيانات (في حال لدينا عامل بثلاث مستويات) كما يلي:

جدول(2-12) تحويل التجربة الى نموذج انحدار

المستوى	X	Y
مستوى أول	a_1	A
	a_2	
	a_3	
مستوى ثاني	b_1	B
	b_2	
	b_3	
مستوى ثالث	c_1	C
	c_2	
	c_3	

المصدر: افتراضي

وسيكون لدينا نموذج الانحدار كما يلي:

$$Y=a_0+a_1 x \qquad (2-2)$$

بأخذ مجموع الطرفين للعلاقة (2-2) نجد:

$$\sum_j y_j=Na_0+a_1 r \sum_j x_j \qquad (2-3)$$

نضرب طرفي العلاقة (2-2) بـ X_i ونأخذ مجموع الطرفين فنحصل على:

$$\sum_j x_j y_j = a_0 \, r \sum_j x_i + a_1 \, r \sum_j x_j^2 \qquad (2\text{-}4)$$

بالحل المشترك للمعادلتين (2-3) و(2-4) نحصل على قيم a_0 و a_1

مثال(2-13) لدى مراقبة ساعات العمل لمجموعة من الآلات عند درجات حرارة مختلفة كانت لدينا النتائج التالية:

جدول(2-13) بيانات عن ساعات العمل ودرجات الحرارة:

مكرر	المستوى	0	25	50	75	100
	1	53	60	67	65	58
	2	50	62	70	68	62
	3	47	58	73	62	60
	T_i	150	180	210	195	180
	$\overline{x_i}$	50	60	70	65	60

المصدر: حسبت من المثال السابق

نرتب القيم في الجدول السابق كما في الجدول (2-12)

جدول(2-14) ترتيب القيم للحساب

	Y	X		
	53	0		
A	50	0	مستوى أول	
	47	0		
	60	25		
B	62	25	مستوى ثاني	
	58	25		
	67	50		
C	70	50	مستوى ثالث	
	73	50		
	65	75		
D	68	75	مستوى رابع	
	62	75		
	58	100		
E	62	100	مستوى خامس	
	60	100		

المصدر: رتبت من المثال السابق

$\sum_j x_j$=0+25+50+75+100=250

$\sum_j T_j$=915

$\sum_j x_j^2=0^2+25^2+50^2+75^2+100^2$=18750

$\sum_j y_j$=915

$\sum_j y_j\, x_j$=0(53+50+47) +25(60+62+58+58) +50(67+70+73) +75(65+68+62) +100(58+62+60) =47625

بتعويض القيم المحسوبة أعلاه في المعادلات (2-3) و(2-4) نحصل على:

$$15a_0+3*250\ a_1=915 \qquad (2\text{-}5)$$

$$3*250\ a_0+3*18750\ a_1=47625 \qquad (2\text{-}6)$$

بحل المعادلتين (2-5) و(2-6) نحصل على:

a_0=56

a_1=0.1

وبالتالي فإن نموذج الانحدار له الشكل التالي:

$$\widehat{y_i}=56+0.1\ x_i \qquad (2\text{-}7)$$

نعوض قيم x_i في المعادلة (2-7) ونضع النتائج في الجدول التالي:

$\widehat{y_1}$=56 +0.1*0=56: $\widehat{y_2}$=56 +0.1*0=56

$\widehat{y_3}$=56 +0.1*0=56: $\widehat{y_4}$=56 +0.1*25=58.5

$\widehat{y_5}$=56 +0.1*25=58.5 :$\widehat{y_6}$=56 +0.1*25=58.5

$\widehat{y_7}$=56 +0.1*50=61: $\widehat{y_8}$=56 +0.1*50=61

$\widehat{y_9}$=56 +0.1*50=61: $\widehat{y_{10}}$=56 +0.1*75=63.5

$\widehat{y_{11}}$=56 +0.1*75=63.5

$\widehat{y_{12}}$=56 +0.1*75=63.5

$\widehat{y_{13}}$=56 +0.1*100=66

$\widehat{y_{14}}$=56 +0.1*100=66

$\widehat{y_{15}}$=56 +0.1*100=66

جدول (2-15) نتائج الحساب باستخدام نموذج الانحدار

y_i	$\widehat{y_i}$	$(y_i-\widehat{y_i})^2$
53	56	9
50	56	36
47	56	81
60	58.5	2.25

62	58.5	12.25
58	58.5	0.25
67	61	36
70	61	81
73	61	144
65	63.5	2.25
68	63.5	20.25
62	63.5	2.25
58	66	64
62	66	16
60	66	36
مجموع		542.5

المصدر: حسبت من المثال السابق

من الجدول السابق نجد أن:

$$Error = \sqrt{\frac{(y_i - \hat{y}_1)^2}{n-2}} = \sqrt{\frac{542.5}{13}} = 6.46$$

ويمكن إجراء الحسابات السابقة كما في الجدول التالي:

جدول(2-16) الحسابات لنموذج الانحدار بطريقة ثانية

y_i	$\widehat{y_t}$	$(y_i - \widehat{y_t})^2$
50	56	36
60	58.5	2.25
70	61	81
65	63.5	2.25
60	66	36

المصدر: حسبت من المثال السابق

$$Error = \sqrt{\frac{3(y_i - \hat{y}_1)^2}{n-2}} = \sqrt{\frac{3(36 + 2.25 + 51 + 2.25 + 36)}{13}} = 6.03$$

خطأ معامل الانحدار

$$Sa_1 = \sqrt{\frac{error^2}{\Sigma(x_i - \bar{x})^2}} =$$

$$= \sqrt{\frac{(6.03)^2}{3\left[(0-50)^2+(25-50)^2+(50-50)^2+(75-50)^2+(100-50)^2\right]}} = 0.04$$

ولدينا الفرضية الابتدائية والبديلة هي:

$H_0: a_1=0$

$H_1: a_1 \neq 0$

ولدينا:

$T=\frac{a_1}{sa_1}=0.1/0.04=2.5$

$T\ (0.05, 13) = 1.771$

$t > t\ (0.05, 13)$ --------→ نرفض الفرضية الابتدائية ونأخذ الفرضية البديل

أي أن معامل الانحدار معنوي.

بما أن معامل الانحدار معنوي فهذا يعني أن درجات الحرارة المختلفة تؤثر بشكل معنوي على عدد الساعات التي تعملها الألة دون توقف.

وباعتبار أننا نعمل في تصميم التجارب يمكن القول بأن هناك فروقاً معنوية بين المعاملات المدروسة، أما لو كان المعامل غير معنوي ففي هذه الحالة يمكننا القول إن درجات الحرارة المختلفة لا تؤثر على عدد ساعات العمل للآلة دون توقف، أي لا توجد فروق معنوية بين المعاملات المدروسة.

(2-13) تحويل التجربة الكاملة العشوائية إلى نموذج انحدار متعدد.

يتم تحويل التجربة المصممة بطريقة الكامل العشوائية وفقاً للخطوات التالية:

a. نضع كل المعاملات فوق بعضها البعض في عمود واحد ونسمي هذا العمود المتحول التابع Y

b. نشكل متحولات وهمية عددها يساوي عدد مستويات العامل المدروس في التجربة ناقص واحد منه .

في مثالنا السابق بما أن عدد مستويات العامل المدروس هو 5 فإن عدد المتحولات الوهمية هو 4:

c. قيم المتحولات الوهمية هي الصفر والواحد فقط

نضع المعاملة التي سنقارن معها (معاملة الشاهد) أول معاملة في قيم المتحول Y

d. قيم المتحولات لمعاملة الشاهد (أول معاملة كلها تساوي الصفر).

e. نبدأ بالمتحولات من الأسفل باتجاه الأعلى قيم كل معاملة مساوية إلى القيمة 2^{i-1} i=1,2,.....t-1 في النظام الثنائي.

وبالتالي ستكون قيم المعاملات من الاسفل باتجاه الأعلى على الترتيب كمايلي في النظام الثنائي:

$2^0=1=1$

$2^2=4=100$

$2^3=8=1000$

وهكذا.

سنحصل على نموذج انحدار متعدد وفيه:

a_0 – متوسط معاملة الشاهد

a_1 – متوسط معاملة الشاهد– متوسط المعاملة الأولى

a_2 – متوسط معاملة الشاهد – متوسط المعاملة الثانية

وهكذا.

(2-14) نظرية: عند تحويل التجربة الكامل العشوائية الى نموذج انحدار متعدد فإن:

$a_0=\overline{x_1}$ $\quad a_1=\overline{x_1}-\overline{x_2}$ $\quad a_k=\overline{x_1}-\overline{x_k}$

البرهان:

$$Y=a_0+a_1x_1+a_2x_2+\ldots\ldots+a_kx_k \tag{2-8}$$

نأخذ مجموع الطرفين للمعادلة (2-8) ثم نضربها بالمتحولات المستقلة ونأخذ المجموع في كل مرة فنحصل على جملة المعادلات التالية:

$$\sum y=Na_0+a_1\sum x_1+a_2\sum x_2+\ldots\ldots+a_k\sum x_k \tag{2-9}$$

$$\sum yx_1=a_0\sum x_1+a_1\sum x_1^2+a_2\sum x_1x_2+\ldots\ldots+a_k\sum x_1x_k \tag{2-10}$$

$$\sum yx_2=a_0\sum x_2+a_1\sum x_1x_2+a_2\sum x_2^2+\ldots\ldots+a_k\sum x_2x_k \tag{2-11}$$

$$\sum yx_k=a_0\sum x_k+a_1\sum x_1x_k+\ldots\ldots+a_k\sum x_k^2 \tag{2-12}$$

بإصلاح المعادلة (2-8) نجد:

$$\sum y = Na_0 + r\,a_1 + r\,a_2 + \ldots\ldots + r\,a_k \qquad (2\text{-}13)$$

حيث أن: $\sum_i x_i = r$

وبنفس الطريقة نصلح باقي المعادلات لتصبح:

$$B = r\,a_0 + r\,a_1 \qquad (2\text{-}14)$$

$$C = r\,a_0 + r\,a_2 \qquad (2\text{-}15)$$

$$K = r\,a_0 + r\,a_k \qquad (2\text{-}16)$$

حيث أن:

$$\sum x_1 y = B \quad \sum x_2 y = C \quad \ldots\ldots \quad \sum x_k y = K$$

نقسم المعادلات(2-14)، (2-15) و(2-16) على r فنحصل على:

$$\bar{B} = a_0 + a_1 \qquad (2\text{-}17)$$

$$\bar{C} = a_0 + a_2 \qquad (2\text{-}18)$$

$$\bar{K} = a_0 + a_k \qquad (2\text{-}19)$$

من (2-17)،(2-18) و (2-19) نجد أن:

$$a_1 = \bar{B} - a_0 \qquad (2\text{-}20)$$

$$a_2 = \bar{C} - a_0 \qquad (2\text{-}21)$$

$$a_k = \bar{K} - a_0 \qquad (2\text{-}22)$$

نعوض المعادلات (2-20)، (2-21) و(2-22) في (2-13) فحصل على:

$$\sum y = Na_0 + r(\bar{B} - a_0) + r(\bar{C} - a_0) + \cdots + r(\bar{K} - a_0) \qquad (2\text{-}23)$$

$$A + B + C + \cdots + K = (r + r + \cdots + r)a_0 + r(\bar{B} + \bar{C} + \cdots \bar{K}) - a_0(r + r + \cdots + r) \qquad (2\text{-}24)$$

$$A + B + C + \cdots + K = ra_0 + r(\bar{B} + \bar{C} + \cdots \bar{K}) \qquad (2\text{-}25)$$

$$\bar{A} + \bar{B} + \bar{C} + \cdots \bar{K} = a_0 + (\bar{B} + \bar{C} + \cdots \bar{K}) \qquad (2\text{-}26)$$

$$\bar{A} = a_0 \qquad (2\text{-}27)$$

نعوض (2-27) في (2-20)،(2-21) و(2-22) فنحصل على:

$$a_1 = \bar{B} - \bar{A} \qquad (2\text{-}28)$$

$$a_2 = \bar{C} - \bar{A} \qquad (2\text{-}29)$$

$$a_k = \bar{K} - \bar{A} \qquad (2\text{-}30)$$

وهو المطلوب.

مثال(2-13) لدينا البيانات التالية لتجربة لدراسة عامل التدريس بثلاث مستويات على تحصيل الطالب العلمي.

جدول(2-17) بيانات علامات الطلاب

A طريقة الإهمال	B طريقة العقاب	C طريقة التشجيع
60	66	65
62	67	70
72	59	66
55	55	80
63	70	90
58	60	55
64	81	67
62	65	77
50	51	85

المصدر: افتراضي

المطلوب:

a. هل يوجد فرق في التحصيل العلمي للطالب وفق طريقة التدريس

b. قارن مع الطريقة الأولى في حال وجود فروق معنوية.

الحل:

بما أن لدينا ثلاثة مستويات للعامل المدروس علينا تشكيل متحولين وهميين هما x_1 و x_2 وسنضع النتائج في الجدول التالي:

جدول(2-18) بيانات طرق التدريس

Y_1	X_1	X_2	القيمة في العشري
60	0	0	0
62	0	0	
72	0	0	
55	0	0	
63	0	0	
58	0	0	
64	0	0	
62	0	0	
50	0	0	

66	1	0	
67	1	0	
59	1	0	
55	1	0	
70	1	0	2
60	1	0	
81	1	0	
65	1	0	
51	1	0	
65	0	1	
70	0	1	
66	0	1	
80	0	1	
90	0	1	1
55	0	1	
67	0	1	
77	0	1	
85	0	1	

المصدر: حسبت من المثال السابق

إن شكل نموذج الانحدار سيكون:

$$Y_i=a_0+a_1x_1+a_2x_2$$

لدينا من البيانات:

$\bar{A}=60.67$ $\bar{B}=60.67$ $\bar{C}=60.67$

بالتعويض في المعادلات (2-27)، (2-28) و.....

نجد أن:

$$a_0=\bar{A}=60.67$$
$$a_1=\bar{B}-\bar{A}=63.67-60.67$$
$$a_2=\bar{C}-\bar{A}=72.78-60.67$$

إذن النموذج النهائي هو:

$$\hat{Y}_i=60.67+3x_1+12.11x_2 \qquad (2\text{-}31)$$

نختبر معنوية معاملات الانحدار لهذا النموذج لدينا:

$A=[x^T x]^{-1} x^T y=$

1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1

X

1	0	0
1	0	0
1	0	0
1	0	0
1	0	0
1	0	0
1	0	0
1	0	0
1	0	0
1	1	0
1	1	0
1	1	0
1	1	0
1	1	0
1	1	0
1	1	0
1	1	0
1	1	0
1	0	1
1	0	1
1	0	1
1	0	1
1	0	1
1	0	1
1	0	1
1	0	1
1	0	1

$$[x^Tx]=\begin{bmatrix}27 & 9 & 9\\ 9 & 9 & 0\\ 9 & 0 & 9\end{bmatrix} \qquad \text{المحدد} =720$$

$$[x^Tx]^{-1}=\begin{bmatrix}0.11 & -0.11 & 0.11\\ -0.11 & 0.22 & 0.11\\ -0.11 & 0.11 & 0.22\end{bmatrix}$$

$$Error^2=\frac{\Sigma(y_i-\hat{y}_1)^2}{N-3}=51.2$$

$S^2_{a1}=51.2*0.22=3.36$

$S^2_{a2}=51.2*0.22=3.36$

$$T_1=\frac{a_1}{s_{a_2}}=3/3.36=0.89 \qquad (2\text{-}32)$$

$$T_1=\frac{a_1}{s_{a_2}}=12.11/3.36=3.60 \qquad (2\text{-}33)$$

$$T(0.05,27-3)=1.71 \qquad (2\text{-}34)$$

$$T(0.01,24)=2.49 \qquad (2\text{-}35)$$

بالمقارنة بين (2-32) وكلا من (2-34) و(2-35) نجد أن معامل الانحدار a_1 غير معنوي وبالتالي فإن المعاملتين A & B لا يوجد بينهما فرق، أي لا تختلف طريقة الإهمال عن طريقة العقاب في التأثير على علامات الطلاب.

بالمقارنة بين (2-33) وكلا من (2-34) و(2-35) نجد أن معامل الانحدار a_2 معنوي وبالتالي فإن المعاملتين A & C يوجد بينهما فرق، أي تختلف طريقة الإهمال عن طريقة التشجيع في التأثير على علامات الطلاب.

$\hat{Y}_i=$ 60.67+	$3x_1+$	$12.11x_2$	(2-37)
	(3.36)	(3.36)	
	--	**	

(2-15) تمارين غير محلولة

لدينا البيانات التالية التي تبين علامات الطلاب في عدة مقررات

جدول(2-19) بيانات الطلاب

التاريخ	اللغة العربية	اللغة الانكليزية	الرقم
78	90	65	1
89	89	67	2
67	78	77	3
67	67	67	4
89	87	80	5
90	92	85	6
89	78	66	7
69	67	77	8
95		88	9
75			10
78			11

المصدر: افتراضي

المطلوب:

- هل يوجد فروق بين متوسطات الطلاب في المقررات أعلاه في الجدول
- رتب متوسطات الطلاب حب المقرر

الفصل الثالث

تصميم القطاعات العشوائية

Randomized Block Design

(3-1) مقدمة:

في التصميم العشوائي الكامل وجدنا أن توزيع المعاملات على وحدات التجربة كان عشوائياً دون أي قيد، وهي تقنية صالحة بالرغم من أنه قلما يكون ملائماً. وقد يكون من الواجب أحيانا تجميع الوحدات التجريبية في قطاعات لتصبح أكثر ملاءمة للتحليل الإحصائي وللتقليل من قيم الخطأ التجريبي، وبالتالي زيادة دقة النتائج.

هناك معايير عدة يتم بها تجميع الوحدات في قطاعات. ففي الحقل التجريبي مثلاً الوحدات (القطع) المتجاورة تميل إلى سلوك متشابه تقريباً خلافاً لتلك الوحدات المتباعدة عن بعضها البعض. لذا فإن القطاعات يجب أن تتشكل من مجموعات مدمجة من الوحدات المتاخمة لبعضها البعض.

أما التجارب الحيوانية التي هي من نسل أو من جنس واحد تميل لأن تسلك سلوكاً متشابهاً تقريباً بخلاف تلك الحيوانات التي هي من أنسال أو من جنس مختلف.

النسل أو الجنس هنا يمكن أن يساعدنا كعامل يمكن به تجميع الحيوانات في قطاعات. في حالات أخرى يلعب زمن تطبيق المعاملة دوراً في تمييز قطاع من آخر.

وفي التجارب الصناعية يمكن اختيار جميع الوحدات التي هي في قطاع واحد يمكن اختيارها من دفعة معينة من المواد الخام في حين أن الدفعات الأخرى من المواد الخام قد تفيد كمصدر لوحدات تجريبية لقطاعات أخرى. من العوامل التي تفيد في التمييز بين قطاعات الزمن، والقرب المكاني، والخلفية الوراثية وما إلى ذلك. وبشكل عام إن أي تجميع للوحدات في قطاعات يكون صالحاً بشرط أن يتم هذا التجميع قبل تطبيق المعاملات.

إن أية خاصية للوحدات التي يمكن تحديدها قبل بدء التجربة يمكن استخدامها كأساس للتجميع في قطاعات. ومع ذلك فإن القطاعات ستكون فعالة إذا كان التباين بين

الوحدات ضمن القطاعات أصغر من التباين الكلي لمجموعة الوحدات. وهذا يؤدي إلى أن عدداً من البيانات الخاصة بالقطاعات:

حالما يتم تجميع الوحدات في قطاعات يصبح من الأفضل التعامل مع كل قطاع على أنه وحدة تجريبية، كما يجب تطبيق المعاملات في القطاع الواحد في نفس الوقت، ويجب استكمال العمليات الحقلية في القطاع الواحد قبل الانتقال إلى القطاع الآخر. ونفس الشيء إذا كانت المشاهدات (المفردات) يتم إعدادها من أكثر من شخص حيث يجب تخصيص كل شخص في قطاع مختلف عن الآخر.

من جهة أخرى، ليس من الضروري أن تكون القطاعات بنفس الشكل. فأحياناً يكون من الضروري استخدام قطاعات غير منتظمة الشكل وذلك للحصول على وحدات متجانسة بشكل كاف. وبالمقابل ليس من الضروري أيضاً تنفيذ جميع القطاعات في نفس الموقع أو في نفس الوقت، حيث يفيد وضع القطاع في أماكن أخرى في تزويدنا بمعلومات إضافية حول استجابة المعاملة تحت شروط مختلفة.

(3-2) تصميم القطاعات العشوائية:

إن أكثر التصميمات التجريبية أهمية والذي يتضمن ميزات القطاعات هو تصميم القطاعات العشوائية، وربما يكون أكثر التصميمات استخداماً.

لبناء هذا التصميم بعدد "t" من المعاملات كل منها تتكرر "r" مرة فإنه يلزمنا (r.t) وحدة تجريبية. بدايةً، نجمع الوحدات في قطاعات عدد r قطاعاً كل منها يحتوي على "t" وحدة بطريقة تكون فيه الوحدات ضمن القطاعات متشابهة قدر الإمكان، ويتم توزيع الوحدات التجريبية على المعاملات بطريقة عشوائية وكأن كل قطاع تجربة مستقلة بذاتها.

(3-3) مميزاته Advantages:

لهذا التصميم عدد من المميزات:

1- القطاعات تزيد الدقة وذلك بإزالة مصدر من مصادر التباين من الخطأ التجريبي.

2- يمكن استخدام أي عدد من القطاعات وأي عدد من المعاملات مادامت أن كل معاملة تتكرر بنفس عدد المرات في كل قطاع.

3- التحليل الإحصائي سهل نسبياً.

(3-4) عيوبه Disadvantages:

للتصميم عدد من العيوب:

1- فقدان بعض البيانات يمكن أن يجعل التحليل أصعب.

2- تقل كفاءة التصميم إذا زاد عدد المعاملات وزاد حجم القطاع.

3- إذا كانت الوحدات التجريبية متجانسة يصبح التصميم العشوائي الكامل أكثر كفاءة.

مثال(3-1) تجربة لدراسة عامل نوعية الإطار بثلاثة مستويات على طول عمر الإطار في السيارات من نوع (مازدا – تويوتا – هونداي).

هذه التجربة يجب أن تنفذ بتصميم القطاعات العشوائية لأن هناك مصدران للتباين هما:

a. نوعية الإطار

b. نوع السيارة

مثال(3-2) تجربة لدراسة تأثير عامل الدواء بثلاثة مستويات على طول فترة الشفاء لدى المرضى من الرجال والنساء.

هذه التجربة يجب تصميمها بطريقة القطاعات العشوائية لوجود مصدرين للتباين هما:

a. الدواء

b. الجنس

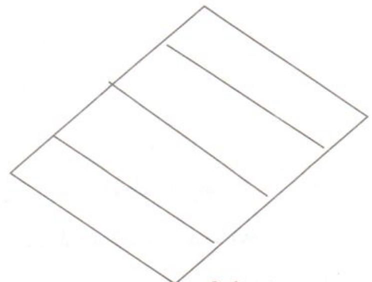
مثال(3-3) تجربة لدراسة عامل التسميد بثلاثة مستويات على إنتاجية القمح القاسي في أرض مائلة.

هذه التجربة تنفذ بطريقة القطاعات العشوائية لوجود مصدرين للتباين هما:

a. التسميد

b. ميول الأرض

وفي هذه الحالة يجب أن نقسم الأرض إلى قطاعات متعامدة مع ميول الأرض كما الشكل التالي:



شكل(3-1) يبن تعامد القطاعات مع الميل

مثال(3-4) تجربة لدراسة عامل الكلية بثلاثة مستويات على معدل الطلاب في صفوف مختلفة.

لدينا أيضاً مصدران للتباين هما:

- الكلية.
- السنوات.

ويجب أن تكون القطاعات هي السنوات.

ملاحظة(3-1) عدد القطاعات يشير إلى عدد المكررات.

(3-5) التوزيع العشوائي Randomization:

يتم توزيع المعاملات على الوحدات التجريبية في كل قطاع بشكل منفصل عن القطاعات الأخرى، بكلام آخر يعامل كل قطاع على أنه تجربة مستقلة.

مثال(3-5) تجربة لدراسة تأثير عامل السماد بأربعة مستويات على إنتاجية البطاطا حيث زرعت كل معاملة في ثلاث مكررات.

المطلوب: ارسم الشكل المعبر عن التجربة وتوزيع الوحدات التجريبية على المعاملات علماً أن التجربة مصممة بطريقة القطاعات العشوائية.

الحل:

- لدينا أربع معاملات لأن لدينا أربعة مستويات (عدد المعاملات في التجربة يساوي عدد مستويات العامل المدروس).
- عدد القطاعات يساوي ثلاثة قطاعات لأن عدد المكررات يساوي عدد القطاعات.

نقسم الأرض كما في الشكل التالي:

بيانات التجربة				
القطاعات	1	2	3	4
	5	6	7	8
	9	10	11	12

شكل(2-3) طريقة تقطيع الأرض

بعد تقسيم الأرض بالشكل السابق نكتب على أربع وريقات الأحرف A,B,C,D ثم نطويها ونضعها في صندوق، ثم نسحب ورقة بدون إعادة ونضعها في القطعة الأولى، ونسحب ورقة ثانية ونضعها في القطعة الثانية، وهكذا حتى الرابعة، ثم نفتح الأوراق ونسجل أسماء المعاملات، ونعيد نفس العملية في القطاع الثاني ومن ثم في القطاع الثالث وقد نحصل على التوزيع التالي:

جدول (1-3) توزع القطع التجريبية على المعاملات

القطاعات				
	B	C	A	D
	C	A	B	D
	A	B	D	C

المصدر: حسبت من المثال السابق

(3-6) النموذج الرياضي لتصميم القطاعات العشوائية

إذا كان لدينا t معاملة وr قطاع فإن الشكل العام لقيم التجربة ترتب كما يلي:

جدول (2-3) شكل الوحدات التجريبية في تصميم القطاعات

معاملة١	معاملة٢	…………	معاملة t		
x_{11}	x_{21}	.	x_{t1}	R_1	$\overline{R_1}$
x_{12}	x_{22}	.	x_{t2}	R_2	$\overline{R_1}$
.	.	.	.		
x_{1r}	x_{2r}	.	x_{tr}	R_r	$\overline{R_1}$
T_1	T_2		T_r	$T=\sum T_i$	
$\overline{T}_1$	$\overline{T}_2$		$\overline{T}_t$	$\overline{T}$	

المصدر: افتراضي

المتوسط العام للتجربة يعطى بالعلاقة التالية:

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^{t} T_i}{r \times t} \qquad (3\text{-}1)$$

$$X_{ij} = X_{ij}$$

$$X_{ij} = X_{ij} + \bar{x} - \bar{x} + \bar{x} - \bar{x} + \bar{R}_J - \bar{R}_J + \bar{T}_I - \bar{T}_I \qquad (3\text{-}2)$$

$$J = 1, 2, \ldots\ldots r$$
$$I = 1.2\ldots\ldots t$$

$$X_{ij} = \bar{x} + \left(\bar{R}_J - \bar{x}\right) + \left(\bar{T}_I - \bar{x}\right) + \left(X_{ij} + \bar{x} + - \bar{R}_J + \bar{T}_I - \bar{T}_I\right) \qquad (3\text{-}3)$$

$$\left(X_{ij} - \bar{x}\right) = \left(\bar{R}_J - \bar{x}\right) + \left(\bar{T}_I - \bar{x}\right) + \left(X_{ij} + \bar{x} + - \bar{R}_J + \bar{T}_I - \bar{T}_I\right) \qquad (3\text{-}4)$$

يمكن كتابة العلاقة (*3-3*) كما يلي:

$$X_{ij} = \bar{x} + \alpha_i + \beta_j + e_{ij} \qquad (3\text{-}5)$$

حيث أن: β_j –تأثير القطاع

α_i – تأثير المعاملة

e_{ij} – الخطأ

العلاقة (3-5) يمكن قراءتها كما يلي:

أي قيمة لأية وحدة تجريبية في تجربة مصممة بطريقة القطاعات العشوائية هي عبارة عن المتوسط العام للوحدات التجريبية + تأثير القطاع + تأثير المعاملة + الخطأ

المعادلة (3-5) تسمى النموذج الرياضي للقطاعات العشوائية.

بتربيع طرفي المعادلة(3-4) وأخذ المجموع على i & j نجد:

$$\sum_{i=1}^{t}\sum_{j=1}^{r} \left(x_{ij} - \bar{x}\right)^2 = \sum_{i=1}^{t}\sum_{j=1}^{r}(\bar{T}_\iota - \bar{x})^2 + \sum_{i=1}^{t}\sum_{j=1}^{r}\left(\bar{R}_J - \bar{x}\right)^2$$
$$+ \sum_{i=1}^{t}\sum_{j=1}^{r}\left(x_{ij} + \bar{x} - \bar{R}_J + \bar{T}_\iota - \bar{T}_i\right)^2 \quad (3\text{-}4)$$

لدينا:

$$\sum_{i=1}^{t}\sum_{j=1}^{r}(\bar{T}_\iota - \bar{x})^2 = r\sum_{i=1}^{t}(\bar{T}_\iota - \bar{x})^2 = sst$$

$$\sum_{i=1}^{t}\sum_{j=1}^{r}\left(\bar{R}_J - \bar{x}\right)^2 = t\sum_{i=1}^{r}\left(\bar{R}_J - \bar{x}\right)^2 = ssr$$

$$\sum_{i=1}^{t}\sum_{j=1}^{r}\left(x_{ij} + \bar{x} - \bar{R}_J + \bar{T}_\iota - \bar{T}_i\right)^2 = sse$$

$$\sum_{i=1}^{t}\sum_{j=1}^{r}\left(x_{ij} - \bar{x}\right)^2 = sso$$

$$Sso = sst + ssr + sse$$

$$mst = \frac{sst}{t-1}$$

$$msr=\frac{ssr}{r-1}$$

$$mse=\frac{sse}{(r-1)(t-1)}$$

$$F1=\frac{mst}{mse}$$

$$F2=\frac{msr}{mse}$$

يعطى جدول تحليل التباين كما يلي:

جدول (3-3) جدول تحليل التباين للقطاعات العشوائية

Two Way ANOVA Table

مصادر التباين S.O.V	df	ss	ms	F
بين المعاملات Between Groups	t-1	sst	mst	F1
بين القطاعات Between blocks	r-1	ssr	msr	F2
Error	(t-1)(r-1)	sse	mse	
المجموع Total	N-1 Rt-1	sso		

المصدر: افتراضي

نوجد قيمتي F:

F1(0.05,t-1,(r-1)(t-1)

F1(0.01,t-1,(r-1)(t-1)

ونقارن مع قيم F المحسوبة ونرى إن كان هناك فروقاً معنوية بين المعاملات المدروسة أم لا توجد فروق بينها.

مثال(3-5) في تجربة لدراسة تأثير عامل الصنف بثمانية مستويات على إنتاجية الذرة تم زراعة 32 قطعة تجريبية وصممت بطريقة القطاعات العشوائية وكان شكل التجربة كما يلي:

جدول (3-4) شكل التجربة:

A	H	B	C	G	D	E	F
C	D	B	H	A	F	G	E
F	E	A	B	C	D	H	G
A	E	D	H	C	F	G	B

المصدر: افتراضي

وبعد جمع النتائج كانت لدينا النتائج التالية:

جدول (3-5) نتائج التجربة

A	B	C	D	E	F	G	H		
9	11	10	7	16	11	15	20	99	12.38
15	10	12	4	19	15	18	21	114	14.24
14	22	21	9	13	23	24	18	144	18
28	12	25	14	29	18	33	26	165	23.13
66	55	68	34	77	67	90	85	T=542	
16.5	13.75	17	8.5	19.25	16.75	22.5	21.5	$\bar{x}$=16.93	

المصدر: حسبت من الجدول السابق

$$\bar{x}=\frac{66+55+\cdots...+85}{8x4}=16.93$$

$$\bar{x}=\frac{66+55+\cdots+85}{8\times4}=16.93$$

$$sst=r\sum_{i=1}^{t}\left(\bar{T}_1-\bar{x}\right)^2=4\left[\left(16.5-16.93\right)^2+\left(13.75-16.93\right)^2+\cdots\right.$$

$$\left.+\left(21.5-16.93\right)^2\right]=547.87$$

$$ssr=t\sum_{i=1}^{r}\left(\bar{R}_J-\bar{x}\right)^2=10\left[\left(12.38-16.93\right)^2+\cdots\left(23.13-16.93\right)^2\right]$$

$$=539.6$$

$$Sse=\sum_{j=1}^{t}\sum_{j=1}^{r}\left(x_{ij}+\bar{x}-\bar{R}_J+\bar{T}_1-\bar{T}_i\right)^2=8.61+\cdots+2.02=402.38$$

$$mst=\frac{sst}{t-1}=547.87/7=77.98$$

$$msrt=\frac{ssr}{r-1}=539.6/3=179.88$$

$$mse=\frac{sse}{(r-1)(t-1)}=402.38/21=19.6$$

$$F_1=\frac{mst}{mse}=77.98/19.6=3.65$$

$$F_2=\frac{msr}{mse}=179.88/19.6=9.38$$

جدول(6-3) التحليل التباين للتجربة السابقة

مصادر التباين S.O.V	df	ss	ms	F	F0.05	F0.01
بين المعاملات Between Groups	7	547.87	77.98	4.09	2.49	3.65
بين القطاعات Between blocks	3	539.62	179.88	9.38	3.07	4.87
Error	21	402.38	19.6			
Total المجموع	31					

المصدر: حسبت من الجدول السابق للبيانات

يتضح من الجدول مايلي:

a. هناك فروق معنوية عالية بين المعاملات المدروسة (قيمة F المحسوبة أكبر من قيمتي F الجدوليتين لاحظ السطر الثاني$F=4.09$) أي هناك صنف واحد على الأقل يتفوق على الأصناف الأخرى بفروق معنوية عالية، وبكلام آخر هناك فروق معنوية عالية بين القطاعات المدروسة

b. واحد على الأقل من القطاعات المدروسة يتفوق على باقي القطاعات بفروق معنوية عالية (لنفس السبب الموضح في الفقرة الأولى $F=9.38$).

يمكن أن تتم الحسابات السابقة بالقوانين التالية:

1-حساب المجموع العام

$$G=\sum_i \sum_j x_{ij}$$

2- حساب معامل التصحيح CF.

$$C.F = \frac{G^2}{rt}$$

3- حساب مجموع مربعات الانحرافات الكلية SSo.

$$SSo = \sum_i \sum_j x_{ij}^2 - C.F$$

4- حساب مجموع مربعات الانحرافات بين القطاعات ssr

$$SSr = \frac{\sum_i R_{i.}^2}{t} - C.F$$

5- حساب مجموع مربعات الانحرافات بين المعاملات sst

$$SSt = \frac{\sum_{i} T_j^2}{r} - C.F$$

6- حساب مجموع مربعات الانحرافات للخطأ sse

$$SSe = SSo - SSr - SSt$$

7- نحسب درجات الحرية لكل مصدر من مصادر التباين.

8- نحسب متوسطات مربعات الانحرافات لكل مصدر (MS).

9- نحسب القيمة F_r والنسبة F_t.

ويمكن أيضاً حساب معامل الاختلاف: $CV = \frac{\sqrt{MS_e}}{\bar{x}} \times 100$

(3-7) القيم المفقودة Missing values:

يشترط تصميم القطاعات العشوائية أن يكون عدد المكررات في كل المعاملات متساوياً، فإذا ما فقدت بعض البيانات فإنه يؤدي إلى عدم توازن كبير بين المعاملات أو القطاعات، فإذا ما فقدت قيمة واحدة فإننا نتبع الإجراء التالي لتقدير هذه القيمة المفقودة باستخدام الصيغة التالية:

$$\hat{x}_{ij} = \frac{r * sb + t * st - T}{(r-1)(t-1)}$$

حيث sb = مجموع القيم المتبقية في القطاع الذي فقدت منه القيمة.

st = مجموع القيم المتبقية في المعاملة التي فقدت منها القيمة.

T = المجموع العام لجميع القيم (المشاهدات).

عندما تكون جميع القيم المفقودة في نفس القطاع أو المعاملة فإن حل المشكلة يصبح أسهل حيث يتم حذف القطاع أو المعاملة بالكامل من التجربة ويتم إجراء تحليل التباين بعد إهمال كامل القطاع أو المعاملة.

(3-8) الكفاءة النسبية Relative Efficiency:

أحياناً قد يكون من المفيد معرفة درجة الدقة التي حصلنا عليها بتصميم القطاعات العشوائية بدلاً من التصميم السابق الأسهل ذي القيود الأقل. يمكن الحصول على بعض المعلومات حول ما إذا كانت طريقة القطاعات فعالة وذلك باستخدام اختبار F التقريبية

وهي F_r حيث $F_r = \frac{MS_r}{MS_e}$ وذلك كاختبار إحصائي. لكن الإجراء الأفضل يكون بحساب الكفاءة النسبية لتصميم القطاعات العشوائية مقارنةً بالتصميم العشوائي الكامل فيما لو استخدم لنفس التجربة.

تحسب الكفاءة النسبية RE كما يلي:

$$RE = \frac{(r-1)MSr + r(t-1)MSe}{(rt-1)MSe}$$

إذا كانت الكفاءة النسبية أكبر من الواحد الصحيح فإن للقطاعات كفاءة في زيادة الدقة.

مثال(3-6) احسب الكفاءة النسبية للمثال السابق

$$RE = \frac{(r-1)MSr + r(t-1)MSe}{(rt-1)MSe} = \frac{3(9.38) + 4(7)(2.97)}{31 \times (18.6)} = 0.19$$

يمكن استخدام نفس المثال لتوضيح طريقة الحساب عندما تُفقد مشاهدة من تصميم القطاعات العشوائية. فبفرض أن القطعة ذات المصدر NH_4NO_3 في النوع 3 للترب قد فقدت، فإن البيانات ستكون كما في الجدول التالي:

مثال(3-7) قدر القيمة المفقودة المشار اليها في الجدول التالي:

جدول (3-7): غلة العلف بعد فقدان مشاهدات.

	1	2	3	4	5	6	R_i
blocks	32.1	30.1	25.4	24.1	26.1	23.2	161
	35.6	31.5	27.4	33	31	24.8	183.3
	41.9	x_{23}	33.8	35.6	33.8	26.7	171.8
	35.4	30.8	31.1	31.4	31.9	26.7	187.3
T_i	145	92.4	117.7	124.1	122.8	101.4	703.4

المصدر : افتراضي

نستخدم الصيغة الرياضية لحساب القيمة البديلة (القيمة المقدرة $\hat{x}_{ij}$)

$$\hat{x}_{ij} = \frac{r * sb + t * st - x_{..}}{(r-1)(t-1)} = \frac{4(171.8) + 6(92.4) - 703.4}{(4-1)(6-1)} = 35.9$$

ثم نستبدل القيمة المفقودة ونعوضها بالقيمة البديلة (القيمة المقدرة)، ثم نجري تحليل التباين بالطريقة العادية.

(3-9) الاختبارات اللامعلمية المقابلة لتصميم الكامل العشوائي والقطاعات العشوائية

Nonparametric tests

1- اختبار كروسكال –ويللس Kruskal –Walls test

يستخدم هذا الاختبار لاختبار الفرق بين عدة مجموعات تملك قيماً رتبية، أو أن قيمها رتبت بشكل تصاعدي أو تنازلي.

الفرضية الابتدائية:

$$H_o: m_1 = m_2 = \ldots\ldots = m_k$$

الفرضية البديلة:

$$H_1: m_i \neq m_j \text{ for some of } i \,\&\, j$$

يعطى مؤشر الاختبار بالعلاقة التالية:

$$H = \frac{12}{N(N+1)} \sum_{i=1}^{k} n_i \left(\bar{T}_l - \frac{N+1}{2} \right)^2 \qquad (3\text{-}6)$$

$$\bar{T}_l = \frac{T_i}{n_i} \qquad (3\text{-}7)$$

إذا كانت الفرضية الابتدائية صحيحة فإن:

$$E\left(\bar{T}_l\right) = \frac{N+1}{2} \qquad (3\text{-}8)$$

هناك جداول خاصة بقيم هذا الاختبار وإذا كانت $n_i > 5$ فإن الاختبار يصبح قريبا من اختبار كاي مربع بـ k-1 درجة حرية ويصبح مؤشر الاختبار له كما يلي:

$$H = \frac{12}{N(N+1)} \sum_{i=1}^{k} \frac{T_i^2}{n_i} - 3(N+1) \qquad (3\text{-}9)$$

ويتم اجراء الاختبار وفقاً للخطوات التالية:

a. نرتب القيم تصاعديا ضمن كل المعاملات كأنها مجموعة واحدة.

b. نعطي للقيمة الدنيا رتبة 1 وللقيمة التي تليها القيمة 2 وهكذا.

c. نكتب القيم إلى جانب الرتب

d. نخرج *Ti* لكل مجموعة

e. نحسب قيم المؤشر من العلاقة (3-9)

f. نقارن مع قيم كاي مربع عند درجات الحرية *k-1*

مثال (3-8)

لدينا البيانات التي تمثل الضغط الذي تتحمله ثلاث مواد

جدول(3-8) بيانات عن الضغط الذي تتحمله المواد

A	B	C
207	194	288
150	146	269
197	175	288
173	186	358
147	223	229
144	143	249
192	170	346
		217
		203
		214

المصدر: افتراضي

المطلوب طبق اختبار كروسكال على هذه البيانات.

الحل:

a. نخرج الرتب للقيم السابقة

جدول(3-9) القيم مع رتبها

A	الرتبة	B	الرتبة	C	الرتبة
207	14	194	11	288	21.5
150	5	146	3	269	20
197	12	175	8	288	21.5
173	7	186	9	358	24
147	4	223	17	229	18
144	2	143	1	249	19
192	10	170	6	346	23
				217	16
				203	13
				214	15

المصدر افتراضي

b. نحسب قيم المجاميع للدرجات

$T_1=14+5+\ldots\ldots+2+10$
$T_2=11+3+\ldots\ldots+1+6$
$T_3=21.5+20+\ldots..+13+15$

c. نحسب قيمة المؤشر

$$H=\left(\frac{12}{N(N+1)}\sum_{i=1}^{3}\frac{T_i^2}{n_i}\right)-3(m+1)$$
$$=\frac{12}{24(25)}\left(\frac{54^2}{7}+\frac{55^2}{7}+\frac{100^2}{10}\right)-3(25)=14.94$$

d. نخرج قيمة المؤشر الجدولية عند درجات الحرية k-1=3-1=2 نجدها مساوية الى 10.6

e. مقارنة نجد أن هناك فروق معنوية بين المتوسطات المدروسة.

3- اختبار فريدمان Friedman Test

نستخدم هذا الاختبار عندما نقوم باختبارات لا معلمية لعدة مجموعات مصممة بواسطة القطاعات العشوائية.

الفرضية الابتدائية:

$$H_o: m_1=m_2=\cdots m_k$$
$$H_1: m_i\neq m_j \text{ for some of I \& j}$$

يعطى مؤشر الاختبار له بالعلاقة:

$$S=\frac{12}{b\times K(k+1)}\sum_{i=1}^{k}\left(T_i-\frac{b(k+1)}{2}\right)^2$$
$$=\left(\frac{12}{b\times k(k+1)}\sum_{i=1}^{k}T_i^2\right)-3b(k+1)$$

وإذا تم قبول الفرضية الابتدائية فإن:

$E(T_i)=b(k+1)/2$

مثال(9-3)

لدينا البيانات التالية التي تمثل تقييم أربعة خبراء لمنتج من ثمانة معامل حيث تم وضع درجات لكل معمل.

جدول(3-10) بيانات عن درجات تقييم المعامل

	1	2	3	4	5	6	7	8
J_1	1	2	3	4	5	6	7	8
J_2	4	1	3	2	5	6	8	7
J_3	3	4	2	1	7	5	6	8
J_4	3	1	6	2	5	4	7	8
T_i	11	8	14	9	22	21	28	31

المصدر افتراضي.

1. نحسب قيمة المؤشر

$$s=(\frac{12}{b*k(k+1)}\sum_{i=1}^{8} T_i^2)\text{-}3b(k+1)$$
$$=(\frac{12}{4*8*9}(11^2+ \text{........}+31^2)$$
$$=22.5$$

$$s=\left(\frac{12}{b\times k(k+1)}\sum_{i=1}^{8} T_i^2\right)-3b(k+1)$$

$$=\left(\frac{12}{4\times 8\times 9}\left(11^2+\cdots+31^2\right)\right)=22.5$$

2. نخرج قيمة المؤشر الجدولية عند درجات الحرية k-1=7 فنجدها تساوي 8.50.
3. بالمقارنة نجد أن هناك فروقاً معنوية بين انتاج المعامل

(3-10) تمارين غير محلولة

لدينا البيانات التالية التي تمثل إنتاجية أربعة أنواع من البطاطا زرعت في قطع متجانسة تماما.

جدول(3-11) بيانات عن إنتاجية قطع زرعت بالبطاطا.

الصنف الأول	الصنف الثاني	الصنف الثالث	الصنف الرابع
12	8	12	20
15	7	16	21
13	9	17	19
16	6	18	18
17	5	14	17
14	7	15	22
15	8	16	23
12	11	18	24
20	10	11	20
19	9	18	19

المصدر افتراضي

المطلوب:

a. اختبر الفرضية الابتدائية عند درجة الخطأ 0.05 علماً أن التجربة كانت مصممة بطريقة الكامل العشوائي

b. إن كانت هناك فروق معنوية أكمل الاختبار بواسطة اختبار *LSD* لاختيار المعاملة الأفضل ، ثم رتب المعاملات حسب الأفضلية

لدينا البيانات التالية التي تبين عدد أيام الشفاء لدى مرضى من نفس العمر والجنس تناولوا ثلاثة أنواع من المضادات الحيوية.

جدول (12-3) بيانات عن عدد أيام الشفاء لمرضى من نفس العمر والجنس

نوع ثالث	نوع ثاني	نوع أول
6	8	4
7	9	5
9	7	3
7	8	6
8	9	7
6	10	4
7	7	5
8	8	6
9	9	
	6	
	8	
	5	

المصدر : افتراضي

المطلوب:

اختبر إن كان هناك فروقاً معنوية بين متوسط فترة الشفاء لدى مجموعات المرضى تبعاً لنوعية الدواء المستخدم في حال رفض الفرضية الابتدائية رتب الدواء حسب الفاعلية علماً أن التجربة صممت بطريقة الكامل العشوائي.

a. لدينا البيانات التالية عن علامات مجموعة من الطلاب من كليات مختلفة وصفوف مختلفة.

جدول (13-3) علامات الطلاب

الطب	الزراعة	الاقتصاد	العلوم	
85	80	65	70	الصفوف
90	85	75	75	
85	70	80	80	
75	75	75	65	

المصدر: افتراضي

a. اختبر الفروق بين الكليات :اختبر الفروق بين الصفوف

b. رتب الكليات حسب المتوسطات :رتب الصفوف حسب المتوسطات

4- لدينا البيانات التي تبين الزيادة في أوزان مجموعة من الخراف غذيت بأنواع مختلفة من العلائق علماً أن الخراف من نفس الصنف ومن نفس العمر ومن نفس الوزن.

جدول (14-3) بيانات الزيادة في الوزن بعد التغذية

العليقة الثالثة	العليقة الثانية	العليقة الأولى
18	24	15
19	26	17
20	23	20
21	24	19
23	29	21
17	30	23
18	31	18
19	26	19
15	25	22
16	27	
17	26	
	25	

المطلوب:

b. اكتب الفرضية الابتدائية والفرضية البديلة

c. اختبر فرضية تساوي المتوسطات مستخدما اختبار كروسكال- ويلس علماً أن التجربة مصممة بطريقة الكامل العشوائية

5- لدينا البيانات التالية التي تبين درجات وضعها ثمانية خبراء لتقييم مجموعة من الطلاب تقدموا لمسابقة المعيدين.

مثال(2-4) تجربة لدراسة عامل عدد ساعات الدراسة بثلاث مستويات على تحصيل الطالب العلمي.

- العامل: عدد ساعات الدراسة
- الوحدة التجريبية: طالب
- عدد المعاملات:3 بعدد مستويات العامل المدروس

مثال(2-5) تجربة لدراسة تأثير المضادات الحيوية (بنسلين- أوغمانتين- ماكسيسلين) على فترة شفاء المريض

- العامل: المضادات الحيوية
- الوحدة التجريبية: مريض
- عدد المعاملات:3

مثال(2-6) تجربة لدراسة تأثير الماكسيسلين بثلاث مستويات(250-500-1000) على فترة شفاء المريض.

- العامل: ماكسيسلين.
- الوحدة التجريبية: مريض.
- عدد المعاملات:3

ملاحظة(2-2) المستوى قد يكون أنواع مختلفة أو قد يكون نوع واحد متدرج في القيمة.

(2-2) المبادئ الأساسية في تصميم التجارب Experimental Design Principles

هناك مجموعة من المبادئ والقواعد يجب اتباعها وتوافرها في كل تجربة وهي:

1- **مبدأ وحدة الاختلاف Uniformity of Variance Principle**: يقصد به تثبيت أو تحييد جميع العوامل الأخرى التي قد تؤثر على التجربة باستثناء العامل المدروس. أي توحيد جميع ظروف وشروط التجربة في كافة الوحدات أو القطع التجريبية؛ بحيث تعامل معاملة واحدة ما عدا العامل المدروس؛ بحيث يكون الاختلاف الوحيد هو بين معاملات العامل المدروس فقط. إذا صممنا تجربة لمقارنة إنتاجية مجموعة من أصناف القمح، فإننا عند زراعة الأصناف المختلفة في القطع المخصصة لها، نراعي

المطلوب:

a. اكتب الفرضية الابتدائية والفرضية البديلة.

b. اختبر الفروق بين أوزان الأولاد لمختلف الشرائح العمرية للأمهات علماً أن التجربة كانت بطريقة الكامل العشوائي.

c. رتب الأوزان وفقاً لعمر الأم مستخدما اختبار *LSD*

7- لدى معاينة المدة التي يستغرقها العداؤون لقطع مسافة *1000* متر تم اختبار ثلاث مجموعات من ثلاث مدارس وكانت لدينا البيانات التالية:

جدول (16-3) بيانات عن الفترة الزمنية لقطع 1000 متر

المدرسة الثالثة	المدرسة الثانية	المدرسة الأولى
4	4	4
4.5	4.5	3
3.5	4	4
3.7	4	3
4	4	4
5	3	3.5
3	4	3.6
4	5	4
5	3.7	3
6	4	4
4	4	3.7

المصدر: افتراضي

المطلوب:

- بين هل توجد فروق بالزمن بين مختلف المدارس في قطع المسافة.
- رتب المدارس إذا تم رفض الفرضية الابتدائية.

جدول (3-15) بيانات درجات الطلاب

	الطالب الرابع	الطالب الثالث	الطالب الثاني	الطالب الأول
الخبراء	3	1	4	1
	4	2	3	4
	3	3	4	3
	4	4	4	3
	3	4	3	4
	3	4	4	2
	3	3	2	3
	2	2	4	4

المصدر: افتراضي

المطلوب:

بين هل توجد فروق بين درجات الطلاب وفقا للتقييمات التي أعطتها اللجنة، استخدم اختبار فريدمان اللامعلمي

6-لدى مقارنة متوسط وزن الطفل الحديث الولادة وعلاقته بعمر الأم كانت لدينا البيانات التالية.

جدول (3-16) أوزان الأطفال حديثي الولادة

أكثر من 35	عمر (35-30)	عمر (30-25)	عمر (25-20)
3.5	3	4	4
3.4	3	4.5	3
3.7	2.5	4.1	2.5
3.8	4.3	4.2	3
4	3	3	2.7
3	4	3.5	4
2.8	3	4.2	3.3
4	4	4.5	3.5
3	2.5	4	2.9
2.9	3.1	3.9	4
4	3.4	3.8	4.2
3	4	4	3
2.8	3	4.2	4
4	3	3	4.4

المصدر: افتراضي

الفصل الرابع

المربع اللاتيني Latin Square

(4-1) مقدمة

يعتبر تصميم المربع اللاتيني من التصميمات التي تستخدم بكثرة وخاصة عندما تقف التصميمات الأخرى عاجزة عن الإيفاء بالغرض، ويستخدم أيضاً عندما يكون هناك أكثر من ثلاثة مصادر للتباين.

مثال(4-1) دراسة تأثير عامل التدريس بثلاث مستويات على معدلات الطلاب في الصفوف 1 & 2 & 3 من كليات العلوم والاقتصاد والزراعة.

نلاحظ في هذا المثال ثلاثة مصادر للتباين هي:

a. طريقة التدريس
b. السنوات
c. الكليات

وبالتالي لإجراء هذا الاختبار نلجأ لتصميم المربع اللاتيني.

مثال(4-2) تأثير عامل نوع الإطار بثلاثة مستويات على عمر الإطار للسيارات من نوع (تويوتا – مرسيدس – نيسان) والتي تملك محركات من حجم (1500–1800 –2000).

لدينا ثلاث مصادر للتباين هي:

a. نوع الإطار
b. نوع السيارة
c. حجم المحرك

(4-2) متى يستخدم هذا التصميم

نستخدم هذا التصميم عندما:

- يكون لدينا ثلاثة مصادر للتباين

جدول (2-4) توزيع المعاملات لمربع 4x4

B	C	A	D
C	A	D	B
A	D	B	C
D	B	C	A

المصدر : افتراضي

تم توزيع المعاملات بشكل عشوائي في السطر الأول ومن ثم تم تحريك المعاملات خطوة باتجاه اليمين في كل سطر .

جدول (3-4) توزيع المعاملات لمربع 5x5

A	B	C	D	E
B	C	D	E	A
C	D	E	A	B
D	E	A	B	C
E	A	B	C	D

المصدر : افتراضي

جدول (4-4) توزيع المعاملات لمربع 6x6

A	B	C	D	E	F
B	C	D	E	F	A
C	D	E	F	A	B
D	E	F	A	B	C
E	F	A	B	C	E
F	A	B	C	E	D

المصدر : افتراضي

ملاحظة(3-4) يجب ألا تتكرر المعاملة أكثر من مرة بالسطر والعمود

(4-4) النموذج الرياضي لتصميم المربع اللاتيني إذا رمزنا للوحدات التجريبية بالرمز X_{ij} فإنه يمكن كتابة مايلي:

$$X_{ij} = X_{ij}$$
$$X_{ij} = X_{ij} + \bar{x} - \bar{x} + \bar{x} - \bar{x} + \bar{x} - \bar{x} + \bar{R}_j - \bar{R}_j + \bar{T}_i - \bar{T}_i + \bar{C}_j - \bar{C}_j$$

حيث أن:

- يكون عدد المعاملات = عدد الصفوف = عدد المكررات وهذا شرط أساسي في تصميم المربع اللاتيني.

(4-3) التوزيع العشوائي للمعاملات على القطع التجريبية

توزع المعاملات على الوحدات التجريبية بإحدى طريقتين:

- هناك جداول خاصة وجاهزة لكل حجم من أحجام المربع اللاتيني يمكن الاستعانة بها من المراجع.
- أن توزع المعاملات بطريقة يدوية ويتم ذلك وفقا للخطوات التالية:

نوزع المعاملات في الصف الأول من التجربة بشكل عشوائي بإحدى الطرق المعروفة بمساعدة الأرقام العشوائية أو بطريقة القرعة.

نعيد كتابة نفس المعاملات الموجودة في السطر الأول بعد القيام بتحريكها خطوة واحدة إلى اليمين أو اليسار.

نقوم بتكرار نفس الخطوة الثانية في السطر الثالث بعد تحريك المعاملات بالسطر الثاني بنفس الاتجاه خطوة الى اليمين أو اليسار.

نكرر العملية إلى أن ننتهي من كل أسطر التجربة.

ملاحظة(4-1) ليس من الضروري أن توزع المعاملات في السطر الأول بشكل عشوائي وإنما يمكن كتابتها بالترتيب.

ملاحظة(4-2) قد نقوم بتحريك ترتيب المعاملات بأكثر من خطوة بكل مرة (خطوتين أو ثلاث خطوات الى اليمين أو اليسار).

مثال (4-3) شكل توزيع المعاملات لتجربة 3x3

جدول(4-1) توزيع المعاملات لمربع 3x3

A	B	C
B	C	A
C	A	B

المصدر: افتراضي

في هذا المثال تم توزيع المعاملات بالترتيب في السطر الأول، ثم تم تحريك المعاملات خطوة واحدة باتجاه اليمين في كل سطر.

e. حساب الأخطاء

$$SSE=\sum_{i=1}^{r}\sum_{j=1}^{r}\left(x_{ij}+2\bar{x}-\bar{R}_j-\bar{T}_i-\bar{C}_j\right)^2$$

f. متوسط الانحراف بين المعاملات

$$MST=\frac{SST}{t-1}$$

g. متوسط الانحراف بين الصفوف

$$MSR=\frac{SSR}{r-1}$$

h. متوسط الانحراف بين الأعمدة

$$MSC=\frac{SSC}{(r-1)(r-2)}$$

i. $F_1=\frac{MST}{MSE}$

j. $F_2=\frac{MSR}{MSE}$

k. $F_3=\frac{MSC}{MSE}$

i. ثم نخرج قيمة F الجدولية عند:

$F(\alpha,r\text{-}1,(r\text{-}1)(r\text{-}2)$

(4-6) كيفية حساب R_i و C_j

لنفرض أن لدينا تجربة مصممة بطريقة المربع اللاتيني من حجم 3x3

جدول (4-5) كيفية حساب مجموع الأعمدة والأسطر

A	B	C	R_1	$\overline{R_1}$
B	C	A	R_2	$\overline{R_1}$
C	A	B	R_3	$\overline{R_1}$
C_1	C_2	C_3		
$\overline{C_1}$	$\overline{C_2}$	$\overline{C_3}$		

X_{ij} – ترمز الى الوحدات التجريبية

$\overline{R_j}$ – متوسط الصفوف في المربع اللاتيني وذلك قبل تجميع المعاملات

$\overline{C_j}$ – متوسط الأعمدة في المربع اللاتيني وذلك قبل تجميع المعاملات

$\overline{T_i}$ – متوسط المعاملات

$$X_{ij}= \bar{x} + (\overline{T_i} - \bar{x})+(\overline{R_j} - \bar{x}) +(\overline{C_j} - \bar{x})+(X_{ij} +2 \bar{x} -\overline{R_j} - \overline{T_i} - \overline{C_j}) \qquad (4\text{-}1)$$

$$X_{ij}= \bar{x} + \alpha_i+\beta_j+\gamma_k+e_{ij} \qquad (4\text{-}2)$$

النموذج (2–4) هو النموذج الرياضي لتصميم المربع اللاتيني وفيه:

α_i – تأثير المعاملة

β_j – تأثير الصف

γ_k – تأثير العمود

e_{ij} – الخطأ

$\bar{x}$ – المتوسط العام

(4-5) قوانين حساب الاختبار في هذا التصميم

a. بتربيع طرفي العلاقة (4-1) وأخذ المجموع على I & j وحذف الحدود المساوية للصفر نحصل على:

$$(X_{ij}- \bar{x})^2=[(\overline{T_i} - \bar{x})+(\overline{R_j} - \bar{x}) +(\overline{C_j} - \bar{x})+(X_{ij} +2 \bar{x} -\overline{R_j} - \overline{T_i} - \overline{C_j})]^2 \qquad (4\text{-}3)$$

$$\sum_{i=1}^{r}\sum_{j=1}^{r}\left(x_{ij}-\bar{x}\right)^2=\sum_{i=1}^{r}\sum_{j=1}^{r}(\overline{T_i}-\bar{x})^2+\sum_{i=1}^{r}\sum_{j=1}^{r}(\overline{R_i}-\bar{x})^2$$
$$+\sum_{i=1}^{r}\sum_{j=1}^{r}(\overline{C_i}-\bar{x})^2+\sum_{i=1}^{r}\sum_{j=1}^{r}\left(x_{ij}+2\bar{x}-\overline{R_j}-\overline{T_i}-\overline{C_j}\right)^2$$

$$SSO=SST + SSR + SSC + SSE \qquad (4\text{-}4)$$

b. حساب مجموع مربعات الانحرافات بين المعاملات

$$SST=\sum_{i=1}^{r}\sum_{j=1}^{r}(\overline{T_i}-\bar{x})^2$$

c. حساب مجموع مربعات الانحرافات بين الصفوف

$$SSR=\sum_{i=1}^{r}\sum_{j=1}^{r}(\overline{R_i}-\bar{x})^2$$

d. حساب مجموع مربعات الانحرافات بين مربعات الأعمدة

$$SSC=\sum_{i=1}^{r}\sum_{j=1}^{r}(\overline{C_i}-\bar{x})^2$$

(4-7) جدول تحليل التباين للمربع اللاتيني

جدول (4-7) تحليل التباين للمربع اللاتيني

S.O.V	df	ss	ms	F	F_1	F_2
بين المعاملات	t-1	SST	MST	MST/MSE		
بين الصفوف	r-1	SSR	MSR	MSR/MSE		
بين الأعمدة	c-1	SSC	MSC	MSC/MSE		
الخطأ التجريبي	(r-1)(r-2)	SSE	MSE			
المجموع	N-1	SSO				

المصدر: رتبت من قبل المؤلف

مثال (4-4) في تجربة لدراسة تأثير عامل طريقة التدريس بثلاث مستويات على معدلات الطلاب في السنوات الأولى والثانية والثالثة في كليات العلوم والزراعة والاقتصاد، كانت لدينا تجربة مصممة بطريقة المربع اللاتيني.

جدول (4-8) نتائج الطلاب في الصفوف المختلفة

				R_j	$\bar{R}_j$
	A 7	B 6	C 8	21	7
	B 7	C 9	A 8	24	8
	C 10	A 5	B 7	22	7.33
C_j	24	20	23	67	
$\bar{C}_j$	8	6.67	7.67		7.44

المصدر: افتراضي

جدول (4-9) النتائج بعد تجميع المعاملات

	A	B	C
	7	6	8
	8	7	9
	5	7	10
T_j	20	20	27
$\bar{T}_j$	6.67	6.67	9

المصدر: افتراضي

جدول(6-4) المربع اللاتيني بعد تجميع القيم للمعاملات

X_{11}	X_{21}	X_{31}
X_{12}	X_{22}	X_{32}
X_{1r}	X_{23}	X_{33}
T_1	T_2	T_3
$\overline{T_1}$	$\overline{T_2}$	$\overline{T_3}$

هناك قوانين مختصرة لحساب قيم جدول تحليل التباين للمربع اللاتيني كمايلي:

a. نحسب المجموع العام

$$G=\sum_i \sum_j x_{ij}$$

b. حساب معامل التصحيح

$$CF=\frac{(G)^2}{N}$$ (عدد الوحدات التجريبية في كل التجربةN)

c. حساب مجموع المربعات الكلي

$$SSO=\sum_i \sum_j {x_{ij}}^2 - CF$$

d. حساب مجموع مربعات الانحرافات للصفوف

$$SSR=\frac{\sum_i R_j^2}{r-1}-CF$$ (R_j)مجموع عناصر الصف في التجربة قبل الترتيب

e. حساب مجموع مربعات الانحرافات بين الأعمدة

$$SSC=\frac{\sum_i C_j^2}{r-1}-CF$$ مجموع عناصر العمود قبل التجميع (C_j)

f. حساب مجموع مربعات الانحرافات بين المعاملات

$$SST=\frac{\sum_i T_j^2}{r-1}-CF$$ مجموع عناصر المعاملة بعد التجميع (Ti)

g. SSE=SSO-SSR-SSC-SST

h. باقي الحسابات تتم كما في الطريقة السابقة.

j. $F_1 = \frac{MST}{MSE} = 5.34/1.46 = 3.72$

k. $F_2 = \frac{MSR}{MSE} = 0.78/1.46 = 0.53$

l. $F_3 = \frac{MSC}{MSE} = 1.44/1.46 = 0.99$

m. $F(0.01,2,2) =$

n. $F(0.05,2,2) =$

o. ثم نخرج قيمة F الجدولية عند:

p. $F(0.01, r-1, (r-1)(r-2)$

جدول (4-10) جدول تحليل التباين للتجربة

S.O.V	df	ss	ms	F	F1(0.01)=99	F2(0.05)=19
بين المعاملات	t-1=2	10.86	5.44	3.72	--	--
بين الصفوف	r-1=2	1.56	0.78	0.53	--	--
بين الأعمدة	c-1=2	2.88	1.44	0.99	--	--
الخطأ التجريبي	(r-1)(r-2)=2	2.92	1.46			
المجموع	8	18.22				

بالمقارنة مع قيمة F الجدولية نجد أن:

a. لا يوجد تأثير لطريقة التدريس على معدلات الطلاب

b. لا يوجد تأثير للصف على معدلات الطلاب

c. لا يوجد تأثير للكلية على معدلات الطلاب

(4-7) تمارين غير محلولة

1. لدينا جدول تحليل التباين التالي لتجربة صممت بطريقة المربع اللاتيني

جدول (4-11) جدول تحليل التباين لتجربة مصممة بالمربع اللاتيني

S.O.V	df	ss	ms	F	F1(0.01)=	F2(0.05)=
بين المعاملات	3		5.44			
بين الصفوف	3	1.56				
بين الأعمدة		2.88				
الخطأ التجريبي			1.46			
المجموع		18.22				

المصدر: افتراضي

الحسابات:

a. المتوسط العام

$\bar{x}$=67/9=7.44

b. مجموع مربعات الانحرافات الكلي

$$SSO = \sum_{i=1}^{r}\sum_{j=1}^{r}\left(x_{ij} - \bar{x}\right)^2 =$$
$$= (7-7.44)^2 + \ldots + (7-7.44)^2 = 18.22$$

c. مجموع مربعات الانحرافات بين المعاملات

$$SST = \sum_{i=1}^{r}\sum_{j=1}^{r}(\bar{T}_\iota - \bar{x})^2 = r\sum_{i=1}^{r}\sum_{j=1}^{r}(\bar{T}_\iota - \bar{x})^2 =$$
$$=3[(6.67-7.44)^2 + (6.67-7.44)^2 + (9-7.44)^2] = 10.86$$

d. حساب مجموع مربعات الانحرافات بين الصفوف

$$SSR = \sum_{i=1}^{r}\sum_{j=1}^{r}(\bar{R}_\iota - \bar{x})^2$$
$$=3[(7-7.44)^2 + (8-7.44)^2 + (7.33-7.44)^2]$$
$$=1.56$$

e. حساب مجموع مربعات الانحرافات بين مربعات الأعمدة

$$SSC = \sum_{i=1}^{r}\sum_{j=1}^{r}(\bar{C}_\iota - \bar{x})^2$$
$$=3[(6.67-7.44)^2 + (6.67-7.44)^2 + (7.67-7.44)^2]$$
$$=2.88$$

f. حساب الأخطاء

$$SSE = SSO - SST - SSR - SSC$$
$$=18.22-10.86-1.56-2.88=2.92$$

g. متوسط الانحراف بين المعاملات

$$MST = \frac{SST}{t-1} = \frac{10.86}{2} = 5.43$$

h. متوسط الانحراف بين الصفوف

$$MSR = \frac{SSR}{r-1} = \frac{1.56}{2} = 0.78$$

i. متوسط الانحراف بين الأعمدة

$$MSC = \frac{SSC}{(r-1)} = \frac{2.88}{2} = 1.44$$

$$MSE = \frac{SSE}{(r-1)(r-2)} = \frac{2.92}{2} = 1.46$$

b. في تجربة لدراسة عامل طريقة التدريس بأربعة مستويات (مدة المحاضرة 45 دقيقة، مدة المحاضرة 60 دقيقة، مدة المحاضرة 75 دقيقة ومدة المحاضرة 90 دقيقة) على متوسط علامات الطلاب في الصفوف الأولى والثانية والثالثة والرابعة وفي أربعة مدارس وذلك في مقرر اللغة الانكليزية كانت لدينا النتائج التالية:

جدول (4-14) بيانات علامات الطلاب

A 12	B 7	C 7	D 15
B 15	C 8	D 5	A 13
C 11	D 6	A 7	B 14
D 12	A 8	B 6	C 10

المطلوب:

هل يوجد فرق بين المعاملات المطلوبة أي هل هناك من فرق بين متوسطات الطلاب وفقا لطريقة التدريس

c. في تجربة لدراسة عامل السماد بخشمة مستويات على إنتاجية خمسة أصناف من البطاطا زرعت في أرض ذات خصوبة متدرجة خمس درجات وكانت لدينا البيانات التالية:

جدول (4-15) بيانات التجربة

A 7	B 11	C 6	D 11	E 10
B 6	C 12	D 6	E 15	A 11
C 5	D 15	E 5	A 17	B 13
D 7	E 11	A 9	B 12	C 15
E 6	A 14	B 8	C 17	D 16

المصدر : افتراضي

المطلوب: بين هل يوجد فرق في الإنتاجية بين المعاملات المدروسة وفقاً لمستوى التسميد المتبع في تسميد القطع التجريبية

المطلوب:

- أكمل الجدول السابق
- اختبر المعنوية عند درجة الخطأ 0.05.
- اختبر المعنوية عند درجة الخطأ 0.01.

2. لدينا البيانات التالية التي تبين تأثير عامل التغذية بثلاث مستويات على وزن الطفل لشرائح عمرية مختلفة (ثلاث شرائح) وبثلاث أوزان مختلفة للأمهات.

جدول (4-12) بيانات عن وزن الأطفال

A 4	B 4.3	C 2.9
B 3.5	C 3.6	A 2.8
C 3.7	A 4	B 3.1

المصدر افتراضي.

المطلوب:

- هل يوجد اختلاف بين أوزان الأطفال بالنسبة لعامل التغذية
- هل يوجد تأثير لشرائح العمر على الوزن
- هل يوجد تأثير لوزن الأم على وزن الطفل

(4-7) تمارين غير محلولة

a. في تجربة لدراسة تأثير عامل السماد بثلاثة مستويات (سماد آزوتي، سماد عضوي، سماد مشترك عضوي وآزوتي) على إنتاجية ثلاث أنواع من القمح في ثلاثة أراض مختلفة الخصوبة زرعت التجربة وكانت لدينا النتائج التالية: والمطلوب:

- هل هناك اختلاف في متوسط الإنتاجية بين المعاملات وفقا لنوع السماد

جدول (4-13) بيانات التجربة

A 10	B 15	C 12
B 9	C 22	A 15
C 8	A 21	B 14

المصدر: افتراضي

الفصل الخامس

التجارب العاملية

Factorial Experiment

(5-1) تعريف

نقول إننا أمام تجربة عاملية أو أن لدينا تجربة عاملية إذا كان هناك أكثر من عامل يؤثر على المادة التجريبية.

(5-2) لماذا ندرس التجارب العاملية؟

ندرس التجارب العاملية للأسباب التالية:

- لوجود أكثر من عامل يؤثر على التجربة وذلك بغية اختصار الوقت بدل أن نصمم تجربة مستقلة لكل عامل.
- إيجاد الفعل المتبادل بين العوامل المؤثرة على المادة التجريبية
- عدم إمكانية القيام بعدة تجارب

ملاحظة(5-1) التجارب العاملية ليست تجارب جديدة بل هي تجارب يدمج فيها أكثر من عامل في تجربة واحدة وقد يكون لدينا:

- تجربة عاملية مصممة بواسطة التصميم الكامل العشوائي
- تجربة عاملية مصممة بواسطة تصميم القطاعات العشوائية.
- تجربة عاملية مصممة بواسطة تصميم المربع اللاتيني

ملاحظة(5-2) سنرمز للعامل بالأحرف الكبيرة B،A وسنرمز للمستوى بالأحرف الصغيرة b،a : نقول لدينا العامل A بـ a مستوى

مثال(5-1) تجربة لدراسة عامل المضادات الحيوية بمستويين وعامل المسكنات بمستويين على طول فترة الشفاء للمريض.

واضح أن لدينا تجربة عاملية وذلك لوجود عاملين يؤثران على التجربة نرمز للعامل الأول بالرمز A وللعامل الثاني بالرمز B.

جدول (5-3) كيفية توزيع المعاملات

المعاملة الأولى 500،اسبرين	المعاملة الثانية 750، اسبرين	المعاملة الثالثة 500، سيتامول	المعاملة الرابعة 750، سيتامول
.	.	.	.
.	.	.	.
.	.	.	.

المصدر: شكل من المثال السابق

عدد عناصر كل معاملة قد يختلف من معاملة إلى أخرى.

مثال(5-3) تجربة لدراسة تأثير عامل العمر بمستويين وعامل الوزن بمستويين وعامل الجنس بمستويين على طول فترة شفاء المريض.

عدد المعاملات في التجربة الحالية 2x2x2=8 معاملات.

a. نشكل المعاملات بين العاملين الأول والثاني

جدول (5-4) تشكيل المعاملات بين العاملين الأول والثاني

العامل	A		
a_2	a_1		
a_2b_1	a_1b_1	b_1	العاملB
a_2b_2	a_1b_2	b_2	

المصدر: شكل من المثال السابق

جدول (5-5) تشكيل المعاملات بين العاملين الأول والثاني

C			
c_2	c_1		
$a_1b_1c_2$	$a_1b_1c_1$	a_1b_1	تشكيلات العاملين A & B
$a_2b_1c_2$	$a_2b_1c_1$	a_2b_1	
$a_1b_2c_2$	$a_1b_2c_1$	a_1b_2	
$a_2b_2c_2$	$a_2b_2c_1$	a_2b_2	

المصدر: شكل من المثال السابق

جدول (5-1) توزيع المستويات

العامل A		العامل B	
a_1	المستوى الأول	b_1	المستوى الأول
a_2	المستوى الثاني	b_2	المستوى الثاني

المصدر: افتراضي

ملاحظة(5-3) عدد معاملات التجربة العاملية يساوي إلى حداء عدد مستويات العوامل الداخلة في تصميم التجربة في مثالنا السابق عدد معاملات التجربة $2x2=4$

(5-3) تشكيل المعاملات في التجربة العاملية

- إذا كانت التجربة تحوي عاملين فقط فيتم تشكيل المعاملات بأن نأخذ أول مستوى من العامل الأول ونشكله مع كل مستويات العامل الثاني، ثم نأخذ المستوى الثاني ونشكله مع كل مستويات العامل الثاني وهكذا حتى ننتهي من كل مستويات العامل الأول.
- إذا كانت التجربة تتألف من ثلاثة عوامل مثلا يتم تشكيل كل مستوى من مستويات العامل الثالث مع التشكيلات التي عملها من عاملين وهكذا لو كان لدينا أربع عوامل نأخذ تشكيلات العامل الرابع مع كل تشكيلات العوامل الثلاث.

مثال(5-2) شكل المعاملات اللازمة للمثال السابق.

جدول (5-2) تشكيلات المعاملات

العامل	A		
a_2	**a_1**		
a_2b_1	a_1b_1	**b_1**	العامل B
a_2b_2	a_1b_2	**b_2**	

المصدر: شكل من نص المثال

لو فرضنا بالتجربة السابقة أن المضادات الحيوية $a_2=750$ $a_1=500$

اسبرين $=b_1$ سيتامول$=b_2$

بالتالي ستصبح المعاملات كما يلي:

c. المعادلة (4) تمثل تأثير العامل A عند المستوى الأدنى لـ B

d. المعادلة (2) تمثل تأثير العامل A عند المستوى الأعلى لـ B

ملاحظة(5-5) المعادلتان (1) و(3) تعطيان التأثير البسيط للعامل B، بينما المعادلتان (4) و (2) تعطيان التأثير البسيط للعامل A

ملاحظة(5-6) التأثير الرئيسي لأي عامل هو متوسط التأثيرات البسيطة له.

a. التأثير البسيط للعامل A عند المستوى الأدنى لـ B

$LA1=a_2b_1-a_1b_1$

b. التأثير البسيط للعامل A عند المستوى الأعلى لـ B

$LA2=a_2b_2-a_1b_2$

c. التأثير الرئيسي للعامل A

$$LB=\frac{(a2b1-a1b1)+a2b2+a1b2}{2}=$$

$$LA=\frac{1}{2}a_2b_2+\frac{1}{2}a_2b_1-\frac{1}{2}a_1b_1-\frac{1}{2}a_1b_2$$

d. التأثير البسيط للعامل B عند المستوى الأدنى لـ A

$LB1=a_1b_2-a_1b_1$

e. التأثير البسيط للعامل B عند المستوى الأعلى لـ A

$LB2=a_2b_2-a_2b_1$ (5-5)

f. التأثير الرئيسي للعاملB

$$LB=\frac{(-a2b1-a1b1)+a2b2+a1b2}{2}=$$

$$LB=\frac{1}{2}a_2b_2+\frac{1}{2}a_1b_2-\frac{1}{2}a_1b_1-\frac{1}{2}a_1b_2$$

ملاحظة(5-7) بالنظر إلى المعادلتين (5-3) و(5-6) نجد أن الإشارة الموجبة لتأثير العامل عند مستواه الأعلى والإشارة السالبة لتأثير العامل عند مستواه الأدنى.

إن التأثير المشترك للعاملين A وB يرمز له بالرمز LAB وهو نفسه LBA ويساوي:

$$LAB=1/2[(a_2b_2-a_1b_2)-(a_1b_2-a_1b_1)]$$

(5-4) الحكم على التأثير المشترك بين العوامل بيانيا

أجريت تجربة عاملية لدراسة تأثير عاملين من المضادات الحيوية على عدد الكريات البيض في الدم وكانت لدينا النتائج التالية:

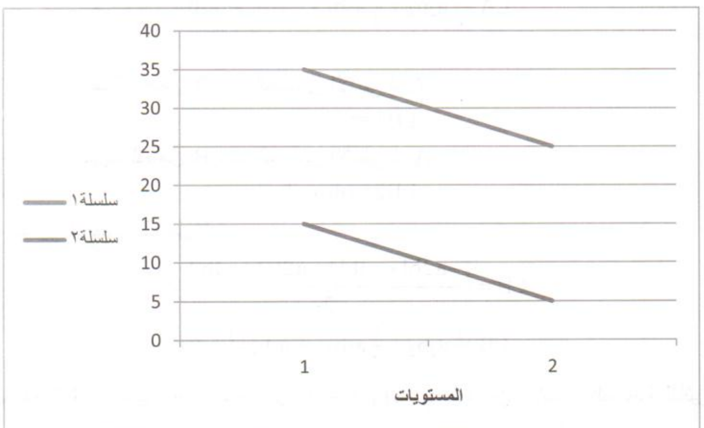
جدول (5-7) تشكيل المعاملات بين العاملين الأول والثاني

		مضاد ثاني B	
		b_1	**b_2**
مضاد أول A	a_1	a_1b_1 15	a_1b_2 35
	a_2	a_2b_1 5	a_2b_2 25

المصدر: شكل من المثال السابق

المطلوب:

ارسم بيانيا لمعرفة التأثير المشترك للعوامل.



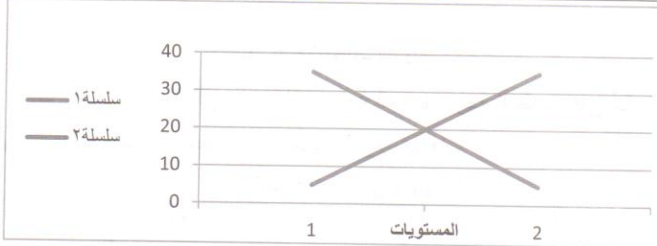
شكل (5-2) منحنيات الاستجابة

بما أن خطوط الاستجابة متوازية إذاً لا يوجد تأثير متبادل بين العاملين A و B أي لا يوجد تفاعل بين العاملين.

لو كانت بيانات الجدول (5-5) كما يلي:

جدول (8-5) تشكيل المعاملات بين العاملين الأول والثاني

		B	مضاد ثاني
		b_1	**b_2**
مضاد أول A	a_1	a_1b_1 35	a_1b_2 5
	a_2	a_2b_1 5	a_2b_2 35
المصدر : افتراضي			



شكل (3-5) منحنيات الاستجابة

بما أن خطوط الاستجابة متقاطعة ومتناظرة فإن هناك تفاعل متبادل عكسي تام

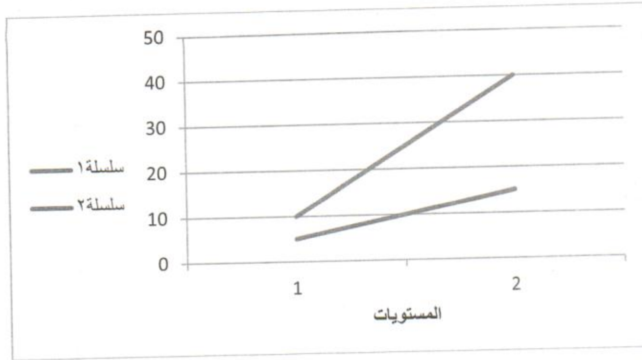
ملاحظة(8-5) إذا كانت خطوط الاستجابة متقاطعة هذا يدل على وجود تفاعل بين العوامل المدروسة، أما إن كانت غير متقاطعة فلا يوجد تفاعل بين العوامل المدروسة.

وإذا كانت متقاطعة ومتناظرة فيوجد فعل متبادل عكسي تام.

إذا كانت النتائج كما في الجدول التالي:

جدول(9-5) تشكيل المعاملات بين العاملين الأول والثاني

		B	مضاد ثاني
		b_1	**b_2**
مضاد أول A	a_1	a_1b_1 10	a_1b_2 40
	a_2	a_2b_1 5	a_2b_2 15



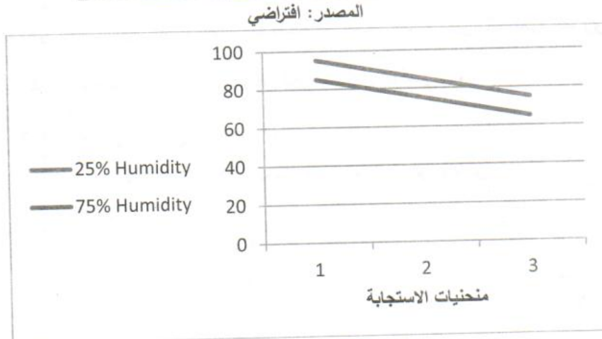
شكل (4-5) منحنيات التسوية

لدينا البيانات التالية التي تبين تأثير درجة الحرارة ودرجة الرطوبة على أداء أجهزة الكمبيوتر، والمطلوب أرسم خطوط الاستجابة واشرح معناها.

جدول (5-10) بيانات عن الرطوبة

	75% Humidity	25% Humidity
50^0	85	95
75^0	75	85
100^0	65	75

المصدر: افتراضي



شكل (5-5) خطوط الاستجابة

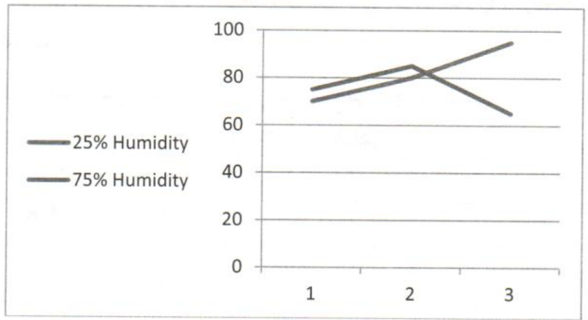
من الشكل واضح أنه لا يوجد تأثير متبادل بين الحرارة والرطوبة على أداء أجهزة الكمبيوتر.

أما لو كانت البيانات كما يلي:

جدول (5-11) بيانات عن الحرارة والرطوبة

%25الرطوبة		%75الرطوبة	
70		75	50^0
80		85	75^0
82		65	100^0

المصدر : افتراضي



شكل (5-6) خطوط الاستجابة

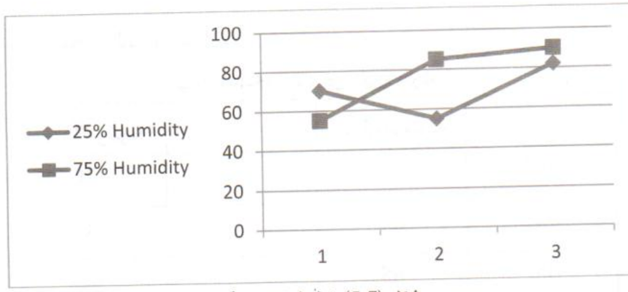
من الشكل واضح أن هناك فعل متبادل بين تأثير درجة الحرارة والرطوبة على أداء أجهزة الكمبيوتر

أما لو كانت البيانات كمايلي:

جدول (5-12) بيانات عن الحرارة والرطوبة

%25الرطوبة	%75الرطوبة	
70	55	50^0
55	85	75^0
82	8	100^0

المصدر: افتراضي



شكل (5-7) خطوط الاستجابة

من الشكل واضح أن هناك فعل متبادل بين تأثير درجة الحرارة والرطوبة على أداء أجهزة الحاسوب

مثال(5-5) أحسب التأثير البسيط والرئيسي للبيانات في الجدول التالي

جدول (5-13) بيانات افتراضية

		B		
		b_1	b_2	**LB_i**
A	a_1	a_1b_1 6	a_1b_2 **9**	**3**
	a_2	a_2b_1 **8**	a_2b_2 **13**	**5**
	LA_i	**2**	**4**	

المصدر: افتراضي

LA1=2 LA2=4

LB1=3 LB2=5

LA=1/2(2+4)=3

LB=1/2(5+3)=4

LAB=1/2[(13-9)-(8-6)]=1

LBA=1/2[(13-8)-(9-6)] =1

(5-5) جداول يتس Yets لتجربة 2^2

يمكن استخدام جداول يتس لإخراج التأثير البسيط والرئيسي للعوامل وفقاً للقواعد التالية:

1. إذا كان العامل في حده الأدنى لا يذكر
2. إذا كان في حده الأعلى يذكر أسمه فقط
3. توضع إشارة سالبة عند غياب العامل
4. توضع إشارة موجبة عند وجود العامل.

جدول (14-5) يمثل ترميز يتس لتجربة من الطراز22

ترميز المعاملات	a_1b_1	a_2b_1	a_1b_2	a_2b_2
ترميز YETS	1	a	b	ab
A	-	+	-	+
B	-	-	+	+
AB	+	-	-	+

المصدر: افتراضي

أحسب التأثيرات البسيطة والرئيسية من الجدول التالي:

جدول (15-5) بيانات افتراضية

	b_1	b_2	LB_i
a_1	a_1b_1 6	a_1b_2 **9**	3
a_2	a_2b_1 **8**	a_2b_2 **13**	5
LA_i	2	4	

المصدر: افتراضي

جدول (16-5) تطبيق يتس على الجدول (10-5)

ترميز المعاملات	a_1b_1	a_2b_1	a_1b_2	a_2b_2
ترميز YETS	1	a	b	ab
A	-6	+8	-9	+13
B	-6	-8	+9	+13
AB	+6	-8	-9	+13

المصدر: افتراضي

LA= (-6+8-9+13)/2=3

$$LB= (-6-8+9+13)/2=4$$
$$LAB= (6-8-9+13)/2=1$$

مثال(5-6) تجربة لدراسة عامل الحرارة بثلاثة مستويات وعامل الرطوبة بمستويين على درجة أداء أجهزة الكمبيوتر، كانت لدينا النتائج التالية:

جدول (5-17) بيانات أداء أجهزة الحاسوب

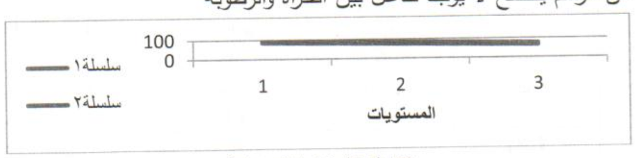
	الرطوبة	25%	50%	
درجة الحرارة				
50F		95	85	
75F		85	75	
100F		75	65	

المصدر: افتراضي

المطلوب:

هل يوجد فعل متبادل بين درجة الحرارة ودرجة الرطوبة في التأثير على أداء الكمبيوتر؟

الحل: من الرسم يتضح لا يوجد تفاعل بين الحراة والرطوبة



شكل(5-5) خطوط الاستجابة

(5-5) جداول يتس Yets لتجربة 2^3

جدول (5-18) جداول يتس

	1	a	b	c	ab	ac	bc	abc
A	-	+	-	-	+	+	-	+
B	-	-	+	-	+	-	+	+
C	-	-	-	+	-	+	+	+
AB	+	-	-	+	+	-	-	+
AC	+	-	+	-	-	+	-	+
BC	+	+	-	-	-	-	+	+
ABC	-	+	+	+	-	-	-	+

المصدر: شكلت حسب القوانين

(5-6) النموذج الرياضي لتجربة من الطراز k^2 مع التأثير الثابت للعاملين A & B

$$X_{ij}=\bar{x} + A_i + B_j + AB_{ij} + e_{ij} \qquad (5\text{-}6\text{-}1)$$

لحساب التجربة العاملية نقوم بالخطوات التالية:

a. حساب المتوسط العام للتجربة

$$\bar{x} = \frac{\sum_i \sum_j x_{ij}}{N}$$

$$\bar{x} = \frac{\sum_i \sum_j x_{ij}}{a \times b \times r} \qquad (5\text{-}6\text{-}2)$$

حيث أن:

a–عدد مستويات العامل الأول b–عدد مستويات العامل الثاني r – عدد المكررات

b. نحسب مجموع مربعات الانحرافات الكلي للتجربة كاملة.

$$SSO=\sum_i \sum_j \left(x_{ij} - \bar{x}\right)^2 \qquad (5\text{-}6\text{-}3)$$

c. حساب مجموع مربعات الانحرافات بين المعاملات للتجربة كاملة

$$SST=r\sum_i(\overline{T_i} - \bar{x})^2 \qquad (5\text{-}6\text{-}4)$$

d. حساب مجموع مربعات الانحرافات للخطأ التجريبي للتجربة كاملة.

$$SSE=SSO - SST \qquad (5\text{-}6\text{-}5)$$

e. حساب تأثير العامل A

$$SSA=[(r*a*b)/a] \sum_i(\overline{x_a} - \bar{x})^2 \qquad (5\text{-}6\text{-}6)$$

f. حساب تأثير العامل لB

$$SSB=[(r*a*b)/b] \sum_i(\overline{x_b} - \bar{x})^2 \qquad (5\text{-}6\text{-}7)$$

g. حساب التأثير المشترك للعاملين AB

$$SSAB=SST\text{-}SSA\text{-}SSB \qquad (5\text{-}6\text{-}8)$$

h. حساب متوسط الانحرافات بين المعاملات

$$MST=SST/(t\text{-}1) \qquad (5\text{-}6\text{-}9)$$

i. حساب متوسط تأثير العامل A

$$MSA=SSA/(a\text{-}1) \qquad (5\text{-}6\text{-}10)$$

j. حساب متوسط تأثير العامل B

$$MSB=SSB/(b-1) \quad (5\text{-}6\text{-}11)$$

k. حساب متوسط تأثير العاملين A & B

$$MSAB=SSAB/(a-1)(b-1) \quad (5\text{-}6\text{-}12)$$

l. حساب متوسط الخطأ التجريبي

$$MSE=\frac{SSE}{r\times a\times b-a\times b} \quad (5\text{-}6\text{-}13)$$

أو :

m. $MSE=\frac{SSE}{N-t}$ (5-6-13)

n. $F1=\frac{MST}{MSE}$ (5-6-14)

o. $F2=\frac{MSA}{MSE}$ (5-6-14)

p. $F3=\frac{MSB}{MSE}$ (5-6-14)

q. $F4=\frac{MSAB}{MSE}$ (5-6-14)

- نستخدم F_1 لاختبار الفروق بين المعاملات
- نستخدم F_2 لاختبار تأثير العامل A
- نستخدم F_3 لاختبار تأثير العامل B
- نستخدم F_4 لاختبار تأثير العاملAB

ويعطى جدول تحليل التباين لهذه التجربة كما يلي:

جدول(5-19) تحليل التباين لتجربة من الطراز k2 مع تأثير عشوائي للعوامل

S.O.V	Df	ss	ms	F
Between Groups	a*b-1	$\sum_{i=1}^{a*b}\frac{T_i^2}{r}-CF$	SST/(a*b-1)	MST/MSE
Effect Of A	a-1	$\sum_{i=1}^{a}\frac{T_{ai}^2}{b*r}-CF$	SSA/(a-1)	MSA/MSE
Effect of B	b-1	$\sum_{i=1}^{b}\frac{T_{bi}^2}{a*r}-CF$	SSB/(b-1)	MSB/MSE
Effect Of AB	(a-1)(b-1)	SST-SSA-SSB	SSAB/(a-1)(b-1)	MSAB/MSE
Error	A*b(r-1)	SSO-SST	SSE/(ab(r-1))	
Total	a*b*r-1	SSO		

المصدر: شكلت حسب المراجع

جدول (5-20) تحليل التباين لتجربة من الطراز k^2 مع تأثير عشوائي للعوامل

S.O.V	df	ss	ms	F
Between Groups	a*b-1	$\sum_{i=1}^{a*b}\frac{T_i^2}{r}-CF$	SST/(a*b-1)	MST/MSE
Effect Of A	a-1	$\sum_{i=1}^{a}\frac{T_{ai}^2}{b*r}-CF$	SSA/(a-1)	MSA/MSAB
Effect of B	b-1	$\sum_{i=1}^{b}\frac{T_{bi}^2}{a*r}-CF$	SSB/(b-1)	MSB/MSAB
Effect Of AB	(a-1)(b-1)	SST-SSA-SSB	SSAB/(a-1)(b-1)	MSAB/MSE
Error	A*b(r-1)	SSO-SST	SSE/(ab(r-1))	
Total	a*b*r-1	SSO		

المصدر: شكلت حسب المراجع

جدول (5-21) تحليل التباين لتجربة من الطراز k^2 مع تأثير مختلط للعوامل

S.O.V	df	ss	Ms	F
Between Groups	a*b-1	$\sum_{i=1}^{a*b}\frac{T_i^2}{r}-CF$	SST/(a*b-1)	MST/MSE
Effect Of A	a-1	$\sum_{i=1}^{a}\frac{T_{ai}^2}{b*r}-CF$	SSA/(a-1)	MSA/MSAB
Effect of B	b-1	$\sum_{i=1}^{b}\frac{T_{bi}^2}{a*r}-CF$	SSB/(b-1)	MSB/MSE
Effect Of AB	(a-1)(b-1)	SST-SSA-SSB	SSAB/(a-1)(b-1)	MSAB/MSE
Error	A*b(r-1)	SSO-SST	SSE/(ab(r-1))	
Total	a*b*r-1			

المصدر: شكلت حسب المراجع

مثال(5-7) في تجربة لدراسة عامل الري بثلاثة مستويات a_1,a_2,a_3 وعامل التسميد بمستويين b_1,b_2 على إنتاجية القمح القاسي من نوع شام-3 ، صممت التجربة بطريقة الكامل العشوائي وكانت لدينا النتائج التالية:

جدول (5-22) بيانات انتاجية القمح

	B					
	b_1			b_2		
	a_1	a_2	a_3	a_1	a_2	a_3
	3	6	3	10	11	12
	5	7	4	7	15	14
	7	8	3	8	10	12
	5	7	6	7	12	14
T_i	20	28	16	32	48	52
$\overline{T}_i$	5	7	4	8	12	13

المصدر : افتراضي

a. حساب المتوسط العام للتجربة.

$$\bar{x} = \frac{\sum_i \sum_j x_{ij}}{N} = \frac{196}{24} = 8.17$$

b. نحسب مجموع مربعات الانحرافات الكلي للتجربة كاملة.

$$SSO=\sum_i \sum_j \left(x_{ij} - \bar{x}\right)^2=(3-8.17)^2+\ldots+(14-8.17)^2= 307.34$$

c. حساب مجموع مربعات الانحرافات بين المعاملات للتجربة كاملة

$$SST=r\sum_i(\overline{T}_i - \bar{x})^2=4[(5-8.17)^2+\ldots+(13-8.17)^2]= 267.34$$

d. حساب مجموع مربعات الانحرافات للخطأ التجريبي للتجربة كاملة.

$$SSE=SSO - SST =307.34-267.34=40$$

e. حساب تأثير العامل A

جدول (5-23) لحساب تأثير SSA

a_1		a_2		a_3	
3	10	6	11	3	12
5	7	7	15	4	14
7	8	8	10	3	12
5	7	7	12	6	14
52		76		68	
6.5		9.5		8.5	

المصدر : من بيانات المثال

$$SSA= [(r*a*b)/a] \sum_i(\overline{x_a} - \bar{x})^2 =$$
$$= [4x3x2]/3[(6-8.17)^2+\ldots + (8.5-8.17)^2]$$
$$=37.34$$

f. حساب تأثير العامل لـB

جدول (5-24) لحساب تأثير SSB

b_1			b_2		
3	6	3	10	11	12
5	7	4	8	15	14
7	8	3	8	10	12
5	7	6	7	12	14
64			132		
5.33			11		

المصدر: من بيانات المثال

$$SSB= [(r*a*b)/b] \sum_i(\overline{x_b} - \bar{x})^2 =$$
$$= (4x3x2)/2[(5.33-8.17)^2+ (11-8.17)^2]$$
$$=192.66$$

g. حساب التأثير المشترك للعاملين AB

$$SSAB=SST-SSA-SSB =$$
$$=267.34-37.34-192.66=37.34$$

h. حساب متوسط مربعات الانحرافات بين المعاملات

$$MST=SST/ (t-1)$$
$$=267.54/5=53.47$$

i. حساب متوسط مربع تأثير العامل A

$$MSA=SSA/ (a-1)$$
$$= 37.34/2=18.67$$

j. حساب متوسط مربع تأثير العامل B

$$MSB=SSB/ (b-1)$$
$$=192.66/1=192.66$$

k. حساب متوسط تأثير العاملين A & B

$$MSAB=SSAB/ (a-1) (b-1)=37.34/3=18.67$$

1. حساب متوسط مربعات الخطأ التجريبي

$$MSE = \frac{SSE}{r*a*b-a*b}$$
$$=40/18=2.22$$

أو:

$$F_1 = \frac{53.47}{2.22} = 24.08$$

m. $F_2 = \frac{18.67}{2.22} = 8.41$

n. $F_3 = \frac{192.66}{2.22} = 86.4$

o. $F_4 = \frac{18.67}{2.22} = 8.41$

جدول (5-25) جدول تحليل التباين

S.O.V.	df	ss	ms	F	النتيجة
بين المعاملات	5	267.34	53.47	24.08	**
تأثيرالعامل A	2	37.34	18.67	8.41	**
تأثيرالعامل B	1	192.66	192.66	86.4	**
تفاعل A &B	2	37.34	18.67	8.41	**
الخطأ	18	40	2.22		
المجموع	23	307.34			

المصدر: حسبت من بيانات المثال

F (0.01, 5, 18) =4.25
F (0.05, 5, 18) =2.77
F (0.01, 2, 18) =6.1
F (0.01, 1, 18) =8.29
F (0.05, 1, 18) =4.41
F (0.02, 2, and 18) =3.55

من الجدول يتضح لدينا ما يلي:

1. يوجد فروق معنوية عالية بين المعاملات المدروسة

2. يوجد تأثير معنوي عالي لعامل الري A على الانتاجية

3. يوجد تأثير معنوي عالي لعامل التسمي B على الانتاجية

4. يوجد فعل متبادل بين الري والتسميد وله تأثير معنوي عالي على الانتاجية.

مثال(5-8) لدينا تجربة من الشكل 2^3 بمستويين وثلاثة ***عوامل وكل عامل بمستويين، في*** تجربة لدراسة عامل المضادات الحيوية بمستويين وعامل المسكنات بمستويين وعامل الجنس بمستويين، أجريت هذه التجربة وصممت بطريقة الكامل العشوائي لحساب التأثير على فترة شفاء المريض فكانت لدينا النتائج التالية:

جدول (5-26) بيانات المرضى

المضاداتA							
a_2				a_1			
b_1		b_2		b_1		b_2	
c_1	c_2	c_1	c_2	c_1	c_2	c_1	c_2
3	5	3	2	8	8	3	6
5	7	4	5	7	9	1	10
4	3	2	2	6	7	2	2
12	15	9	9	21	24	6	18
4	5	3	3	7	8	2	6

المصدر : افتراضي

a. حساب المتوسط العام للتجربة

$$\bar{x} = \frac{\sum_i \sum_j x_{ij}}{N} = \frac{114}{24} = 4.75$$

b. نحسب مجموع مربعات الانحرافات الكلي للتجربة كاملة.

$$SSO=\sum_i \sum_j \left(x_{ij} - \bar{x}\right)^2 = (3-4.75)^2+\ldots\ldots+ (2-4.75)^2==122.5$$

c. حساب مجموع مربعات الانحرافات بين المعاملات للتجربة كاملة

$$SST = r\sum_i \left(\overline{T}_1 - \bar{x}\right)^2 = 3\left[\left(4-4.75\right)^2 + \cdots + \left(6-4.75\right)^2\right] = 94.5$$

d. حساب مجموع مربعات الانحرافات للخطأ التجريبي للتجربة كاملة.

$$SSE=SSO - SST =122.5-94.5=28$$

e. حساب تأثير العامل A

جدول (5-27) لحساب تأثير SSA

a_1				a_2			
3	5	3	2	8	8	3	6
5	7	4	5	7	9	1	10
4	3	2	2	6	7	2	2
45				69			
3.75				5.75			

المصدر: حسبت من المثال

$$SSA= [(r*a*b*c)/a] \sum_i (\overline{x_a} - \bar{x})^2 =$$
$$[12]\ [(3.75-4.75)^2+\ldots + (5.75-4.75)^2]=24$$

f. حساب تأثير العامل B

جدول(5-28) لحساب تأثير SSB

b_1				b_2			
3	5	8	8	3	2	3	6
5	7	7	9	4	5	1	10
4	3	6	7	2	2	2	2
72				69			
6				3.5			

المصدر: حسبت من المثال

$$SSB= [(r*a*b*c)/b] \sum_i (\overline{x_b} - \bar{x})^2 =$$
$$= (12)\ (6-4.75)^2+ (3.5-4.75)^2]$$
$$=37.5$$

g. حساب تأثير العامل c

جدول (5-29) لحساب تأثير SSC

c_1				c_2			
3	3	8	3	5	2	8	6
4	4	7	1	7	5	9	10
5	2	6	2	3	2	7	2
48				66			
4				5.5			

المصدر: حسبت من المثال

$SSC= [(r*a*b*c)/b] \sum_i (\overline{x_b} - \bar{x})^2 =$
$= (12)\ (4-4.75)^2 + (5.5-4.75)^2]$
$=13.5$

h. حساب تأثير العامل AB

جدول (5-30) لحساب تأثير SSAB

a_1b_1		a_1b_2		a_2b_1		a_2b_2	
3	5	3	2	8	8	3	6
5	7	4	5	7	9	1	10
4	3	2	2	6	7	2	2
27		18		45		24	
4.4		3		7.5		4	

المصدر: حسبت من المثال

$GSSAB= [(r*a*b*c)/a*b] \sum_i (\overline{x_{ab}} - \bar{x})^2 =$
$= (6)\ [(4.5-4.75)^2 + \ldots + (4-4.75)^2]$
$=67.5$
$SSAB=GSSAB-SSA-SSB=6$

حساب تأثير العامل لـAC

جدول (5-31) لحساب تأثير SSAC

a_1c_1		a_1c_2		a_2c_1		a_2c_2	
3	3	5	2	8	3	8	6
5	4	7	5	7	1	9	10
4	2	3	2	6	2	7	2
21		24		27		42	
3.5		4		4.5		7	

المصدر: حسبت من المثال

$GSSAC= [(r*a*b*c)/a*c] \sum_i (\overline{x_{ac}} - \bar{x})^2 =$
$= (6)\ [(3.5-4.75)^2 + \ldots + (7-4.75)^2]$
$=43.5$
$SSAC=GSSAC-SSA-SSC=6$

1. حساب تأثير العامل لـBC

جدول (5-32) لحساب تأثير SSBC

b_1c_1		b_1c_2		b_2c_1		b_2c_2	
3	8	5	8	3	3	2	6
5	7	7	9	4	1	5	10
4	6	3	7	2	2	2	2
33		39		15		27	
5.5		6.5		2.5		4.5	

المصدر: حسبت من المثال

$$GSSBC = [(r*a*b*c)/b*c] \sum_i (\overline{x_{bc}} - \bar{x})^2 =$$
$$= (6)\,[(5.5-4.75)^2 + \ldots + (4.5-4.75)^2]$$
$$= 52.5$$

SSBC=GSSBC-SSA-SSC=1.5

SSABC=SST-SSA-SSB-SSC-SSAB-SSAC-SSBC=6

جدول (5-33) جدول تحليل التباين للمسألة السابقة

مصادر التباين	df	ss	ms	F	النتيجة
بين المعاملات	7	94.5	13.5	7.7	**
تأثير A	1	24	2.4	13.7	**
تأثير B	1	37.5	37.5	21.4	**
تأثير C	1	13.5	13.5	7.2	**
تأثير AB	1	6	6	3.4	-*
تأثير AC	1	6	6	3.4	-*
تأثير BC	1	1.5	1.5	0.86	-*
تأثير ABC	1	6	6	3.4	-*
Error	16	28	1.75		

المصدر: حسبت من المثال

F (0.05, 7, 16) = F (0.01, 7, 16) =

F (0.05, 1, 16) = F (0.01, 1, 16) =

مثال(5-9) تجربة عاملية بطريقة القطاعات العشوائية

أجريت تجربة لدراسة تأثير عاملين من المضادات الحيوية كل منهما بمستويين على عدد الكريات في وحدة المساحة من الدم وكانت لدينا النتائج التالية.

جدول (5-34) بيانات التجربة

المكرر	b_1		b_2		
	a_1	a_2	a_1	a_2	مجموع
1	39.5	38.6	27.2	24.6	129.9
2	43.1	39.5	23.2	24.2	130
3	45.2	33	24.8	22.2	125.2
مجموع	127.8	111.1	75.2	71	385.1

المصدر: افتراضي

a. نحسب المجموع العام

$G=\sum_i \sum_j x_{ij}=(39.5+\ldots+22.2)=385.1$

b. نحسب معامل التصحيح

$CF=G^2/N=385.1^2/12=12358.5$

c. حساب مجموع المربعات الكلي

$SSO=\sum_i \sum_j x_{ij}{}^2-CF=(39.5^2+\ldots+22.2^2)-12358.5$
$=818.37$

d. حساب مجموع مربعات الانحرافات بين القطاعات

$$SSR=\frac{\sum_{i=1}^{r} R_i^2}{t}-CF$$

$$=\frac{\sum_{i=1}^{r} 129.9^2+\cdots+125.2^3}{4}-12358.5=3.7$$

e. حساب مجموع مربعات الانحرافات بين المعاملات

$$SST=\frac{\sum_{i=1}^{r} T_i^2}{r}-CF$$

$$=\frac{\sum_{i=1}^{t} 127.8^2+\cdots+71^2}{3}-12358.5=765.53$$

f. حساب مجموع مربعات الخطأ التجريبي

$SSE=SSO-SSR-SST=818.37-765.53-3.76=49.08$

g. حساب تأثير العامل A

جدول (5-35) حسابات تأثير العامل A

المكرر	a_1		a_2	
1	39.5	27.2	38.6	24.6
2	43.1	23.2	39.5	24.2
3	45.2	24.8	33	22.2
T_i	127.8	75.2	111.1	71
	203		182.1	

المصدر: حسبت من بيانات المثال

$$SSA = \frac{\sum_{i=1}^{a} T_{ai}^2}{r \times a} - CF$$

$$= \frac{\sum_{i=1}^{2} 203^2 + \cdots + 182.1^2}{3 \times 2} - 12358.5 = 36.40$$

h. حساب تأثير العامل B

جدول (5-36) حسابات تأثير العامل B

المكرر	b_1		b_2	
1	39.5	38.6	27.2	24.6
2	43.1	39.5	23.2	24.2
3	45.2	33	24.8	22.2
T_i	127.8	111.1	75.2	71
	238.9		146.2	

المصدر: حسبت من المثال

$$SSB = \frac{\sum_{i=1}^{a} T_{bi}^2}{r \times a} - CF$$

$$= \frac{\sum_{i=1}^{2} 283.9^2 + \cdots + 146.2^2}{3 \times 2} - 12358.5 = 716.11$$

i. حساب تأثير العامل AB

SSAB=SST-SSA-SSB=765.53-36.4-716.11=13.02

جدول (5-37) تحليل التباين للمسألة السابقة.

S.O.V	df	ss	ms	f	
Between Groups	3	765.53	225.18	31.19	
Between Sectors	2	3.76	1.88	0.23	
Effect of A	1	36.4	36.4	4.45	
Effect of B	1	716.11	716.11	87.54	
Effect of AB	1	13.02	13.02	1.59	
Error	6	49.08	8.18		
Total	11				

$F(0.05, 3, 6) = 4.76$ $\quad$ $F(0.05, 1, 6) = 5.99$

$F(0.01, 3, 6) = 9.78$ $\quad$ $F(0.01, 1, 6) = 13.7$

بالمقارنة نجد:

1. توجد فروق معنوية عالية بين المعاملات المدروسة
2. لا يوجد تأثير للعامل A
3. يوجد تأثير عالي للعامل B
4. لا يوجد تأثير متبادل بين العاملين A & B

(5-7) المقارنات المتعددة في التجارب العاملية

1. في حال كان لدينا عاملان A و B

للعامل الأول A

$$LSD1 = t(0.05, N - a \times b) \times \sqrt{\frac{MSE}{b \times r}}$$

$$LSD2 = t(0.01, N - a \times b) \times \sqrt{\frac{MSE}{b \times r}}$$

للعامل الأول B

$$LSD1 = t(0.05, N - a \times b) \times \sqrt{\frac{MSE}{a \times r}}$$

$$LSD2 = t(0.01, N - a \times b) \times \sqrt{\frac{MSE}{a \times r}}$$

2. أما إذا كان لدينا أكثر من عاملين فإن:

$$LSD1(z) = t(0.05, N - a \times b) \times \sqrt{\frac{MSE}{N / (r \times z)}}$$

$$LSD2(z) = t(0.01, N - a \times b) \times \sqrt{\frac{MSE}{N / r \times z}}$$

حيث أن z هو عدد مستويات العامل الذي نقارن عنده.

(5-8) تحويل التجربة من طراز 2^2 إلى نموذج إنحدار متعدد

في هذه الحالة لدينا أربع معاملات وهي على الترتيب 1- a – b – ab وتتلخص الطريقة بالخطوات التالية:

1. نضع جميع المعاملات في عمود واحد فوق بعضها البعض كما في الشكل التالي:

(1)

a

b

ab

2. نشكل مجموعة من المتحولات المستقلة الوهمية عددها يساوي (4) وتكون قيمها وفقاً للقواعد التالية:

- نضع قيم المتحول الأول كلها تساوي الواحد.
- نضع للمتحولات الأخرى قيمة(−1) عندما يكون العامل في حده الأدنى.
- نضع للمتحول قيمة(1) عندما يكون العامل في حده الأعلى.

وعليه فإن مصفوفة العامل المستقل والعامل التابع ستكون كما في الجدول:

وكما هو معروف لدينا فإن مصفوفة عوامل الانحدار في نموذج الانحدار المتعدد يعطى بالعلاقة التالية:

$$[A]= [X^TX]^{-1}X^TY \qquad (5\text{-}8)$$

جدول(38-5) تشكيل العوامل المستقلة لنموذج الانحدار

$$[X^TX]=\begin{bmatrix} N & 0 & 0 & 0 \\ 0 & N & 0 & 0 \\ 0 & 0 & N & 0 \\ 0 & 0 & 0 & N \end{bmatrix} \qquad (5\text{-}9)$$

$$[X^TX]^{-1}=\begin{bmatrix} 1/N & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1/N & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1/N & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1/N \end{bmatrix} \qquad (5\text{-}10)$$

$$[X^TY]=\begin{bmatrix} 1+a+b+ab \\ a+ab-b-1 \\ b+ab-a-1 \\ ab-a-b+1 \end{bmatrix} \qquad (5\text{-}11)$$

$$[A]=\begin{bmatrix} (1+a+b+ab)/N \\ (a+ab-b-1)/N \\ (b+ab-a-1)/N \\ (ab-a-b+1)/N \end{bmatrix} \qquad (5\text{-}12)$$

مثال(5-10) في تجربة عاملية لدراسة تأثير المسكنات بمستويين والمضادات الحيوية بمستويين على طول فترة بقاء المريض في المشفى، كانت لدينا النتائج التالية:

جدول(5-39) بيانات المرضى

		A المضادات	
		a_1	a_2
المسكنات B	b_1	2	6
		5	2
	b_2	3	5
		4	4

المصدر : افتراضي

المطلوب:

شكل نموذج الانحدار الموافق للبيانات في الجدول السابق مبينا معنى كل معامل من معاملات الانحدار.

الحل:

a. نجمع المعاملات في الجدول التالي

جدول(5-40) المعاملات بعد تجميعها

	(1)	(a)	(b)	(ab)
	a_1b_1	a_2b_1	a_1b_2	a_2b_2
	2	6	3	5
	5	2	4	4
T_i	7	8	7	9

المصدر : بيانات المثال

من العلاقة (5-12) نجد أن:

$$a_0=(1+a+b+ab)/N=(7+8+7+9)/8=31/8=3.88$$

b. من العلاقة (5-12) نجد أيضاً أن:

$$a_1=(a+ab-b-1)/N=(8+9-7-7)/8=3/8=0.38$$

c. كذلك نجد أن:

$$a_2=(b+ab-a-1)/N=(7+9-8-7)/3=0.13$$

d. ومن نفس العلاقة نجد:

$$a_3=(ab-a-b-1)/N=(9-8-7+7)/8=0.13$$

e. نشكل النموذج وهو كمايلي:

$$Y=3.88+0.38x_1+0.13x_2+0.13x_1x_2$$

ملاحظة:

عند تشكيل المتحولات المستقلة يجب أن تكون جميعها متعامدة باستثناء المتحول الأول.

(5-9) التجارب العاملية من مراتب أعلى

عالجنا حتى الآن التجارب من الطراز 2^k لكن في الحياة العملية توجد تجارب تملك أكثر من مستويين وتملك أيضاً أكثر من عاملين فكيف تعالج هذه التجارب.

مثال(5-11) تجربة لدراسة عامل المضادات الحيوية بأربعة مستويات وعامل المسكنات بثلاث مستويات وعامل الجنس بمستويين على طول فترة شفاء المريض. صممت التجربة بطريقة الكامل العشوائي وكانت لدينا النتائج التالية حيث تم تكرار كل معاملة مرتين $r=2$.

الحل:

من نص المسألة يتضح أنه لدينا تجربة عاملية وذلك لوجود أكثر من عامل يؤثر على التجربة (طبعاً سوف نرمز لعامل الدواء بالرمز A ولعامل المسكنات بالرمز B ولعامل الجنس بالرمز C) ثلاثة عوامل وهي:

- عامل الدواء A وله المستويات a_1,a_2,a_3,a_4
- عامل المسكنات B وله المستويات b_1,b_2,b_3
- عامل الجنس C وله مستويان c_1,c_2
- عدد المكررات $r=2$

جدول(41-5) بيانات المرضى لفترة الشفاء

A	B	C	r_1	r_2	
a_1	b_1	c_1	3	0	3
		c_2	2	3	5
	b_2	c_1	1	4	5
		c_2	4	3	7
	b_3	c_1	3	2	5
		c_2	1	1	2
a_2	b_1	c_1	5	4	9
		c_2	6	2	8
	b_2	c_1	7	4	11
		c_2	3	3	6
	b_3	c_1	4	1	5
		c_2	2	2	4
a_3	b_1	c_1	1	3	4
		c_2	5	1	6
	b_2	c_1	2	4	6
		c_2	1	3	4
	b_3	c_1	4	4	8
		c_2	3	3	6
a_4	b_1	c_1	2	3	5
		c_2	1	4	5
	b_2	c_1	4	3	7
		c_2	4	2	6
	b_3	c_1	3	4	7
		c_2	4	3	7
			75	66	141

المصدر: افتراضي

a. نحسب المجموع العام

$$G=\sum_i \sum_j x_{ij}= (3+2+\ldots+4+3) =141$$

b. نحسب معامل التصحيح

$CF=G^2/N=141^2/48=414.19$

c. نحسب مجموع مربعات الانحرافات الكلي

$$SSO=\sum_i \sum_j x_{ij}^2 - CF$$

$$=3^2+2^2+\ldots+4^2+3^2-414.19=509-414.19=94.81$$

d. نحسب مجموع مربعات الانحرافات للمعاملات

$$SST=\frac{\sum_i T_i^2}{r}-CF=\frac{917}{2}-414.19=44.31$$

e. نحسب مجموع مربعات الأخطاء

$$SSE=SSO-SST=94.81-44.31=50.5$$

f. نشكل جدول التفاعل بين A & B

جدول(5-42) التفاعل بين A &B

	a_1	a_2	a_3	a_4	
b_1	8	17	10	10	45
b_2	12	17	10	13	52
b_3	7	9	14	14	44
	27	43	34	37	141

المصدر: حسبت من بيانات المثال

g. نحسب مجموع مربعات الانحرافات للجدول

$$SST1=\frac{8^2+17^2+\cdots+14^2}{c\times r}-CF$$

$$=\frac{1777}{8}-414.19=30.06$$

h. نحسب مجموع مربعات الانحرافات للعامل A

$$SSA=\frac{27^2+43^2+34^2+37^2}{c\times r\times b=12}-CF$$

$$=11.06$$

i. نحسب مجموع مربعات الانحرافات للعامل B

$$SSA = \frac{45^2 + 52^2 + 44^2}{c \times r \times a = 16} - CF$$
$$= \frac{6665}{16} - 414.19 = 2.37$$

j. نحسب مجموع مربعات الانحرافات للعاملين

$$SSAB = SST1 - SSA - SSB$$
$$= 30.06 - 11.06 - 2.37$$
$$= 16.63$$

k. نشكل جدول التفاعلات بين العاملين B & C

جدول(43-5) تفاعلات العاملين B & C

	b_1	b_2	b_3	
c_1	21	29	25	75
c_2	24	23	19	66
	45	52	44	141

المصدر : حسبت من بيانات المثال

l. نحسب مجموع مربعات الانحرافات للجدول

$$SST2 = \frac{21^2 + 29^2 + \cdots + 19^2}{a \times r} - CF$$
$$= \frac{3373}{8} - 414.19 = 7.43$$

m. نحسب مجموع مربعات الانحرافات للعامل C

$$SSC = \frac{75^2 + 66^2}{a \times r \times b = 24} - CF$$
$$= \frac{9981}{24} - 414.19 = 1.69$$

n. نحسب مجموع مربعات الانحرافات للعاملين B & C

SSBC=SST2 – SSC – SSB
=7.43 – 1.69 – 2.37 =3.42

o. نشكل جدول التفاعلات بين العاملين A & C

جدول(5-44) تفاعلات العاملين A & C

	a_1	a_2	a_3	a_4	
c_1	13	25	18	19	75
c_2	14	18	16	18	66
	27	43	34	37	141

المصدر: حسبت من بيانات المثال

p. نحسب مجموع مربعات الانحرافات للجدول

$$SST3 = \frac{13^2 + 25^2 + \cdots + 18^2}{b \times r} - CF$$

$$= \frac{2579}{6} - 414.19 = 15.64$$

q. نحسب مجموع مربعات الانحرافات للعاملين A & C

$$SSAC = SST3 - SSA - SSC$$
$$= 15.64 - 11.06 - 1.69 = 2.89$$

r. نحسب مجموع مربعات الانحرافات للعوامل A & B & C

$$SSABC = SST - SSA - SSB - SSC - SSAB - SSAC - SSBC$$
$$= 44.31 - 16.64 - 2.37 - 1.69 - 16.63 - 2.89 - 4.42$$
$$= 1.25$$

s. نحسب مجموع مربعات الانحرافات للمعاملات

$$SSTf = \frac{\left(3^2 + 5^2 + \cdots + 7^2\right)}{2} - CF = 44.31$$

t. نشكل جدول تحليل التباين

جدول(5-45) تحليل التباين

S.O.V	DF	SS	MS	F
بين المعاملات	23	44.31	1.93	0.92
تأثير A	3	11.06	3.69	1.76
تأثير B	2	2.37	1.19	0.56
تأثير C	1	1.69	1.69	0.80
تأثير AB	6	16.63	2.77	1.32
تأثير AC	3	2.89	0.96	0.46
تأثير BC	2	3.42	1.71	0.81
تأثير ABC	6	1.26	0.21	0.10
Error	24	50.5	2.10	

المصدر: حسبت من بيانات المثال

u. F(0.05,23,24)=1.98
v. F(0.05, 3,24)=3.01
w. F(0.05,2,24)=3.40
x. F(0.05,1,24)=4.26
y. F(0.05,6,24)=2.51
z. F(0.05,3,24)=3.01
aa. F(0.05,6,24)=2.51

من الجدول يتضح لنا ما يلي:

- لا توجد فروق بين المعاملات المدروسة
- لا يوجد تأثير لعامل المضادات
- لا يوجد تأثير للمسكنات
- لا يوجد تفاعل بين العوامل المدروسة

(5-10) استخدام جداول Yets في التجارب العاملية

أ. حالة تجربة عاملية من الطراز 2^2

تتم العملية وفق الخطوات التالية:

- نحسب المجموع العام G
- نحسب مجموع مربعات الانحرافات الكلي SSO
- نحسب مجموع مربعات الانحرافات بين المعاملات SST
- نحسب مجموع مربعات الخطأ التجريبي SSE
- نشكل جدول يتس بحيث نضع أمام المعاملة التي تملك الحد الأدنى للمعاملة1-، وأمام الحد الأعلى 1+ ونرمز لها بالرمز α_i كما في الشكل التالي:

جدول(5-46) جدول يتس لعاملين كل منها بعاملين

	(1)	a	b	ab
A	-1	+1	-1	+1
B	-1	-1	+1	+1
AB	+1	-1	-1	+1

- نحسب تأثير العامل الأول

$$SSA = \frac{\sum_{i=1}^{t} \alpha_{ai} T_i}{a \times b \times r}$$

• نحسب تأثير العامل الثاني

$$SSB = \frac{\sum_{i=1}^{t} \alpha_{bi} T_i}{a \times b \times r}$$

• نحسب تأثير العامل المشترك

$$SSAB = \frac{\sum_{i=1}^{t} \alpha_{bi} T_i}{a \times b \times r}$$

• ثم باقي الحسابات تتم كما في الحالة العادية

مثال(12-5) في تجربة لدراسة تأثير عامل السماد بمستويين وعامل الري بمستويين على إنتاجية وحدة المساحة من القمح تم تصميم تجربة في قطع تجريبية كل منها 4 متر مربع في أرض متجانسة وكررت كل معاملة 3 مرات وكانت لدينا النتائج التالية:

جدول(47-5) انتاجية القطع التجريبية كغ/ قطعة

		التسميد	
		a_1	a_2
الري	b_1	17	18
		15	17
		13	16
	b_2	14	20
		19	18
		15	16

المصدر: افتراضي

1. نشكل المعاملات في جدول جديد يناسب العمليات الحسابية الجديدة

جدول(48-5) تشكيل المعاملات

مكررات	المعاملات				
	a_1b_1	**a_1b_2**	**a_2b_1**	**a_1b_2**	
1	17	14	18	20	**69**
2	15	19	17	18	**69**
3	13	15	16	16	**60**
T_i	**45**	**48**	**51**	**54**	**198**

• نشكل جدول يتس المناسب

جدول (5-49) جدول يتس لعاملين كل منها بعاملين

	(1)	a	b	ab	المشاركة
	45	**48**	**51**	**54**	
A	-1	+1	-1	+1	6
B	-1	-1	+1	+1	12
AB	+1	-1	-1	+1	0

المصدر : حسبت من بيانات المثال

• نحسب المجموع العام

$G= (17+14+\ldots+16) =198$

• نحسب معامل التصحيح

$CF=G^2/12=198^2/12=3267$

• نحسب مجموع مربعات الانحرافات الكلية

$SSO=17^2+14^2+\ldots..+16^2-3267$

$=3314-3267=47$

• نحسب مجموع مربعات الانحرافات للمعاملات

$SST= (45^2+48^2+51^2+54^2)/3-3267$

$=9846/3 - 3267=15$

• مجموع مربعات الانحرافات للخطأ

$SSE=SSO - SST=$

$=47 - 15$

$= 32$

- $SSA=(-1x45 +1 \times 48 -1 \times 51 +1 \times 54)=6$
- $SSB=(-1 \times 45 -1 \times 48 +1 \times 51 +1 \times 54)=12$
- $SSAB=(+1 \times 45 -1 \times 48 -1 \times 51 +1 \times 54)=0$
- $MSA=SSA/1=6$
- $MSB=SSB/1=12$
- $MSAB=MSAB/1=0$

جدول(50-5) تحليل التباين

S.O.V	DF	SS	MS	F
بين المعاملات	3	15	5	1.25
العامل A	1	6	6	1.5
العامل B	1	12	12	3
العامل AB	1	0	0	0
Error	8	32	4	
Total	11	47		

المصدر: حسبت من بيانات المثال

$F(0.05, 3, 8) = 3.84$

$F(0.05, 1, 8) = 5.32$

بالمقارنة مع قيم F في الجدول نجد:

- لا يوجد فروق بين المعاملات المدروسة
- لا يوجد تأثير لعامل السماد
- لا يوجد تأثر لعامل الري
- لا يوجد تأثير متبادل بين الري والسماد للتأثير على الإنتاجية.

مثال(13-5) في تجربة لدراسة تأثير عامل نوع الإطار بمستويين وعامل وزن السيارة بمستويين وعامل نوع السيارة بمستويين على عمر الإطار في السيارات كانت لدينا النتائج التالية حيث كان عدد المكررات 3:

جدول(51-5) بيانات الإطارات

$a_1b_1c_1$	$a_1b_2c_1$	$a_2b_1c_1$	$a_2b_2c_1$	$a_1b_1c_2$	$a_1b_2c_2$	$a_2b_1c_2$	$a_2b_2c_2$
12	13	21	22	33	35	34	36
24	16	25	34	27	34	40	30
24	23	23	33	31	34	34	27
60	**52**	**69**	**89**	**91**	**103**	**108**	**93**

المصدر: افتراضي

- نحسب المجموع العام

$G=12+13+.....+27=665$

• نحسب معامل التصحيح

$$CF=G^2/24=414736/24=18426.04$$

• نحسب مجموع مربعات الانحرافات الكلي

$$SSO=12^2+13^2+\dots+27^2-18426.04$$
$$=19727-18426.04=1300.96$$

• نحسب مجموع مربعات الانحرافات للمعاملات

$$SST=(60^2+52^2+\dots\dots+93^2)/3-18426.04$$
$$=251745.7-18426.04$$

جدول(5-52) بيانات الإطارات

	$a_1b_1c_1$	$a_2b_1c_1$	$a_1b_2c_1$	$a_1b_1c_2$	$a_2b_2c_1$	$a_2b_1c_2$	$a_1b_2c_2$	$a_2b_2c_2$	
	(1)	a	b	c	ab	ac	bc	abc	
	60	69	52	91	89	108	103	93	
A	-1	+1	-1	-1	+1	+1	-1	+1	53
B	-1	-1	+1	-1	+1	-1	+1	+1	9
C	-1	-1	-1	+1	-1	+1	+1	+1	125
AB	**+1**	**-1**	**-1**	**+1**	**+1**	**-1**	**-1**	**+1**	1
AC	**+1**	**-1**	**+1**	**-1**	**-1**	**+1**	**-1**	**+1**	-39
BC	**+1**	**+1**	**-1**	**-1**	**-1**	**-1**	+1	+1	-15
ABC	**-1**	**+1**	**+1**	**+1**	**-1**	**-1**	**-1**	**+1**	-55

$$=19396.33-18426.04=970.29$$

• نحسب مجموع مربعات الخطأ

$$SSE=SSO-SST$$
$$=1300.96-970.29=330.67$$

• نحسب تأثيرات العوامل من الجدول(5-43) وهي:

Effect of A	117.04
Effect Of B	3.38
Effect of C	651.04
Effect of AB	0.04
Effect of AC	63.38
Effect of BC	9.38
Effect of ABC	126.04

جدول(53-5) تحليل التباين

S.O.V	DF	SS	MS	F
بين المعاملات	7	970.29	138.61	6.71
العامل A	1	117.04	117.04	5.66
العامل B	1	3.38	3.38	0.16
العامل C	1	651.04	651.04	31.50
العامل AB	1	0.04	0.04	0.00
العامل AC	1	63.38	63.38	3.07
العامل BC	1	9.38	9.38	0.45
العامل ABC	1	126.04	126.04	6.10
Error	16	330.67	20.67	
Total	23	1300.96		

المصدر: حسبت من بيانات المثال

- نخرج قيم F الجدولية:

$F(0.05, 7, 16) = 2.66$

$F(0.05, 1, 16) = 4.49$

- بالمقارنة مع قيم F في الجدول السابق نجد:

a. هناك فروق بين متوسطات المعاملات

b. هناك تأثير لعمر الإطار

c. لا يوجد تأثير لنوع السيارة

d. يوجد تأثير لنوع السيارة

e. لا يوجد تفاعل بين نوع الإطار ووزن السيارة

f. لا يوجد تفاعل بين نوع الإطار ونوع السيارة

g. لا يوجد تفاعل بين نوع السيارة ووزن السيارة

h. هناك تفاعل بين وزن السيارة ونوعها ونوع الإطار

مثال(13-5) مثال شامل، في تجربة لدراسة تأثير عامل الدراسة بثلاثة مستويات (دراسة بعد المحاضرة مباشرة وقبل الطعام، دراسة بعد الطعام والراحة ودراسة في أيام العطل) وعامل الجنس بمستويين على متوسط درجات الطلاب وكانت لدينا النتائج التالية:

جدول(54-5) بيانات علامات الطلاب

الدراسة	دراسة مباشرة		دراسة بعد الطعام		دراسة في العطل	
الجنس	ذكر	أنثى	ذكر	أنثى	ذكر	أنثى
	50	65	45	70	30	55
	55	70	60	65	30	65
	80	60	85	60	30	70
	65	60	65	70	55	55
	70	60	70	65	35	55
	75	55	70	60	20	60
	75	60	80	60	45	50
	65	55	60	50	40	50
Sum	535	485	535	500	285	460
Mean	66.88	60.63	66.88	62.5	35.63	57.5
Variance	106.7	24.55	175.70	42.86	117.41	50

a. نحسب المجموع العام

G=50 + 55 + … +50=2800

b. نحسب المتوسط العام

$\bar{x}$=2800/48=58.33

c. نحسب مجموع مربعات الانحرافات الكلي

SSO=$\sum_i \sum_j \left(x_{ij} - \bar{x}\right)^2$
SS0= $(50-58.33)^2$+ $(55-58.33)^2$+…...+ $(50-58.33)^2$
=8966.66

d. نحسب مجموع مربعات الانحرافات بين المعاملات

SST=r$\sum_{i=1}^{t}(\bar{x}_i - \bar{x})^2$
SST=8[$(60.63-58.33)^2$+ $(66.88-58.33)^2$+ $(62.50-58.33)^2$+ $(66.88-58.33)^2$+ $(57.5-58.33)^2$+ $(35.63-58.33)^2$] =5479.17

e. نحسب الأثر الرئيسي للجنس

جدول(5-55) جدول الجنس

الاناث a1			الذكور a2		
65	65	70	50	45	30
70	70	60	55	60	30
60	60	65	80	85	30
60	50	60	65	65	55
60	65	55	70	70	35
55	55	70	75	70	20
60	60	55	75	80	45
55	50	50	65	60	40
متوسط الاناث=60.21			متوسط الذكور=56.46		

SSA= $r * b\sum_{i=1}^{b}(\bar{x}_i - \bar{x})^2$=
=8*3[(60.21-58.33)^2+ (56.46-58.33)^2]
=168.75

f. نحسب الأثر الرئيسى لطريقة الدراسة

جدول(5-56) بيانات طريقة الدراسة

دراسة مباشرة		دراسة بعد الطعام		دراسة في العطل	
50	65	45	70	30	55
55	70	60	65	30	65
80	60	85	60	30	70
65	60	65	70	55	55
70	60	70	65	35	55
75	55	70	60	20	60
75	60	80	60	45	50
65	55	60	50	40	50
63.75		**64.69**		**46.56**	

المصدر: حسبت من بيانات المثال

SSB= $r * a\sum_{i=1}^{b}(\bar{x}_i - \bar{x})^2$=
=8*2[(63.75-58.33)^2+ (64.69-58.33)^2+ (46.56-58.33)^2]
=3332.29

g. نحسب أثر التفاعل بين العاملين

$SSAB=SST - SSA - SSB$

$=5479.17-168.75-3332.29$

$=1978.13$

h. درجات الحرية

$Df_{AxB}=Df_T-(Df_A+ Df_B) =5-(2+1) =2$

أو :

$Df_{AxB}= Df_A x\ Df_B=2x1=2$

i. مجموع مربعات الخطأ للبواقي

$SSE=\sum_i \sum_j \left(x_{ij} - \overline{x}_i\right)^2$

$= (50-66.88)^2+......+ (65-66.88)^2+$

$+.....................+$

$+ (55-57.5)^2+......+ (65-57.5)^2=$

$=3487.52$

$SSE=SSO - SST$

$=8966.66 - 5479.17$

$=3487.52$

j. نحسب المتوسطات

$MSA=SSA/ (a-1)=168.75/1=168.75$

$MSB=SSB/ (b-1)=3332.29/2=1666.15$

$MSAB=SSAB/ (a-1) (b-1)=1978.13/2=989.06$

$MSE=SSE/ (N-t)=3487.52/42=83.04$

k. نحسب قيم F

$FA=MSA/MSE=168.75/83.04$

$FB=MSB/MSE=1666.15/83.04$

$FAxB=MSAB/MSE=989.06/83.04=11.91$

جدول (57-5) تحليل التباين

S.O.V	DF	SS	MS	F
بين المعاملات	5	5479.17	1095.83	13.20
الجنس	1	168.75	168.75	2.03
الدراسة	2	3332.29	1666.15	20.07
الجنس *الدراسة	2	1978.13	989.06	11.91
Error	42	3487.5	83.06	
المجموع	47	8966.67		

المصدر: حسبت من المثال

$$\textbf{LSD1 (B)} = t\,(0.05,\,42)^* \sqrt{\frac{MSE}{ra}} = 2.02 \times 2.27$$

$$= \mathbf{4.6}$$

$$\textbf{LSD2 (B)} = t\,(0.01,\,42)^* \sqrt{\frac{MSE}{ra}} = 2.68 \times 2.27$$

$$= \mathbf{6.08}$$

ونفس الكلام بالنسبة للعامل الثاني:

$$\textbf{LSD1 (A)} = t\,(0.05,\,42)^* \sqrt{\frac{MSE}{rb}} = 2.02 \times 1.86$$

$$= \mathbf{3.76}$$

$$\textbf{LSD2 (A)} = t\,(0.01,\,42)^* \sqrt{\frac{MSE}{rb}} = 2.68 \times 1.86$$

$$= \mathbf{4.98}$$

(5-11) تصاميم القياسات المكررة Repeated measure

القياس المكرر يشير إلى الحالة التي يتم فيها استخدام نفس الوحدات التجريبية في جميع الحالات التجريبية. على سبيل المثال قد نرغب بدراسة تأثير عدد ساعات الدراسة أربع ساعات يوميا، ونفس المجموعة نقيس عليها 5 ساعات يوميا"، ونفس المجموعة أيضا نجرب عليها 6 ساعات، حيث يتم اختبار نفس الشخص بعد دراسته أربع ساعات أو خمس ساعات أو ست ساعات. وهكذا نعطي للطالب علامة بعد دراسته أربع ساعات وبعد دراسته خمس ساعات وبعد دراسته ست ساعات، ونقول عن هذا التصميم إنه يستخدم قياساً مكرراً

لهذا التصميم مزايا عدة منها:

a. يخفض التغاير بين الوحدات التجريبية

b. أكثر اقتصادية لأنها تتطلب عدداً أقل من الوحدات التجريبية

أما من مساوئه فهو ينفي الاستقلالية بين المعاملات المفروضة بين المعاملات في تحليل التباين، ففرضية الاستقلال غير محققة في القياسات المكررة.

(5-12) فرضية الكروية

من الفرضيات الأساسية في تحليل التباين هو تجانس البيانات أي أن تكون التباينات متجانسة بين الوحدات التجريبية ولكن يفترض أن هذه المشكلة تختفي في تصاميم القياسات المكررة، لأننا نستخدم نفس الأشخاص. لكن ذلك غير صحيح بالمطلق ويمكن تشبيه فرضية الكروية بفرضية تجانس البيانات المعتمدة في تحليل التباين، والكروية هي شرط أكثر عمومية من التناظر المركب ويكون التناظر المركب صحيحا عندما تكون كل من: التباينات بين الحالات المختلفة متساوية (وهذا يكافئ فرضية تجانس البيانات المعتمدة في تحليل التباين) والتباينات المشتركة بين الثنائيات من الحالات التجريبية متساوية. لذلك نفترض أن التغاير ضمن الحالات التجريبية متماثل وأنه لا توجد ثنائية في الحالات التجريبية أكثر تبعية من أية ثنائية أخرى ومع أن التناظر المركب يبدو شرطا كافيا لتقنية تحليل التباين التي تستخدم القياسات المكررة فإنه ليس شرطا لازماً. إن الكروية هي شكل أقل صرامة من التناظر المركب وتعني تساوي التباينات للفروق بين مستويات المعالجة ولذلك إذا أخذت زوجا من مستويات المعالجة وحسبت الفروق بين كل زوج من العلامات فمن الضروري أن يكون لهذه الفروق تباينات متساوية. وهكذا نحن بحاجة الى ثلاث حالات تجريبية على الأقل لدراسة الكروية.

(6-12) قياس الكروية

إن طريقة قياس فرضية الكروية تكمن في حساب الفروق بين أزواج العلامات في جميع التراكيب الممكنة للمعاملات وللمستويات المختلفة، ثم نحسب التباين لهذه الفروق، في الجدول(47-5) البيانات لتجربة من ثلاث حالات حيث تم حساب الفروق ثم تم حساب التباين للفروق وتكون الكروية محققة إذا كان:

تباين A-B =تباين A-C=تباين B-C

جدول(59-6) بيانات لقياس الكروية

المجموعة A	المجموعة B	المجموعة C	A - B	A - C	B - C
9	12	7	-3	2	5
15	15	12	0	3	3
25	30	20	-5	5	10
35	30	28	5	7	2
30	27	20	3	10	7
التباين			17	10.3	10.3

المصدر: بيانات افتراضية

واضح من الجدول أن هناك بعض الانحراف عن الكروية لأن التباين بين الحالتين A & B (17) يختلف وأكبر بكثير نسبيا عن التباين بين الحالتين B & C وهو (10.3) على كل حال هناك نوع من الكروية حيث أن هناك حالتين متساويتين

(6-14) نظرية تحليل التباين في القياسات المكررة

في تحليل التباين للقياسات المكررة يظهر أثر التجربة في التباين ضمن المشتركين (بدلاً من التبيان بين المجموعات) ونعرف أنه في ANOVA المستقل، فإن التباين ضمن المشتركين هو تباين البواقي(SSE) إنه التباين الناتج عن الفروق الفردية في الأداء وهذا التباين غير متأثر بالأثر التجريبي مهما كان التلاعب المنفذ على المشتركين المختلفين.

على كل حال، عندما نقوم بالتلاعب التجريبي على نفس المشتركين فإن التباين ضمن المشتركين سيتكون من جزأين: أثر التلاعب التجريبي والفروق الفردية في الآداء. ولذلك فإن بعض التغاير ضمن المشتركين يأتي من آثار التلاعب التجريبي نحن نطبق أشياء مختلفة على المشتركين في كل حالة تجريبية ويكون التغاير في علامات المشتركين ناتجاً جزئياً عن هذا التلاعب، على سبيل المثال إذا كانت علامات كل مشترك في حالة تجريبية معينة أعلى من حالة تجريبية أخرى فيمكن أن نفترض أن ذلك لم يحدث بمحض الصدفة ولكن لأننا طبقنا على المشتركين في حالة معينة مختلفا عن الحالة الأخرى، ولأننا أجرينا نفس الشيء على كل مشترك ضمن حالة تجريبية معينة فإن أي تغاير لا يمكن تبريره بالتلاعب الذي قمنا به سيكون ناتجاً عن عوامل عشوائية خارجة عن السيطرة وغير مرتبطة بالتلاعب التجريبي(ويمكن أن ندعو ذلك خطأ) وكما في حالة ANOVA المستقل، فإننا نستخدم نسبة F التي تقارن حجم التغاير الناتج عن التلاعب التجريبي مع حجم التغاير الناتج عن العوامل العشوائية والفرق الوحيد هو كيفية حساب هذه التباينات.

إذا كان التباين العائد للتلاعب التجريبي كبيرا مقارنة مع التغاير العائد للعوامل العشوائية فإننا نحصل على قيمة كبيرة للنسبة F ويمكننا أن نستنتج أن النتائج المدروسة لا يمكن أن تنتج عن الصدفة.

يبين الشكل التالي كيفية تقسيم التباين في ANOVA للقياسات المكررة إن أهم ما يجب ملاحظته أن لدينا نفس أنواع التباين الموجود في ANOVA المستقل وهي:

- مجموع المربعات الكلي SSO
- مجموع مربعات الانحرافات بين المعاملات SST
- مجموع مربعات البواقي SSE

والفرق الوحيد هو مصدر مجاميع المربعات ففي ANOVA للقياسات المكررة يعتبر كل من مجموع مربعات للمعاملات وللبواقي جزءا من التباين ضمن المشتركين

SSO			
مجموع المربعات بين المشتركين SSW			SST
الخطأ SSE	أثر التجربةSSM		

شكل يمثل تقسيم التبيان في ANOVA للقياسات المكررة

مثال(5-14) لدينا البيانات التالية عن ثمان مقالات تم تقييمها من قبل أربعة محكمين.

جدول(5-60) بيانات المقالات

المقالة	محاضر 1	محاضر 2	محاضر 3	محاضر 4	المتوسط	التباين
1	62	58	63	64	61.75	6.92
2	63	60	68	65	64	11.33
3	65	61	72	65	65.75	20.92
4	68	64	58	61	62.75	18.25
5	69	65	54	59	61.75	43.58
6	71	67	65	50	63.25	84.25
7	78	66	67	50	65.25	132.92
8	75	73	75	45	67	216
المتوسط	68.88	64.25	65.25	57.38		

المصدر: افتراضي

الحساب:

a. نحسب المتوسط العام

$\bar{x}$=8(68.88 + 64.25 + 65.25 + 57.38)/32=
2046/32=63.94

b. نحسب مجموع مربعات الانحرافات الكلي

$$SS0=\sum_i \sum_j \left(x_{ij}-\bar{x}\right)^2$$
$$=(62\text{-}63.94)^2+\ldots+(45\text{-}63.94)^2=1705.87$$

c. مجموع مربعات الانحرافات ضمن المشتركين

$$SSR=\sum_i \left(x_{ij}-\bar{x_i}\right)^2=$$
$$=(62\text{-}61.75)^2+\ldots\ldots+(75\text{-}67)^2=1602.5$$

d. مجموع مربعات الانحرافات بين المعاملات

$$SST=n\sum_i (\bar{x_i}-\bar{x})^2$$
$$=(68.88\text{-}63.94)^2+(64.25\text{-}63.94)^2+(65.25\text{-}63.94)^2$$
$$+(57.38\text{-}63.94)^2=554.13$$

e. مجموع مربعات البواقي

$$SSE=SSR-SST=1602.5-554.13=1048.38$$

ويكون عدد درجات الحرية Dfe=Dfr – Dft=24-3=21

f. المتوسطات

$$MST=SST/\ (t\text{-}1)=554.13/3=184.71$$
$$MSE=SSE/21=1048.38/21=49.92$$

g. حساب F

$$F=MST/MSE=184.71/49.92=3.73$$

h. نخرج قيم F الجدولية عند:F(0.01,3,21)

i. نجري المقارنات

j. جدول تحليل التباين

جدول(5-61) تحليل التباين

S.O.V	DF	SS	MS	F
بين المعاملات	3	554.13	184.71	3.7
البواقي	21	1048.38	49.92	

المصدر: حسبت من المثال

(5-11) تمارين غير محلولة

1. لدراسة تأثير عامل درجة الحرارة بثلاثة مستويات وعامل الرطوبة بمستويين على الزيادة بطول النبات، تم تصميم تجربة بطريقة الكامل العشوائية وكانت لدينا النتائج التالية:

جدول(5-62) بيانات طول النبات

الرطوبة					
b_1			b_2		
a_1	a_2	a_3	a_1	a_2	a_3
3	4	3	5	3	2
4	6	4	3	4	5
5	7	2	4	2	3
3	8	1	2	3	6
4	4	3	3	4	3
5	5	4	4	6	4
7	6	4	6	7	6

المطلوب:

- بين هل يوجد فرق بين متوسطات المعاملات
- بين هل يوجد تأثير للرطوبة
- هل يوجد تأثير لدرجة الحرارة
- هل يوجد تفاعل بين درجة الحرارة والرطوبة
- رتب المعاملات حسب الأفضلية في حال وجود فروق بين المعاملات بالنسبة للعامل الأول
- رتب المعاملات حسب الأفضلية في حال وجود فروق بين المعاملات بالنسبة للعامل الثاني
- تأكد من النتائج السابقة باستخدام جداول Yests

2. لدراسة تأثير عامل عدد ساعات الدراسة بثلاث مستويات وعامل الصف بثلاثة مستويات على معدل الطالب، صممت تجربة وكانت لدينا النتائج التالية:

جدول(63-5) بيانات علامات الطلاب

ساعات الدراسة								
b_1			b_2			3_3		
a_1	a_2	a_3	a_1	a_2	a_3	a_1	a_2	a_3
9	8	6	6	7	5	6	6	8
7	8	5	6	6	4	7	5	9
6	7	7	6	5	3	8	7	8
8	6	8	7	7	4	6	8	8
9	7	9	4	8	5	5	9	8
10	8	3	5	9	2	4	8	9
6	9	4	6	6	3	7	9	9
5	4	6	7	5	4	3	10	10
6	6	8	8	4	5	6	10	10
5	7	7	9	6	6	7	10	9

المصدر: افتراضي

علماً أن علامة الامتحان كانت من عشرة والمطلوب:

- بين هل يوجد فرق بين متوسطات المعاملات.
- بين هل يوجد تأثير لعدد ساعات الدراسة.
- هل يوجد تأثير للصف.
- هل يوجد تفاعل بين عدد ساعات الدراسة والصف.
- رتب المعاملات حسب الأفضلية في حال وجود فروق بين المعاملات بالنسبة للعامل الأول.
- رتب المعاملات حسب الأفضلية بالنسبة للعامل الثاني.
- تأكد من النتائج السابقة باستخدام جداول Yests.

3. في تجربة لدراسة تأثير عمر الطفل بمستويين ووزن الطفل بمستويين وجنس الطفل بمستويين على عدد ساعات النوم للطفل (تم تطبيق الدراسة على الولد الأول للأم) تم تصميم تجربة وكانت لدينا النتائج التالية:

جدول (5-64) بيانات أوزان الأطفال

العمر							
a_1				a_2			
الوزن							
b_1		b_2		b_1		b_2	
الجنس							
c_1	c_2	c_1	c_2	c_1	c_2	c_1	c_2
7	6	6	4	5	5	8	7
8	6	7	5	6	6	8	7
9	7	8	6	5	7	8	7
5	7	9	7	7	8	7	6
6	6	8	8	8	9	6	7
7	7	6	9	8	7	6	5
8	8	7	5	7	6	7	8

المطلوب:

- بين هل يوجد فرق بين متوسطات المعاملات.
- بين هل يوجد تأثير للعمر.
- هل يوجد تأثير للوزن.
- هل يوجد تأثير للجنس.
- هل يوجد تفاعل بين العمر والوزن.
- هل يوجد تفاعل بين العمر والجنس.
- هل يوجد تفاعل بين الوزن والجنس.
- هل يوجد تفاعل بين الوزن والجنس والعمر.
- رتب المعاملات حسب الأفضلية في حال وجود فروق بين المعاملات بالنسبة للعامل الأول.
- رتب المعاملات حسب الأفضلية في حال وجود فروق بين المعاملات بالنسبة للعامل الثاني.
- رتب المعاملات حسب الأفضلية في حال وجود فروق بين المعاملات بالنسبة للعامل الثالث.
- تأكد من النتائج السابقة باستخدام جداول Yests

الفصل السادس

التجارب العاملية المنشقة

Spilt Plot Experimental Design

(6-1) مقدمة

يمتاز هذا النوع من التصاميم بوجود أكثر من خطأ تجريبي ويستخدم بشكل عام عندما لا تكون الوحدات التجريبية متماثلة في الحجم أو:

a. عند عدم إمكانية التوزيع العشوائي لأحد العوامل (كأن يكون إجراء التجربة في عدة مشافي أو عدة حقول).

b. عندما نريد إدخال عامل جديد في التجربة بعد تصميمها.

c. عندما يتطلب الأمر قطعاً كبيرة لضرورة العمل (مثل اختبار نوع من الحراثات إذ لا يمكن تجزئة الحراثة في قطع صغيرة).

بشكل عام تصميم القطع المشقة هو تقسيم التجربة الى قطع كبيرة ونفس القطع الكبيرة تقسيمها الى قطع أصغر وهكذا.

ويعتبر الخطأ في تصميم التجارب المنشقة ذا أهمية كبيرة جداً وذلك حسب الطريقة التي وزعت فيها القطع الرئيسية فقد تكون بتصميم القطاعات العشوائية وقد تكون بتصميم الكامل العشوائي ويمكن أن تكون بتصميم المربع اللاتيني، والجدول التالي يبن درجات الحرية لمختلف التصاميم.

جدول(6-1) الأخطاء في تصميم القطع المنشقة.

مصادر التباين	نوع التصميم		
	كامل عشوائي	قطاعات	مربع لاتيني
أعمدة	....	....	a-1
صفوف	....	....	a-1
مكررات	....	r-1	

AL TCARR

A	a -1	a-1	a-1
خطأ أول	a(r-1)	(a-1)(r-1)	(a-1)(a-2)
مجموع القطع الرئيسية	ar-1	ar-1	ar-1
B	b-1	b-1	b-1
AB	(a-1)(b-1)	(a-1)(b-1)	(a-1)(b-1)
خطأ ثاني	a(r-1)(b-1)	a(r-1)(b-1)	a(r-1)(b-1)
مجموع القطع المنشقة	ar(b-1)	ar(b-1)	a^2(b-1)
المجموع	arb-1	arb-1	arb-1

(6-2) الخطأ القياسي في تجارب القطع المنشقة

يمثل الجدول التالي الخطأ القياسي لتجارب القطع المنشقة

جدول(6-2) المقارنات الزوجية

المقارنة	الفرق	مثال	Mseالخطأ
العامل A	a_i-a_j	a_1-a_2	$\sqrt{\frac{2E_a}{ra}}$
العامل B	b_i-b_j	b_1-b_2	$\sqrt{\frac{2E_b}{rb}}$
العامل B عند نفس المستوى لـA	a_ib_i-b_j a_j	a_1b_1-a_2b_1	$\sqrt{\frac{2(b-1)E_b+E_a}{rb}}$

المصدر: صمم حسب عدد المعاملات

(6-3) التحليل الاحصائي لتجربة القطع المنشقة

سنرمز بـ r لعدد المكررات وهي عدد القطع الكبيرة ، وسنرمز للقطع التجريبية في كل قطعة كبيرة بالرمز $X_{ij}^{(r)}$ ويتم الحساب وفقاً للخطوات التالية:

a. المجموع العام

$$G=\sum_i \sum_j x_{ij}^1 + \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots + \sum_i \sum_j x_{ij}^r$$

b. حساب معامل التصحيح

$$CF=(G)^2/N$$

c. حساب مجموع الانحرافات الكلي

$$SSO=\sum_i \sum_j (x_{ij}^1)^2 + \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots+\sum_i \sum_j \left(x_{ij}^r\right)^2 -CF$$

d. حساب مجموع مربعات الانحرافات بين المعاملات

$$SST = \frac{\sum_i \left(T_i^1\right)^2 + \cdots + \sum_i \left(T_i^r\right)^2}{b} - CF$$

e. عدد المكررات في كل معاملة.

f. نحسب مجموع مربعات الانحرافات للقطع المنشقة الكبيرة

$$SSR = \frac{\sum_i \left(T_i^{1,2,\cdots,r}\right)^2}{a \times b} - CF$$

بعد التجميع لكل القطع في جدول واحد نقوم بحساب:

g. حساب تأثير العامل A

$$SSA = \frac{\sum_{i=1}^{a} T_i^2}{b \times r} - CF$$

h. حساب تأثير العامل B

$$SSB = \frac{\sum_{i=1}^{b} R_i^2}{a \times r} - CF$$

i. نحسب مجموع مربعات الانحرافات الكلي

$$SSTF = \frac{\sum_i \sum_j x_{ij}^2}{r} - CF$$

j. نحسب التأثير للعاملين A & B

$$SSAB=SSTF - SSA - SSB$$

k. الخطأ الأول

$$SSA\ (e) =SST - SSR -SSA$$

l. حساب الخطأ الثاني

$SSB(e) = SSO - SST - SSB - SSAB$

m. حساب متوسط مربعات القطع الكبيرة

$MSR = SSR/(r-1)$

n. حساب متوسط مربعات الانحرافات للعامل الأول

$MSA = SSA/(a-1)$

o. نحسب متوسط مربعات الخطأ الأول

$MSA(e) = SSA(e)/(r-1)(a-1)$

p. نحسب متوسط مربعات المعاملات

$MST = SST/(ra-1)$

q. نحسب متوسط مربعات الصفوف

$MSB = SSB/(b-1)$

r. نحسب متوسط مربعات تفاعل العاملين

$MSAB = SSAB/(a-1)(b-1)$

s. نحسب الخطأ الثاني

$MSB(e) = SSB(e)/a(r-1)(b-1)$

t. نخرج قيمة F للقطع الكبيرة

$F1 = MSR/MSA(e)$

u. نخرج قيمة F للعامل الأول

$F2 = MSA/MSA(e)$

v. نخرج قيمة F للمعاملات

$F3 = MST/MSB(e)$

w. نخرج قيمة F للعامل الثاني

$F4 = MSB/MSB(e)$

x. نخرج قيمة F للتفاعل بين العاملين

$F5 = MSAB/MSB(e)$

y. نخرج القيم الجدولية لـ F والمقابلة لقيم F المحسوبة السابقة وهي على الترتيب:

- $F(\alpha, r-1, (r-1)(a-1))$
- $F(\alpha, a-1, (r-1)(a-1))$
- $F(\alpha, ra-1, r(a-1)(b-1))$
- $F(\alpha, b-1, r(a-1)(b-1))$
- $F(\alpha, (a-1)(b-1), r(a-1)(b-1))$

z. نضع النتائج في جدول تحليل التباين التالي:

S.O.V	DF	SS	MS	F	F(α,DF1,DF2)
Main plots	r-1	SSR	MSR	MSR/MSA(e)	
Factor A	a-1	SSA	MSE	MSA/MSA(e)	
Error(A)	(r-1)(a-1)	SSA(e)	MSA(e)		
Treatments	ra-1	SST	MST	MST/MSB(e)	
Factor B	b-1	SSB	MSB	MSB/MSB(e)	
Factor AxB	(a-1)(b-1)	SSAB	MSAB	MSAB/MSB(e)	
Error(B)	a(r-1)(b-1)	SSB(e)	MSB(e)		
Total	rab-1	SSO			

مثال(1-6) في تجربة لدراسة عامل المضادات الحيوية بخمسة مستويات وعامل الشرائح العمرية بثلاث مستويات وتأثيرها على عدد أيام الشفاء للمرضى ، أجريت التجربة في مشفيين وكانت لدينا النتائج التالية:

والمطلوب:

a. بين تأثير المشفى
b. بين تأثير عامل المضادات
c. بين تأثير عامل المسكنات
d. بين التأثير المشترك للعاملين
e. هل يوجد هناك فرق بين المعاملات المدروسة
f. هل يوجد فرق بين الشرائح العمرية.

جدول(3-6) بيانات المشفى الأول

a_1		a_2		a_3		a_4		a_5		المجموع
b_1	5	b_2	3	b_3	1	b_2	5	b_2	1	15
b_2	6	b_3	2	b_1	3	b_3	2	b_1	2	15
b_3	4	b_1	4	b_2	2	b_1	5	b_3	3	18
15		9		6		12		6		48

المصدر: افتراضي

جدول(4-6) بيانات المشفى الثاني

المجموع	a_4		a_3		a_2		a_1		a_5	
23	2	b_3	4	b_2	5	b_1	6	b_2	6	b_1
27	1	b_2	5	b_3	7	b_3	7	b_3	7	b_2
22	3	b_1	3	b_1	3	b_2	5	b_1	8	b_3
72	6		12		15		18		21	

المصدر: افتراضي

الحل:

a. المجموع العام

$$G=\sum_i \sum_j x_{ij}^1 + \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots + \sum_i \sum_j x_{ij}^r =$$
$$= (5+6+\ldots.+3) + (6+7+\ldots..+3) = 48+72=120$$

b. حساب معامل التصحيح

$$CF= (G)^2/N= (120)^2/30=480$$

c. حساب مجموع الانحرافات الكلي

$$SSO=\sum_i \sum_j (x_{ij}^1)^2 + \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots + \sum_i \sum_j \left(x_{ij}^r\right)^2 - CF$$
$$= (5^2+\ldots\ldots+3^2) + (6^2+\ldots +3^2) - 480$$
$$=594 - 480 =114$$

d. حساب مجموع مربعات الانحرافات بين المعاملات

$$SST = \frac{\sum_i \left(T_i^1\right)^2 + \cdots + \sum_i \left(T_i^r\right)^2}{b} - CF$$
$$= \frac{\left(15^2 + \cdots + 6^2\right) + \left(21^2 + \cdots + 6^2\right)}{3} - CF$$
$$= 564 - 480 = 84$$

e. نحسب مجموع مربعات الانحرافات للقطع المنشقة الكبيرة

$$SSR = \frac{\sum_i \left(T_i^{1,2,\cdots,r}\right)^2}{a \times b} - CF$$

$$=\frac{\left(48^2+72^2\right)}{3\times 5}-480=19.2$$

نجمع القيم في الجدول التالي:

جدول(5-6) القيم المجمعة للتجربة

	a_1	a_2	a_3	a_4	a_5	
b_1	10	9	6	8	8	**41**
b_2	12	6	6	6	8	**38**
b_3	11	9	6	4	11	**41**
	33	**24**	**18**	**18**	**27**	**120**

المصدر: حسبت من المثال السابق

f. حساب تأثير العامل A

$$SSA=\frac{\sum_{i=1}^{a}T_i^2}{b\times r}-CF$$

$$=(33^2+24^2+18^2+18^2+27^2)/\ (3*2)\ -\ 480$$
$$=507-480=27$$

g. حساب تأثير العامل B

$$SSB=\frac{\sum_{i=1}^{b}R_i^2}{a\times r}-CF$$

$$=(41^2+38^2+41^2)/\ (5*2)-480==0.6$$

h. نحسب مجموع مربعات الانحرافات الكلي

$$SSTF=\frac{\sum_i\sum_j x_{ij}^2}{r}-CF$$

$$=\frac{(10^2+9^2+\cdots.....+11^2)}{2}-480=38$$

i. نحسب التأثير للعاملين A & B

$$SSAB=SSTF-SSA-SSB$$
$$=38-27-0.6=10.4$$

j. الخطأ الأول

$$SSA(e) = SST - SSR - SSA$$
$$= 84 - 19.2 - 27 = 37.8$$

k. حساب الخطأ الثاني

$$SSB(e) = SSO - SST - SSB - SSAB$$
$$= 114 - 84 - 0.6 - 10.4 = 19$$

l. حساب متوسط مربعات القطع الكبيرة

$$MSR = SSR/(r-1) = 19.2/1 = 19.2$$

m. حساب متوسط مربعات العامل الأول

$$MSA = SSA/(a-1) = 27/4 = 6.75$$

n. حساب متوسط مربعات الخطأ الأول

$$MSA(e) = SSA(e)/(r-1)(a-1) = (37.8/4) = 9.45$$

o. حساب متوسط مربعات الانحرافات للمعاملات

$$MST = SST/(a*r) = 84/9 = 9.3$$

p. حساب متوسط مربعات العامل الثاني

$$MSB = SSB/(b-1) = 0.6/2 = 0.3$$

q. حساب متوسطات العاملين A & B

$$MSAB = SSAB/(a-1)(b-1) = 10.4/8 = 1.3$$

r. حساب أخطاء العامل الثاني

$$MSB(e) = SSB(e)/a(r-1)(b-1) = 19/10 = 1.9$$

s. نحسب قيمة F للمشافي

$$F1 = MSR/MSA(e) = 19.2/9.45 = 2.03$$

t. نحسب قيمة F للعامل الأول

$$F2 = MSA/MSA(e) = 6.75/9.45 = 0.71$$

u. نحسب F للمعاملات

$$F3 = MST/MSB(e) = 84/19 = 5.89$$

v. نحسب F للعامل الثاني الأعمار

$$F4 = MSB/MSB(e) = 0.6/10 = 0.03$$

w. نحسب F للعاملين

$$F5 = MSAB/MSB(e) = 10.4/19 = 0.68$$

x. نشكل جدول تحليل التباين

جدول(6-6) جدول تحليل التباين للتجربة

S.O.V	df	ss	ms	f	F(α,df1,df2)
المشافي	1	19.2	19.2	2.03	F(α,1,4)=7.71
المضادات	4	27	6.75	0.71	F(α,4,4)=6.39
Error(A)	4	37.8	9.45		
المعاملات	9	84	9.3	4.89	F(α,9,10)=3.02
الأعمار	2	0.6	0.3	0.16	F(α,2,10)=4.10
أعمار *مضادات	8	10.4	1.3	0.68	F(α,8,10)=3.07
Eroor(B)	10	19	1.9		
المجموع	29				

تفسير النتائج:

- لا يوجد تأثير للمشفى على فترة الشفاء
- لا يوجد تأثير للمضادات
- هناك فرق معنوي بين متوسطات الشفاء للمعاملات المدروسة
- لا يوجد تأثير للأعمار
- لا يوجد تأثير مشترك للأعمار والمضادات

مثال(2-6) في تجربة لدراسة تأثير عامل نوع العليقة بأربعة مستويات وعامل وزن الحيوان بثلاثة مستويات على زيادة الوزن لحيوانات من البقر من نفس الصنف والجنس، وطبقت التجربة في ثلاث حظائر وكانت لدينا النتائج التالية:

جدول (7-6) بيانات الحظيرة الأولى

	b_1	b_2	b_3	b_4	
a_1	18	57	73	38	**186**
a_2	30	69	82	45	**226**
a_3	34	79	80	58	**251**
T_i	**82**	**203**	**235**	**141**	**663**

المصدر: افتراضي

جدول (6-8) بيانات الحظيرة الأولى

	b_1	b_2	b_3	b_4	
a_1	24	62	65	45	**196**
a_2	36	56	79	53	**224**
a_3	38	73	82	60	**253**
T_i	**98**	**191**	**226**	**158**	**673**

المصدر : افتراضي

جدول (6-9) بيانات الحظيرة الأولى

	b_1	b_2	b_3	b_4	
a_1	17	51	72	39	**179**
a_2	33	59	88	45	**225**
a_3	32	70	88	50	**240**
T_i	**82**	**180**	**248**	**134**	**644**

المصدر : افتراضي

a. المجموع العام

$$G=\sum_i \sum_j x_{ij}^1 + \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots + \sum_i \sum_j x_{ij}^r =$$
$$= (18+\ldots. +58) + (24+\ldots..+60) + (17+\ldots+50) =$$
$$=663 + 673 + 644=1980$$

b. حساب معامل التصحيح

$$CF= (G)^2/N= (1980)^2/36=108900$$

c. حساب مجموع الانحرافات الكلي

$$SSO=\sum_i \sum_j (x_{ij}^1)^2 + \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots + \sum_i \sum_j \left(x_{ij}^r\right)^2 - CF$$
$$=(18^2+.+58^2)+(24^2+.+60^2)+(17^2+.+50^2) - 480=14386$$

d. حساب مجموع مربعات الانحرافات بين المعاملات

$$SST = \frac{\sum_i \left(T_i^1\right)^2 + \cdots + \sum_i \left(T_i^r\right)^2}{b} - CF$$
$$= \frac{\left(82^2 + \cdots + 141^2\right) + \left(98^2 + \cdots + 158^2\right) + \left(82^2 + \cdots + 134^2\right)}{3} - 108900$$
$$=12621.33$$

e. نحسب مجموع مربعات الانحرافات للقطع المنشقة الكبيرة

$$SSR = \frac{\sum_i \left(T_i^{1,2,\cdots,r}\right)^2}{a \times b} - CF$$

$$= \frac{\left(663^2 + 673^2 + 644^2\right)}{3 \times 4} - 108900 = 36.17$$

f. نجمع القيم في الجدول التالي:

جدول(10-6) القيم المجمعة للتجربة

	a_1	a_2	a_3	a_4	S_i
b_1	59	170	210	122	561
b_2	99	184	249	143	675
b_3	104	222	250	168	744
T_i	**262**	**576**	**709**	**433**	**1980**

المصدر: حسبت من المثال

g. حساب تأثير العامل A

$$SSA = \frac{\sum_{i=1}^{a} T_i^2}{b \times r} - CF$$

$= (262^2+572^2+709^2+433^2)/\ (3*3)\ -\ 108900=12276.67$

h. حساب تأثير العامل B

$$SSB = \frac{\sum_{i=1}^{b} R_i^2}{a \times r} - CF$$

$= (561^2+675^2+744^2)/\ (4*3) - 108900=1423.5$

i. نحسب مجموع مربعات الانحرافات الكلي

$$SSTF = \frac{\sum_i \sum_j x_{ij}^2}{r} - CF = \frac{\left(59^2 + 170^2 + \cdots + 168^2\right)}{3} - 108900 = 13865.33$$

j. نحسب التأثير للعاملين A & B

SSAB=SSTF – SSA – SSB

=13865.33 – 12276.67 – 1423.5=165.16

k. الخطأ الأول

SSA (e) =SST – SSR –SSA

$=12621.3 - 36.17 - 12276.67=308.49$

l. حساب الخطأ الثاني

$SSB (e) = SSO - SST - SSB - SSAB$
$=14368 - 12621.33 - 1423.5 - 165.16=158.01$

m. حساب متوسط مربعات القطع الكبيرة

$MSR=SSR/(r-1) =36.17/2= 18.08$

n. حساب متوسط مربعات العامل الأول

$MSA=SSA/ (a-1)=12276.67/3=4092.22$

o. حساب متوسط مربعات الخطأ الأول

$MSA (e) =SSA (e)/(r-1) (a-1) = (308.49/6)=51.42$

p. حساب متوسط مربعات الانحرافات للمعاملات

$MST=SST/ (a*r-1)=12621.33/11=1147.4$

q. حساب متوسط مربعات العامل الثاني

$MSB=SSB/ (b-1)=1423.5/2=711.75$

r. حساب متوسطات العاملين A & B

$MSAB=SSAB/ (a-1) (b-1)=165.16/6=27.52$

s. حساب أخطاء العامل الثاني

$MSB (e) =SSB (e)/a(r-1) (b-1)=158.01/16=9.88$

t. نحسب قيمة F للحظائر

$F1=MSR/MSA (e)=18.08/51.42=0.35$

u. نحسب قيمة F للعامل الأول

$F2=MSA/MSA (e)=4092.22/51.42=79.58$

v. نحسب F للمعاملات

$F3=MST/MSB (e)=1147.4/9.88=116.13$

w. نحسب F للعامل الثاني الأعمار

$F4=MSB/MSB (e)=711.75/9.88=72.04$

x. نحسب F للعاملين

$F5=MSAB/MSB (e)=27.52/9.88=2.78$

y. نشكل جدول تحليل التباين

جدول (6-11) جدول تحليل التباين للتجربة

S.O.V	df	ss	ms	f	F(α,df1,df2)
الحظائر	2	36.17	18.08	0.35	F(α,2,6)=5.14
العلائق	3	12276.67	4092.22	79.58	F(α,3,6)=4.76
Error(A)	6	308.49	51.42		
المعاملات	11	12621.33	1147.4	116.13	F(α,11,16)=2.42
الأوزان	2	1423.5	711.75	72.04	F(α,2,16)=3.63
علائق*اوزان	6	165.16	27.52	2.78	F(α,6,16)=2.74
Eroor(B)	16	158.01	9.88		
المجموع	35				

تفسير النتائج:

- لا يوجد تأثير للحظيرة
- يوجد تأثير للعلائق
- توجد فروق بين المعاملات
- يوجد تأثير للأوزان
- يوجد فعل متبادل بين الأوزان والأعمار

(6-3) تصميم القطاعات المنشقة

في هذا النوع من التصميم ترتب القطع الرئيسية الكبيرة A في تصميم القطاعات العشوائية ويتم التوزيع العشوائي ضمن القطع الكبيرة بشكل متعامد على العامل A أي العامل B فإذا كان لدينا عاملان الأول A بأربع مستويات والثاني B بثلاث مستويات وبثلاث مكررات فإن الشكل العام سيكون كما يلي:

المكرر الأول				
	a_2	a_4	a_3	a_1
b_1				
b_3				
b_2				

شكل (6-1) المكرر الأول في تجربة قطاعات قطع منشقة

المكرر الثاني				
	a_3	a_4	a_1	a_2
b_1				
b_2				
b_3				

شكل (6-2) المكرر الثاني في تجربة قطاعات قطع منشقة

المكرر الثالث				
	a_1	a_2	a_3	a_4
b_3				
b_1				
b_2				

شكل (6-3) المكرر الأول في تجربة قطاعات قطع منشقة

وبالتالي فإن درجات الحرية ستكون كما في الجدول التالي:

درجات الحرية		
مصادر التباين	درجات الحرية	القيمة للمثال السابق
المكررات R	r-1	2
العامل A	a-1	3
الخطأ A	(r-1)(a-1)	6
القطع الكلية A		**11**
العامل B	b-1	2
الخطأ B	(r-1)(b-1)	4
القطع الكلية B		**8**
التفاعل AxB	(a-1)(b-1)	6
الخطأ C	(r-1)(a-1)(b-1)	12
المجموع	rab-1	36

أما إذا كانت المعاملات في القطع الصغيرة مرتبة بواسطة تصميم المربع اللاتيني ويجب أن يكون عدد المكررات يساوي عدد المعاملات للعامل B فإذا كان لدينا العامل A بثلاث مستويات وثلاثة مكررات بالتالي سيكون العامل B بثلاث مكررات لأن التصميم مربع لاتيني فقد تأخذ الشكل التالي:

	a_2	a_3	a_1
b_1			
b_3			
b_2			

شكل (4-6) المكرر الأول في تجربة قطاعات قطع منشقة

	a_3	a_1	a_2
b_1			
b_2			
b_3			

شكل (5-6) المكرر الثاني في تجربة قطاعات قطع منشقة

	a_1	a_2	a_3
b_3			
b_1			
b_2			

شكل (6-6) المكرر الأول في تجربة قطاعات قطع منشقة

وبالتالي فإن درجات الحرية ستكون كما في الجدول التالي:

درجات الحرية		
مصادر التباين	درجات الحرية	القيمة للمثال السابق
المكررات R	r-1	2
العامل A	a-1	2
الخطأ A	(r-1)(a-1)	4
العامل B	b-1	2
الصفوف بين المكررات	r-1	2
الخطأ B	(r-1)(b-1)	4
التفاعل AxB	(a-1)(b-1)	4
الخطأ C	(r-1)(a-1)(b-1)	8
المجموع	rab-1	26

مثال: تجربة لدراسة تركيز المادة الفعالة في المخدر ب 10 مستويات وعامل العمر بثلاثة مستويات نفذت التجربة في مشفيين لدراسة تأثيرها على الفترة التي يبقى فيها المريض غائبا عن الوعي بعد العملية الجراحية والنتائج في الجداول التالية:

جدول (12-6) بيانات المشفى الأول

المشفى الأول											
المستوى	3	8	2	1	6	7	10	9	4	5	مجموع
	a 48	a 46	a 46	a 42	a 43	a 47	a 48	a 46	a 46	a 49	461
	c 46	c 45	c 44	c 46	c 45	c 49	c 45	c 48	c 48	c 49	465
	b 43	b 42	b 42	b 44	b 44	b 47	b 45	b 47	b 47	b 48	449
مجموع	137	133	132	132	132	143	138	141	141	146	1375

المصدر: افتراضي

جدول(13-6) بيانات المشفى الثاني

المشفى الثاني											
رقم المستوى	4	3	9	5	1	7	2	8	6	10	مجموع
	b 46	b 45	b 46	b ٤5	b 43	b 48	b 44	b 44	b 47	b 43	451
	c 48	c 44	c 46	c 45	c 50	c 51	c 48	c 46	c 48	c 43	469
	a 42	a 42	a 44	a 43	a 44	a 48	a 47	a 46	a 44	a 42	442
مجموع	136	131	136	133	137	147	139	136	139	128	1362

المصدر: افتراضي

جدول(14-6) بيانات المشفيين

الجدول المشترك											
رقم المستوى	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	مجموع
a	86	93	90	88	92	87	95	92	90	90	**903**
b	87	86	88	93	93	91	95	86	93	88	**900**
c	96	92	90	96	94	93	100	91	94	88	**934**
مجموع	**269**	**271**	**268**	**277**	**279**	**271**	**290**	**269**	**277**	**266**	**2737**

المصدر: افتراضي

التحليل الإحصائي:

a. المجموع العام.

$$G= (48 + 46 + \ldots + 44 + 42)=2737$$

b. نحسب معامل التصحيح.

$$CF = \frac{G^2}{60} = \frac{2737^2}{60} = 124852.82$$

c. نحسب مجموع مربعات الانحراف الكلي.

$$SSO = (48^2+46^2+\ldots+44^2+42^2) - 124852.82=298.18$$

d. نحسب مجموع مربعات الانحرافات للقطع الكبيرة أي نحسب مجموع مربعات الانحرافات للمشافي.

$$SSR = \frac{\left(1375^2 + 1362^2\right)}{30} - CF = 2.82$$

e. نحسب مجموع مربعات الانحرافات للمعاملات قبل التجميع.

$$SST = \frac{\left(137^2 + 133^2 + \cdots + 128^2\right)}{3} - CF = 161.52$$

f. نحسب مجموع مربعات الانحرافات للمخدر من الجول بعد التجميع.

$$SSA = \frac{\left(269^2 + \cdots + 266^2\right)}{6} - CF = 77.68$$

g. نحسب مجموع مربعات الانحرافات للأعمار

$$SSB = \frac{\left(903^2 + 900^2 + 934^2\right)}{20} - CF = 35.43$$

h. نحسب مجموع مربعات الانحرافات للجدول الثنائي.

$$SST2 = \frac{\left(86^2 + 87^2 + \cdots + 88^2\right)}{2} - CF = 174.68$$

i. نحسب مجموع مربعات الانحرافات للفعل المتبادل.

$$SSAB=SST2 - SSA - SSB=174.68 - 77.68 - 35.43$$

j. نحسب مجموع مربعات الانحرافات للقطاعات قبل التقسيم.

$$SSR12=\frac{\left(461^2+\cdots+442^2\right)}{10}-CF=54.48$$

k. نشكل جدول تحليل التباين

جدول(6-15) جدول تحليل التباين

S.O.V	DF		ss	ms
المشافي	r-1	1	2.82	2.82
المخدر A	a-1	9	77.68	8.63
الخطأ A	(r-1)(a-1)	9	81.02	9
المعاملات		19	161.52	
الجنسB	b-1	2	35.43	17.72
الخطأ B	(r-1)(b-1)	2	16.23	8.12
القطاعات		5	54.48	
AxB	(a-1)(b-1)	18	61.57	3.42
الخطأ C	(r-1)(a-1)(b-1)	18	23.43	1.30
Total	Rab-1	59	298.18	

المصدر: حسبت من المثال السابق

(6-4) تمارين غير محلولة

1. لدينا تجربة لدراسة عامل عدد ساعات الدراسة بثلاثة مستويات وعامل الصف بثلاثة مستويات على علامات الطلاب تم تنفيذ التجربة في كليات العلوم في ثلاث محافظات (حلب وادلب وحمص) وصممت التجربة بطريقة الكامل العشوائية وقطع منشقة والبيانات التالية تبين النتائج.

جدول(6-16) بيانات كلية العلوم ادلب

		عدد ساعات الدراسة		
		a_1	a_2	a_3
الصف	b_1	76	80	77
	b_2	72	75	82
	b_3	72	65	80

المصدر: افتراضي

جدول (6-17) بيانات كلية العلوم حمص

	عدد ساعات الدراسة			
		a_1	a_2	a_3
الصف	b_1	77	80	71
	b_2	66	76	80
	b_3	73	61	87

المصدر: افتراضي

جدول (6-18) بيانات كلية العلوم حلب

	عدد ساعات الدراسة			
		a_1	a_2	a_3
الصف	b_1	65	80	77
	b_2	70	75	82
	b_3	75	60	87

المصدر: افتراضي

المطلوب:

- هل يوجد فرق بين متوسط المعاملات المدروسة
- هل يوجد تأثير لعامل عدد ساعات الدراسة
- هل يوجد تأثير لعامل الصف
- هل هناك تفاعل بين عدد ساعات الدراسة والصفوف
- هل هناك فرق بين الكليات في متوسط الدرجات
- رتب المعاملات حسب الأفضلية بالنسبة لعدد الساعات
- رتب المعاملات حسب الأفضلية بالنسبة للصفوف.

2. في تجربة لدراسة تأثير نوع العليقة بثلاثة مستويات وعامل الوزن بثلاثة مستويات على زيادة الوزن لدى صنف من الأبقار تم تنفيذ التجربة في ثلاث حظائر وكانت لدينا النتائج التالية:

جدول (6-19) بيانات الحظيرة الأولى

	نوع العليقة			
		a_1	a_2	a_3
الوزن	b_1	76	80	77
	b_2	72	75	82
	b_3	72	65	80

المصدر: افتراضي

جدول (6-20) بيانات الحظيرة الثانية

	نوع العليقة			
		a_1	a_2	a_3
الوزن	b_1	77	80	71
	b_2	66	76	80
	b_3	73	61	87

المصدر: افتراضي

جدول(6-21) بيانات الحظيرة الثالثة

	نوع العليقة			
		a_1	a_2	a_3
الوزن	b_1	65	80	77
	b_2	70	75	82
	b_3	75	60	87

المطلوب:

- هل يوجد فرق بين متوسط المعاملات المدروسة
- هل يوجد تأثير لعامل نوع العليقة
- هل يوجد تأثير لعامل الوزن
- هل هناك تفاعل بين عامل العليقة والوزن
- هل هناك فرق بين الحظائر
- رتب المعاملات حسب الأفضلية بالنسبة للعليقة
- رتب المعاملات حسب الأفضلية بالنسبة للوزن

الفصل السابع

التجارب العاملية 2^3 في القطاعات غير الكاملة

2^3 Factorial Experiments In An Incomplete Design

(7-1) مقدمة

في بعض الأحيان ليس من الممكن أن نتعامل مع جميع المعاملات في وقت واحد وتحت نفس الظروف، مثال على ذلك قد لا يتسع المخبر لجميع المعاملات في نفس اليوم، وبالتالي بعض المعاملات يتم اختبارها في يوم والمعاملات الأخرى تتم معالجتها في يوم لاحق، ومن ذلك يظهر لدينا عامل جديد وهو مصدر آخر للتباين وهو يوم إجراء الاختبار للمعاملة.

قد لا يكون مثلاً لدى الكيميائي مواد كافية لإجراء جميع الاختبارات على كل المعاملات من قبل مزود واحد، وبالتالي يدخل هنا عامل جديد يضاف إلى مصادر التباين وهو عامل اختلاف مزود المواد، لحل مشكلة كهذه لا بد من التعامل مع المعاملات على شكل مجموعات جزئية، وتدعى هذه الطريقة طريقة القاعات الناقصة، وهنا لا بد من وجود ثمن يدفع جراء عدم إجراء التجربة في آن واحد ويظهر مفهوم الإدماج في هذه الحالة.

حتى الآن لا توجد طريقة واضحة بعدد القطاعات الناقصة التي يمكن أن تستخدم في تجربة من الطراز 2^k، ولكن يمكن القول بأن العدد 2^p و $p < k$.

إذا كانت $k=2 \Leftarrow p=1 \Leftarrow 2^p=1$ أي يمكن استبدال الأربع معاملات بمعاملتين.

إذا كانت $k=3 \Leftarrow p=2$ أو $p=1$ ولمعرفة أي المعاملات يجب حذفها، وأين يجب أن يكون الإدماج، يمكن إهمال المعاملات التي لا تهم الباحث أو التي يكون تأثيرها غير مهم. مثال لدينا تجربة من الطراز 2^4 ولنفرض أن الباحث لا يهمه المعاملة ABC ولا أيضاً المعاملة CD وبالتالي سوف يتم إدماج تأثير هذين المعاملين في معاملات أخرى، وعليه فإن تشكيل هذه المعاملات سوف يتم إيقافها.

(7-2) خطوات القطاعات الناقصة لتجربة من الطراز 2^k

هناك عدة خطوات تتلخص في الآتي:

- اختيار p عامل من أصل K عامل $p<k$
- اختيار عدد من الشروط والمحددات لنفرض إنها ABC & CD
- نكتب كل شرط بالشكل:

$$A^{\alpha_{1j}}B^{\alpha_{2j}}C^{\alpha_{3j}}$$

حيث أن $\alpha_{ij}=1$ إذا كان الشرط في حده الأعلى، و $\alpha_{ij}=0$ إذا كان الشرط في حده الأدنى، وبالتالي في مثالنا السابق يصبح:

$$ABC=A^1B^1C^1D^0$$
$$CD=A^0B^0C^1D^1$$
$$\alpha_{11}=\alpha_{21}=\alpha_{31}=1 \quad \text{and} \quad \alpha_{41}=0$$
$$\alpha_{12}=\alpha_{22}=0 \quad \text{and} \quad \alpha_{32}=\alpha_{42}=1$$

- نشكل P تابع كما يلي:

$$L_1=z_1\alpha_{1j}+z_2\alpha_{2j}+\ldots+z_k\alpha_{kj} \qquad j=1, 2, .p$$

في مثالنا السابق

$$L_1=z_1+z_2+z_3$$
$$L_2=z_3+z_4$$

- نقدر كل تابع بحيث نضع $z_i=1$ إذا كان الحد الأعلى للعامل موجود ونضع $z_i=0$ اذا كان الحد الأدنى موجود.

بالنسبة للمثال السابق:

$$L_1=0+0+0$$
$$L_2=0+0$$

حيث أنه تم استخدام الحد الأدنى للعامل، أما إذا كان لدينا مثلا المعاملة ab فإن لدينا تابع واحد هو:

$$L_1=1+1+0+0$$

- ننقص قيم التابع L_i إلى الحد: $L_i \bmod 2$

- تجميع كل المعاملات لقيم $L_1\ L_2.....L_p$ في معاملة واحدة والمعاملة التي تحوي (1)(العوامل في حدها الأدنى) تدعى المعاملة الأساسية وعليه ستكون نتيجة الإنقاص كما يلي:

$0-0,\ 1-0,\ 0-1,\ 1-1$

وقيمها على الترتيب: 1 2 3 4

مثال(1-7) تجربة من الطراز 2^4 ويراد الادماج تحت شرطين وهما ABC و CD

الحل:

a. إن معاملات هذه التجربة هي 16 معاملة وهي:

1– a – b – c – d - ab – ac – ad – bc – bd – cd – abc –abd
acd – bcd – abcd

b. لدينا تابعان لأنه يوجد شرطان

c. بالنسبة للمعاملة الأولى (1) يكون لدينا:

$L_1=0+0+0+0=0$
$L_1 \bmod 2=0 \bmod 2=0$
$L_2=0+0+0+0=0$
$L_2 \bmod 2=0 \bmod 2=0$

d. بالنسبة للمعاملة a

$L_1=1+0+0+0=1$
$L_1 \bmod 2=1 \bmod 2=1$
$L_2=0+0+0+0=0$
$L_2 \bmod 2=0 \bmod 2=0$

e. وبنفس الطريقة لكل المعاملات فرضاً المعاملة abc

$L_1=1+1+1+0=3$
$L_1 \bmod 2=3 \bmod 2=1$
$L_2=0+0+1+0=1$
$L_2 \bmod 2=1 \bmod 2=1$

f. المعاملة abcd

$L_1=1+1+1+0=3$
$L_1 \bmod 2=4 \bmod 2=0$
$L_2=0+0+1+1=2$
$L_2 \bmod 2=2 \bmod 2=0$

نتائج كل المعاملات يمكن وضعها في الجدول التالي:

جدول (7-1) جدول التوابع L1 و L2

المعاملة	L_1	L_1 mod 2	L_2	L_2 mod 2
(1)	0	0	0	0
a	1	1	0	0
b	1	1	0	0
c	1	1	1	1
d	0	0	1	1
ab	2	0	0	0
ac	2	0	1	1
ad	1	1	1	1
bc	2	0	1	1
bd	1	1	1	1
cd	1	1	2	0
abc	3	1	1	1
abd	2	0	1	1
acd	2	0	2	0
bcd	2	0	2	0
abcd	3	1	2	0

وبناء على الافتراض السابق وهو:

- أن 0 – 0 تأخذ القيمة 1 أي في القطاع الأول
- 0 – 1 تأخذ القيمة 2 أي في القطاع الثاني
- 1 – 0 تأخذ القيمة 3 أي في القطاع الثالث
- 1 – 1 تأخذ القيمة 4 أي في القطاع الرابع

أي سيصبح لدينا أربعة قطاعات بدلاً من ثمان معاملات وتكون كما في الجدول التالي:

جدول (7-2) جدول القطاعات

1	a	b	c	d	ab	ac	ad	bc	bd	cd	abc	abd	acd	bcd	abcd
1	2	2	4	3	1	3	4	3	4	2	4	3	1	1	2

والتالي فإن القطاعات ستضم المعاملات التالي:

جدول (7-3) جدول القطاعات المعاملات

Block1	Block2	Block3	Block4
(1)	a	ac	c
ab	b	bc	ad
acd	cd	d	bd
bcd	abcd	abd	abc

مثال(7-2) لدينا تجربة من الطراز 2^4 ونريد الادماج وفق الشرط ABCD

الحل:

- لدينا شرط واحد لذلك يوجد تابع واحد وهو L_1
- نخرجه لكل المعاملات كما يلي:

(1) $L_1=0+0+0+0=0$

$L_1 \bmod 2=0 \bmod 2=0$

- المعاملة a

$L_1=1+0+0+0=1$

$L_1 \bmod 2=1 \bmod 2=1$

- المعاملة b

$L_1=0+1+0+0=1$

$L_1 \bmod 2=1 \bmod 2=1$

وهكذا، والنتائج في الجدول التالي:

جدول (7-4) التابع L1

المعاملات	L_1	L_1mod 2	Block
(1)	0	0	1
a	1	1	2
b	1	1	2
c	1	1	2
d	1	1	2
ab	2	0	1
ac	2	0	1
ad	2	0	1
bc	2	0	1
bd	2	0	1
cd	2	0	1
abc	3	1	2
abd	3	1	2
acd	3	1	2
bcd	3	1	2
abcd	4	0	1

أي أن القطاعات هي:

جدول (7-5) بيانات القطاعات

Block1	Block2
1	a
ab	b
ac	c
bc	d
ad	abc
bd	abd
cd	acd
abcd	bcd

(7-3) استخدام جداول يتس للإدماج

تتم عملية الإدماج بواسطة جداول يتس بالطريقة التالية:

- نشكل جدول يتس الموافق للتجربة العاملية
- تكون القطاعات موافقة للقيم السالبة والموجبة للمعاملة التي يجب الإدماج وفقها.

مثال(7-3) تجربة من الطراز 2^3 ويراد إدماج المعاملة ABC والمطلوب:

a. تنفيذ عملية الإدماج بالطريقة السابقة

b. تنفيذ عملية الإدماج بواسطة جداول يتس

c. المقارنة بين الطريقتين

أولا: الطريقة الأولى

- باعتبار لدينا شرط واحد وهو ABC وبالتالي يوجد لدينا تابع واحد وهو L_1
- نبدأ بالمعاملة الأولى (1)

$L_1=0+0+0=0$
$L_1 \bmod 2=0 \bmod 2=0$

- المعاملة الثانية a

$L_1=1+0+0=1$
$L_1 \bmod 2=1 \bmod 2=1$

• نضع النتائج في الجدول التالي:

جدول (7-6) بيانات التابع L1

المعاملات	L_1	L_1mod 2	Block
(1)	0	0	1
a	1	1	2
b	1	1	2
c	1	1	2
ab	2	0	1
ac	2	0	1
bc	2	0	1
abc	3	1	2

جدول (7-7) بيانات القطاعات

Block1	Block2
(1)	a
ab	b
ac	c
bc	abc

نلاحظ من خلال بيانات الجدول (7-7) أننا استعضنا عن ٨ معاملات بـ قطاعين كما هو مبين أعلاه.

ثانيا: استخدام جداول يتس

• نشكل جدول يتس الموافق للتجربة المذكورة

جدول (7-8) بيانات جدول يتس الموافق

	المعاملات							
	(1)	a	b	c	ab	ac	bc	abc
A	-1	+1	-1	-1	+1	+1	-1	+1
B	-1	-1	+1	-1	+1	-1	+1	+1
C	-1	-1	-1	+1	-1	+1	+1	+1
AB	+1	-1	-1	+1	+1	-1	-1	+1
AC	+1	-1	+1	-1	-1	+1	-1	+1
BC	+1	+1	-1	-1	-1	-1	+1	+1
ABC	-1	+١	+1	+1	-1	-1	-1	+1

باعتبار لدينا شرط واحد، إذن عدد القطاعات الناتجة عن الدمج 2^1 ومن السطر الأخير للجدول نجد أنه يمكن تشكيل قطاع من المعاملات المقابلة للعدد(1+) وقطاع آخر من المعاملات المقابلة للعدد(1−)، وبالتالي ستكون القطاعات كما في الجدول التالي:

جدول (7-9) بيانات القطاعات

Block1	Block2
(1)	a
ab	b
ac	c
bc	abc

بالمقارنة بين الجدولين (7-9) و (7-7) نجد أن هناك تطابقاً تاماً بين الطريقتين.

مثال(7-4) في تجربة من الطراز 2^3 والمطلوب الإدماج وفق المعاملتين BC و AB

الحل:

أولاً: حسب الطريقة الأولى

a. باعتبار لدينا p=2 إذن عدد القطاعات الناجمة عن الضغط هي$4=2^2=2^p$

b. نشكل التابعين L_1 , L_2

c. بالنسبة للمعاملة الأولى (1)

$L_1=0+0+0=0$
$L_1 \bmod 2= 0 \bmod 2=0$
$L_2=0+0+0=0$
$L_2 \bmod 2= 0 \bmod 2=0$

d. وهكذا بقية المعاملات والنتائج في الجدول التالي:

جدول (7-10) بيانات التابعين L_2 , L_1

المعاملات	L_1	L_1mod 2	L_2	L_1mod 2
(1)	0	0	0	0
a	1	1	0	0
b	1	1	1	1
c	0	0	1	1
ab	2	0	1	1
ac	1	1	1	1
bc	1	1	2	0
abc	2	0	2	0

نقوم بفرز المعاملات على القطاعات وفق القواعد الآتية:

- (0-0) للمعاملة الأول
- (1-0) للمعاملة الثانية
- (0-1) للمعاملة الثالثة
- (1-1) للمعاملة الرابعة

وبالتالي ستكون لدينا القطاعات التالية:

جدول (7-11) جدول توزيع المعاملات على القطاعات

Block1	Block2	Block3	Blok4
(1)	a	c	b
abc	bc	ab	ac

ثانياً: حسب الطريقة الثانية

من الجدول(7-8) نقتطع السطرين المقابلين للتشكيل AB & BC

جدول (7-12) بيانات المعاملات AB & BC

	(1)	a	b	c	ab	ac	bc	abc
AB	+1	-1	-1	+1	+1	-1	-1	+1
BC	+1	+1	-1	-1	-1	-1	+1	+1

نشكل القطاعات وفق القواعد الآتية:

a. (1، 1) للقطاع الأول
b. (1،-1) للقطاع الثاني
c. (−1,1,) للقطاع الثالث
d. (-1,-1) للقطاع الرابع

جدول (7-13) جدول توزيع المعاملات على القطاعات

Block1	Block2	Block3	Blok4
(1)	a	c	b
abc	bc	ab	ac

بالمقارنة بين الجدولين (7-11) و (7-13) نجد أنهما متطابقان

مثال(5-7) في تجربة عاملية من الطراز 2^3 تم وضع الشرط ABC وإذا كانت التجربة لدراسة عامل المضادات الحيوية بمستويين والمسكنات بمستويين والجنس بمستويين على طول فترة شفاء المريض.

المطلوب:

- القيام بعملية الإدماج في ABC
- القيام بتحليل التجربة بعد الإدماج

الحل: من بيانات الجدول (9-7) نجد أن عملية الإدماج ستتم في قطاعين ولنفرض أن عدد المكررات ٤ مكررات كما في الجداول التالية:

جدول (5-14) المكرر الأول

المكرر الأول							
1	2	3	4	5	6	7	8
b	abc	c	a	1	bc	ac	ab
4	5	3	6	4	4	3	4
18				15			

المصدر: افتراضي

جدول (5-15) المكرر الأول

المكرر الأول							
9	10	11	12	13	14	15	16
1	ab	ac	bc	a	c	b	abc
5	6	7	6	3	2	3	4
24				12			

المصدر: افتراضي

جدول (5-16) المكرر الأول

المكرر الأول							
17	18	19	20	21	22	23	`24
ac	1	bc	ab	a	b	c	abc
6	6	5	5	5	2	3	5
22				15			

جدول (5-17) المكرر الأول

المكرر الأول							
25	26	27	28	29	30	31	32
abc	b	a	c	bc	ac	1	ab
3	6	3	6	3	4	3	4
18				14			

المصدر : افتراضي

يمكن ترتيب بيانات التأثير الأساسي للعوامل وكذلك بيانات الأفعال المتبادلة في جدول مستقل كمايلي:

جدول(5-18) بيانات المرضى في المكررات الأربعة

				المكررات	
	المكرر الأول	المكرر الثاني	المكرر الثالث	المكرر الرابع	
1	4	5	6	3	**18**
a	6	3	5	3	**17**
b	4	3	2	6	**15**
c	3	2	3	6	**14**
ab	4	6	5	4	**19**
ac	3	7	6	4	**20**
bc	4	6	5	3	**18**
abc	5	4	5	3	**17**
Total	**33**	**36**	**37**	**32**	**138**

- نحسب المجموع العام

$G= (4+5+\ldots+3+3) =138$

- نحسب معامل التصحيح

$CF=138^2/32 =595.13$

- نحسب مجموع مربعات الانحرافات

$SSO=4^2+5^2+\ldots\ldots+5^2+3^2-595.13=56.87$

- نحسب مجموع مربعات الانحرافات للقطاعات

$SSBlocks = (18^2+15^2+24^2+12^2+22^2+15^2+18^2+14^2)/4-595.13$
$=29.37$

- نحسب تأثير العامل الأول A

$$SSA=1/r*a^2[(a+ab+ac+abc)-(1+b+c+bc)]$$
$$=1/4*8[17+19+20+17)-(18+15+14+18)]=2$$

حيث تم أخذ اشارات المعاملات من الجدول(7-8)

- نحسب تأثير العامل B

$$SSB=1/32[(b+ab+abc+bc)-(1+a+c+ac)]=0$$

- بنفس الطريقة نحسب

SSC=0
SSAB=0.125
SSAC=0.125
SSBC=0.125

- نحسب مجموع مربعات الانحرافات للخطأ

SSE=SSO-SSA-SSB-SSC-SSAB-SSAC-SSBC-SSBLOCKS=25.125

- نشكل جدول تحليل التباين للتجربة:

جدول (5-19) تحليل التباين

S.O.V	DF	SS	MS
Blocks	7	29.37	4.2
A	1	2	2
B	1	0	0
C	1	0	0
AB	1	0.125	0.125
AC	1	0.125	0.125
BC	1	0.125	0.125
Error	18	25.125	1.4
Total	31	56.87	

(7-4) الإدماج الجزئي

في هذا الشكل من الإدماج يتم إدماج التأثير العاملي في كل مكرر يختلف عن الإدماج في المكررات الأخرى، أي سنعامل كل مكرر كأنه إدماج كامل.

فإذا كانت لدينا تجربة من الشكل 2^3 ، أي أنها تحوي ثلاثة عوامل نسميها A,B,C وواضح أن كل عامل له مستويان، وبالتالي لدينا في هذه التجربة ثمان معاملات ولنفرض أن عدد المكررات (3) ولنفرض أننا نريد أن نقوم بإدماج:

- ABC في المكرر الأول
- AB في المكرر الثاني
- BC في المكرر الثالث

ملاحظة: عدد المكررات يجب أن يكون مساو لعدد عمليات الادماج الجزئي

أولاً: الإدماج وفق ABC

من الجدول التالي:

جدول (7-20) بيانات جدول يتس الموافق لـ ABC

	المعاملات							
	(1)	a	b	c	ab	ac	bc	abc
ABC	-1	+1	+1	+1	-1	-1	-1	+1

واضح من الجدول أن لدينا قطاعان هما:

- القطاع الأول (a,b,c,abc)
- القطاع الثاني ((1),ab,bc,ac)

نقوم بتوزيع المعاملات بشكل عشوائي داخل كل قطاع ولنفرض أنها تأخذ الشكل التالي:

جدول (7-21) توزيع المعاملات داخل المكرر الأول

	المكرر الأول			
القطاع الأول	b	a	abc	c
القطاع الثاني	(1)	bc	ab	ac

ثانياً: الإدماج وفق AB في المكرر الثاني:

جدول (7-22) بيانات جدول يتس الموافق لـ AB

	المعاملات							
	(1)	a	b	c	ab	ac	bc	abc
AB	+1	-1	-1	+1	+1	-1	-1	+1

من بيانات الجدول السابق يتضح لنا أن لدينا قطاعان وهما:

- القطاع الأول ((1),c,ab,abc)
- القطاع الثاني (a,b,ac,bc)

نقوم بتوزيع المعاملات بشكل عشوائي داخل كل قطاع ولنفرض أنها تأخذ الشكل التالي:

جدول (7-23) توزيع المعاملات داخل المكرر الثاني

	المكرر الأول			
القطاع الأول	ab	1	abc	c
القطاع الثاني	a	ac	bc	b

ثالثا: الادماج وفق BC

جدول (7-24) بيانات جدول يتس الموافق لـ Ac

	المعاملات							
	(1)	a	b	c	ab	ac	bc	abc
BC	+1	+1	-1	-1	-1	-1	+1	+1

من بيانات الجدول السابق يتضح لنا أن لدينا قطاعان وهما:

- القطاع الأول ((1),a,bc,abc)
- القطاع الثاني (c,b,ab,ac)

نقوم بتوزيع المعاملات بشكل عشوائي داخل كل قطاع ولنفرض أنها تأخذ الشكل التالي

جدول (7-25) توزيع المعاملات داخل المكرر الثاني

	المكرر الأول			
القطاع الأول	a	1	abc	bc
القطاع الثاني	c	ab	ac	b

من الجداول (7-21) و(7-23) و(7-25) نجد أن القطاعات لا تحوي نفس المعاملات والسبب هو أن الإدماج مختلف في كل قطاع.

مثال(7-6) لنعود الى المثال السابق وهو دراسة عوامل المضادات وعامل المسكنات وعامل الجنس وكل منها بمستويين، ولنفرض أن التجربة بأربعة مكررات ونريد الإدماج كما يلي:

- إدماج AB في المكرر الأول
- إدماج AC في المكرر الثاني
- إدماج BC في المكرر الثالث
- إدماج ABC في المكرر الرابع

كما مر معنا أعلاه فإن الإدماج في القطاع الأول وفق AB سيكون:

جدول (7-26) بيانات ادماج AB

AB			
القطاع الأول		القطاع الثاني	
b	5	1	3
bc	6	c	4
ac	7	ab	5
a	4	abc	4
22		16	

جدول (7-27) بيانات ادماج ABC

ABC			
القطاع الأول		القطاع الثاني	
b	3	1	3
c	5	ac	5
abc	4	ab	5
a	4	bc	6
16		19	

جدول (28-7) بيانات ادماج BC

BC			
القطاع الأول		القطاع الثاني	
b	5	1	4
c	5	a	5
ab	4	abc	5
ac	4	bc	5
18		19	

جدول (29-7) بيانات ادماج AC

AC			
القطاع الأول		القطاع الثاني	
bc	3	1	3
c	3	b	5
ab	4	abc	3
a	4	ac	6
14		17	

جدول (30-7) البيانات المجمعة

المعاملات	مكرر 1	مكرر 2	مكرر 3	مكرر 4	مجموع
1	3	3	4	3	**13**
a	4	4	5	4	**17**
b	5	3	5	5	**18**
c	4	5	5	3	**17**
ab	5	5	4	4	**18**
ac	7	5	4	6	**22**
bc	6	6	5	3	**20**
abc	4	4	5	3	**16**
Total	**38**	**35**	**37**	**31**	*142*

التحليل الإحصائي:

a. نحسب المجموع العام

$G=3+3+\ldots+5+3=141$

b. نحسب معامل التصحيح

$$F = \frac{G^2}{N} = \frac{141^2}{32} = 621.28$$

c. مجموع مربعات الانحراف الكلي

$SSO=3^2+3^2+\ldots+5^2+3^2 - 621.28=655-621.28=33.72$

d. مجموع مربعات الانحرافات للقطاعات

$SSBlocks= (22^2 + 16^2+\ldots+14^2+17^2) - 621.28$

$=631.75 - 621.26=10.47$

e. نحسب مجموع مربعات الانحرافات للعامل A

$SSA=1/ (4x8) [(a+ab+ac+abc)-(1+b+c+bc)]^2=25/32=0.78$

f. نحسب مجموع مربعات الانحرافات للعامل B

$SSB=1/ (4x80[(b+bc+abc+ab)-(1+ac+a+c)]^2=9/32=0.28$

g. نحسب مجموع مربعات الانحرافات للعامل C

$SSC=1/(4x80[(c+bc+abc+ac)-(1+ab+b+a)]^2=81/32=2.53$

h. نحسب الأفعال المتبادلة بين العوامل عن طريق طرح المجموع العام من قيم القطاع الذي تم الادماج فيه

جدول(31-7) جدول الأفعال المتبادلة.

المعاملات	مجموع	AxB	AxBxC	BxC	AxC
1	**13**	10	10	9	10
a	**17**	13	13	12	13
b	**18**	13	15	13	13
c	**17**	13	12	12	14
ab	**18**	13	13	14	14
ac	**22**	15	17	18	16
bc	**20**	14	14	15	17
abc	**16**	12	12	11	13

حيث أن القيمة الأولى في العمود الثالث (عمود AB) تساوي الى المجموع وهو 13 ناقص 3 اول قيمة في المكرر الأول من الجدول(28-7) لأن AB أدمج في المكرر الأول وهكذا

i. مجموع مربعات AB

$$SSAB=1/(3*8)\,[(1+c+ab+abc)-(a+b+ac+bc)]^2$$
$$=49/24=2.04$$

j. مجموع مربعات AC

$$SSAC=36/24=1.5$$

k. مجموع مربعات BC

$$SSBC=100/24=4.17$$

l. مجموع مربعات ABC

$$SSABC=4/24=0.17$$

m. الجدول النهائي

جدول (32-7) تحليل التباين

S.O.V.	DF	SS	MS
Blocks	7	10.47	1.5
A	1	0.78	0.78
B	1	0.28	0.28
C	1	2.53	2.53
AB	1	2.04	2.04
AC	1	1.5	1.5
BC	1	4.17	4.17
ABC	1	0.17	0.17
Error	17	11.72	0.69
Total	31	33.72	

(4-7) التجارب العاملية الجزئية

في الكثير من التجارب في المجال الصناعي هناك الكثير من العوامل التي لها تأثير قوي في التجربة، وكلما زاد عدد العوامل زاد عدد المعاملات وخاصة إذا كان العامل

له مستويات كثيرة وبالتالي أحيانا ليس من الممكن أن نقوم بالتجربة كاملة وذلك لضخامتها، أو قد لا تستطيع جمع بيانات كل التجربة.

لذلك أحيانا نلجأ لإجراء أجزاء من التجربة وهذا ما يدعى التجارب العاملية الجزئية Fractional Factorial Experiment ويتم التقسيم بالشكل $1/2^i$ ...i=1,2

أي: ..... 1/8 1/4 1/2 وعادة يتم اختيار التحديدات التي تشكل أغلب العوامل لتقسيم التجربة وفقها.

مثال: لنفرض أن لدينا تجربة تحوي ثلاثة عوامل A,B,C ولنفرض أننا نقوم بعملية الإدماج وفقاً لـ ABC وعليه فإن عدد القطاعات سيكون اثنان من الجدول (7-20) نجد أن القطاعان كما في الجدول التالي:

جدول (7-33) القطاعات للتجربة 2^3

Block1	Block2
1	a
ab	b
bc	c
ac	abc

لنفرض أننا نريد استخدام القطاع الأول وفي هذه الحالة نكون قد قسمنا التجربة الى قسمين أي نريد إجراء 1/2 من التجربة

جدول (7-34) معاملات التجربة

معاملات	(1)	a	b	c	ab	ac	bc	abc
Blocks	1	2	2	2	1	1	1	2
A	-	+	-	-	+	+	-	+
B	-	-	+	-	+	-	+	+
C	-	-	-	+	-	+	+	+
AB	+	-	-	+	+	-	-	+
AC	+	-	+	-	-	+	-	+
BC	+	+	-	-	-	-	+	+

واضح من الجداول أن تأثير العامل A هو:

$$\text{Effect of } A = -(1) + a - b - c + ab + ac - bc + abc$$
$$= [a-b-c+abc] + [-(1) + ab + ac - bc]$$
$$= R + S$$
$$\text{Effect of } AB = [(1) + a - b - c - ab - ac + bc + abc]$$
$$= [a-b-c+abc] - [-(1) + ab + ac - bc]$$
$$= R - S$$

في هذه التجربة إذا أردنا أن ننفذ القطاع الثاني فقط فإننا نجد A و BC وتأثيرهما هو:

$R = a-b-c+abc$

ويصبحا غير متميزين عن بعضهما البعض وفي هذه الحالة نقول إن A يستبدل بـ BC ويمكن معرفة أي عامل يمكن استبداله بعامل آخر نقوم بضربه بعوامل التحديد في تجربتنا كان التحديد ABC، وبالتالي لمعرفة A نضرب بـ ABC

$A\,(ABC) = A^2BC = BC$
$B\,(ABC) = AB^2C = AC$
$C\,(ABC) = ABC^2 = AB$

ونكتب:

$A \equiv BC$
$B \equiv AC$
$C \equiv AB$

مثال في تجربة 2^4 أي $k=4$ ولنفرض أن لدينا محددات $p=2 \Leftarrow$ سيكون لدينا 2^p قطاع، أي أربعة قطاعات، إذا كان التحديد سيتم وفق ABC & CD، عندئذ فإن تأثير العامل A هو:

$A\,(ABC) = A^2BC \equiv BC \Rightarrow A \equiv BC$
$A\,(CD) = ACD \equiv ACD \Rightarrow A \equiv ACD$

وبالتالي إذا كانت هناك عملية ادماج فلا يجوز أن ندمج A في القطاعات BC و ACD

مثال: في تجربة من الطراز 2^5 ونريد استخدام 1/2 من تجربة 2^5 والإدماج سيتم وفق ABCDE .

نخرج المكافئات للعوامل وهي موضحة في الجدول التالي:

جدول (35-7) مكافئات العوامل

المصدر	مجموع مربعات الانحرافات
$A \equiv BCDE$	558.14
$B \equiv ACDE$	3915.63
$C \equiv ABDE$	8496.23
$D \equiv ABCE$	1337.73
$E \equiv ABCD$	174.9
$AB \equiv CDE$	0.11
$AC \equiv BDE$	469.81
$AD \equiv BCE$	0.18
$AE \equiv BCD$	1074.2
$BC \equiv ADE$	3579.03
$BD \equiv ACE$	1157.7
$BE \equiv ACD$	0.23
$CD \equiv ABE$	1171.35
$CE \equiv ABD$	170.96
$DE \equiv ABC$	0.18

جدول تحليل التباين

S.O.V	DF	SS	MS	F
A	1	558.14	558.14	0.73
B	1	3915.63	3915.63	5.14
C	1	8496.23	8496.23	11.14
D	1	1337.73	1337.73	1.75
E	1	174.9	174.9	0.23
Error	10	7623.74	762.37	

الفصل الثامن

تحليل التباين المتشابك

Nested ANOVA

يستخدم تحليل التباين المتشابك أو المتداخل عندما تكون لدينا وحدات تجريبية تستخدم في أكثر من مرة وأكثر من مكان، فإذا كان لدينا 12 طالباً تم توزيعهم على ثلاث مدارس وأجري لهم اختبار في إحدى المقررات، ثم بعد فترة أخرى أجري لهم نفس الاختبار في نفس المقرر ولنرى هل تضيف الاختلافات بين المدارس شيئا من التباين للتجربة

(8-1) الخطوات الأساسية في تحليل التباين المتشابك

a. نحسب المجموع العام

$$S1=\sum_{k=1}^{r}\sum_{i=1}^{a}\sum_{j=1}^{b} x_{kij}$$

b. نحسب المجموع الثاني

$$S2=\sum_{k}\sum_{i}\sum_{j} {x_{ijk}}^{2}$$

c. نحسب المجموع الثالث

$$S3=\frac{\sum_{i=1}^{ab} T_i^2}{r}$$

d. نحسب المجموع الرابع

$$S4=\frac{\sum_{i=1}^{a}\left(\sum_{j=1}^{b}\sum_{k=1}^{r} x_{ijk}\right)^{2}}{br}$$

e. نحسب المجموع الخامس وهو معامل التصحيح

$$S5=CF=S1^{2}/abr$$

f. نحسب مجموع مربعات الانحرافات الكلي

$$SSO=S2-S5$$

g. نحسب مجموع مربعات الانحرافات بين المجموعات

SST=S4 – S5

h. نحسب مجموع مربعات الانحرافات الجزئية بين المجموعات

SSsubT=S3 – S4

i. نحسب مجموع مربعات الانحرافات ضمن المجموعات الجزئية

SSwithen=S2 – S3

j. متوسط مربع الانحرافات بين المجموعات

MST=SST/ (a-1)

k. متوسط مربع الانحرافات بين المجموعات الجزئية

MSubT=SSsubT/a (b-1)

l. متوسط مربعات الانحرافات ضمن المجموعات الجزئية

MSwithen=SSwithen/ab(r-1)

m. حساب F1

F1=MST/ MSubT

n. نحسب F2

F2= MSubT/ MSwithen

حيث أن:

a – عدد الوحدات الكبيرة b – عدد الوحدات الفرعية

r – المكررات داخل المجموعات الفرعية

ملاحظة(1-8) المجاميع السابقة تتمتع بالخاصية التالية: S2>S3>S4>S5

يمكن عمل الجدول التالي الذي يبين الحسابات لهذا النوع من التحاليل

جدول (1-8) كيفية حساب المجاميع لتحليل التباين المتشابك

SS	مصادر التباين
S4 – S5	بين المجموعات
S3 –S4	بين المجموعات الجزئية
S2 –S3	ضمن المجموعات الجزئية
S5 –S2	المجموع

جدول (8-2) تحليل التباين المتشابك

مصادر التباين	DF	SS	MS	F
بين المجموعات	a-1	SST	MST	F1
بين المجموعات الجزئية	a(b-1)	SSsubT	MSubT	F2
ضمن المجموعات الجزئية	ab(r-1)	SSwithen	MSwithen	
المجموع	abr-1	SSO		

جدول (8-3) بيانات الطلاب في المدرسة الأولى

الطلاب			
1	**2**	**3**	**4**
65	71	84	65
60	72	80	75
125	**143**	**164**	**140**
المجموع	572		
المتوسط	71.5		

جدول (8-4) بيانات الطلاب في المدرسة الثانية

الطلاب			
5	**6**	**7**	**8**
60	77	80	75
61	67	82	76
121	**144**	**162**	**151**
المجموع	578		
المتوسط	72.25		

جدول (8-5) بيانات الطلاب في المدرسة الثالثة

الطلاب			
9	**10**	**11**	**12**
61	77	67	65
63	73	73	85
124	**150**	**140**	**150**
المجموع	564		
المتوسط	70.5		

أولاً: نشكل جدول تحليل التباين العادي للبيانات السابقة وفق الخطوات التالية:

نشكل الجدول المشترك للمدارس الثلاث السابقة:

جدول (6-8) البيانات مجمعة

الطلاب											
12	**11**	**10**	**9**	**8**	**7**	**6**	**5**	**4**	**3**	**2**	**1**
65	67	77	61	75	80	77	60	65	84	71	65
85	73	73	63	76	82	67	61	75	80	72	60
150	**140**	**150**	**124**	**151**	**162**	**144**	**121**	**140**	**164**	**143**	**125**

a. نحسب المجموع العام

$G=\sum_{k=1}^{r}\sum_{i=1}^{a}\sum_{j=1}^{b} x_{kij} = (65 + 60 + \ldots 65 + 85)$

$=1714$

b. نحسب معامل التصحيح

CF=S12/abr = (1714)2/24

=122408.2

c. نحسب مجموع مربعات الانحرافات الكلي

$SSO= S2=\sum_k \sum_i \sum_j x_{ijk}{}^2 = (652 + 602 + \ldots 652 + 852) - CF=$

=123836 - 122408.2=

=1427.83

d. نحسب مجموع مربعات الانحرافات بين المعاملات

$$SST = \frac{\sum_{i=1}^{ab} T_i^2}{r} = \frac{\left(125^2 + 143^2 + \cdots + 124^2 + 150^2\right)}{2} - CF$$

= 123484 - 122408.2=

=1075.83

e. نحسب مجموع مربعات الخطأ

SSE= SSO – SST=

=1427.83 - 1075.83 =352.00

f. نحسب المتوسطات

MST=SST/ (N-1)=1075.83/11=97.80

MSE=SSE/ (N-t) =352/12=29.33

g. نحسب قيمة F=MST/MSE=97.80/29.33=3.33

h. نخرج قيم F الجدولية F(0.05,11,12)=2.6

a. نشكل جدول تحليل التباين

جدول (7-8) تحليل التباين العادي

S.O.V	DF	SS	MS	F	F(0.05,11,12)
Between Groups	11	1075.83	97.80	3.33	2.6
Within Groups	12	352	29.33		
Total	23	1427.83			

بالمقارنة نجد أن هناك فروقاً معنوية بين المعاملات المدروسة أي أن هناك اختلاف بين علامات الطلاب في المدارس.

ثانياً: تحليل التباين المتشابك

الحسابات:

a. نحسب المجموع العام

$$S1=\sum_{k=1}^{r}\sum_{i=1}^{a}\sum_{j=1}^{b} x_{kij} = (65+60+\ldots 65+85)$$
$$=1714$$

b. نحسب المجموع الثاني

$$S2=\sum_k \sum_i \sum_j x_{ijk}{}^2 = (65^2+60^2+\ldots 65^2+85^2) = 123836$$

c. نحسب المجموع الثالث

$$S3=\frac{\sum_{i=1}^{ab} T_i^2}{r}=\frac{\left(125^2+143^2+\cdots+124^2+150^2\right)}{2}=$$
$$=123484$$

d. نحسب المجموع الرابع

$$S4=\frac{\sum_{i=1}^{a}\left(\sum_{j=1}^{b}\sum_{k=1}^{r} x_{ijk}\right)^2}{br}=\frac{\left(572^2+578^2+564^2\right)}{4\times 2}=122420.5$$

e. نحسب المجموع الخامس وهو معامل التصحيح

$$S5=CF=S1^2/abr=(1714)^2/24$$
$$=122408.2$$

f. نحسب مجموع مربعات الانحرافات الكلي

$$SSO = S2 - S5 =$$
$$= 123836 - 122408.2 = 1427.833$$

g. نحسب مجموع مربعات الانحرافات بين المجموعات

$$SST = S4 - S5 =$$
$$= 122420.5 - 122408.2 = 12.33333$$

h. نحسب مجموع مربعات الانحرافات الجزئية بين المجموعات

$$SSsubT = S3 - S4 =$$
$$= 123484 - 122420.5 = 1063.5$$

i. نحسب مجموع مربعات الانحرافات ضمن المجموعات الجزئية

$$SSwithen = S2 - S3 =$$
$$= 123836 - 123484 = 352$$

j. متوسط مربع الانحرافات بين المجموعات

$$MST = SST/(a-1)$$
$$= 12.33333/2 = 6.17$$

k. متوسط مربع الانحرافات بين المجموعات الجزئية

$$MSubT = SSsubT/a(b-1)$$
$$= 1063.5/9 = 118.17$$

l. متوسط مربعات الانحرافات ضمن المجموعات الجزئية

$$MSwithin = SSwithen/ab(r-1) =$$
$$= 352/12 = 29.33$$

m. حساب F1

$$F1 = MST/MSubT$$
$$= 6.17/118.17 = 0.05$$

n. نحسب F2

$$F2 = MSubT/MSwithin$$
$$= 118.17/29.33 = 4.03$$

o. نخرج قيم F الجدولية:

$$F(0.05, 2, 9) = 4.26$$
$$F(0.05, 9, 12) = 2.8$$

p. نشكل جدول تحليل التباين الموافق للمسألة:

جدول (8-8) تحليل التباين للمسألة السابقة

F الجدولية	F	MS	SS	DF	مصادر التباين
F(0.05,2,9)=4.26	0.05	6.17	12.33	a-1=2	بين المجموعات
F(0.05,9,12)=2.8	4.03	118.17	1063.50	a(b-1)=9	بين المجموعات الجزئية
		29.33	352.00	ab(r-1)=12	ضمن المجموعات الجزئية
		62.08	1427.83	abr-1=23	المجموع

q. بالمقارنة نجد:

- أنه لا يوجد فرق بين المدارس
- بينما نجد فروقاً معنوية بين الطلاب أنفسهم

نستكمل تحليل التباين المتشابك بتقدير مكونات أخرى للتباين وذلك من نفس الجدول السابق (6-8) وهي كما يلي:

- تباين ضمن المجموعات الثانوية (نفسه قيمة الخطأ التجريبي) Within S2=29.33 Group.
- بين المجموعات الثانوية ضمن المجموعات الكبيرة (بين الطلاب ضمن نفس المدرسة) Among Subgroups within big groups $S2A\epsilon B$

$$S2A \in B = \frac{MS_{subT} - MS_{within}}{r} = \frac{(118.17 - 29.33)}{2} = 44.42$$

- بين المجموعات الرئيسية Among Big groups

$$S2A = \frac{MST - MS_{subT}}{rb} = \frac{(118.17 - 6.17)}{8} = 14$$

ما شرحناه سابقاً كان تحليل التباين المتشابك بمستويين.

(8-2) تحليل التباين المتشابك بثلاث مستويات

يتم استخدام ذلك عندما يكون لدينا مجموعات رئيسية وبداخلها مجموعات فرعية وداخل المجموعات الفرعية مجموعات فرعية أخرى.

تتم طريقة الحساب أيضا وفق القواعد الآتية:

a. نحسب المجموع

$$S1=\sum_{i=1}^{a}\sum_{j=1}^{b}\sum_{k=1}^{c}\sum_{l=1}^{r}x_{ijkl}$$

b. نحسب المجموع الثاني وهو عبارة عن مجموع مربعات القطع التجريبية داخل التجربة ككل.

$$S2=\sum_{i=1}^{a}\sum_{j=1}^{b}\sum_{k=1}^{c}\sum_{l=1}^{r}x_{ijkl}{}^{2}$$

نحسب المجموع الثالث وهو مجموع مربعات المجموعات الجزئية مقسوما مقسوما على عدد المجموعات الجزئية داخل المجموعة الفرعية

$$S3=\frac{\sum_{i=1}^{a}\sum_{j=1}^{b}\sum_{k=1}^{c}\left(\sum_{l=1}^{r}x_{ijkl}\right)^{2}}{r}$$

c. نحسب المجموع الرابع

$$S4=\frac{\sum_{i=1}^{a}\sum_{j=1}^{b}\left(\sum_{k=1}^{c}\sum_{l=1}^{r}x_{ijkl}\right)^{2}}{rc}$$

d. نحسب المجموع الخامس وهو:

$$S5=\frac{\sum_{i=1}^{a}\left(\sum_{j=1}^{b}\sum_{k=1}^{c}\sum_{l=1}^{r}x_{ijkl}\right)^{2}}{rbc}$$

e. نحسب المجموع السادس وهو نفسه معامل التصحيح

$$S6=\frac{\left(\sum_{i=1}^{a}\sum_{j=1}^{b}\sum_{k=1}^{c}\sum_{l=1}^{r}x_{ijkl}\right)^{2}}{rabc}=\frac{S1^{2}}{N}$$

f. نحسب مجموع مربعات الانحرافات الكلي

$$SSO=S2-S6$$

g. نحسب مجموع مربعات الانحرافات بين المعاملات

$SST= S5 – S6$

h. نحسب مجموع مربعات الانحرافات بين المجموعات الفرعية

$SSsubT= S4 – S5$

i. نحسب مجموع مربعات الانحرافات بين المجموعات الفرعية داخل المجموعات الفرعية

$SSsubTsub= S3 – S4$

j. نحسب مجموع مربعات الانحرافات ضمن المجموعات الفرعية والذي يسمى كما نعرف الخطأ التجريبي

$SSwithin= S2 – S3$

نلاحظ أننا حسبنا مجموع مربعات الانحرافات الكلي SSO ثم حسبنا مجموع مربعات الانحرافات بين المجموعات الرئيسية والذي يسمى المستوى الأعلى للمجموعات وبشكل عام يحسب مجموع مربعات الانحرافات للمستوى C مثلا ضمن المستوى B من طرح C من B.

k. نحسب متوسط مربعات الانحرافات الكلي

$MST=SST/ (a-1)$

a– عدد المجموعات الرئيسية

l. نحسب متوسط مربعات الانحرافات بين المجموعات الفرعية

$MSsubT=SSsubT/a (b-1)$

m. نحسب متوسط مربعات الانحرافات بين المجموعات الفرعية داخل المجموعات الفرعية.

$MSsubTsub=SSsubTsub/ab(c-1)$

n. نحسب متوسط مربعات الانحرافات ضمن المجموعات الفرعية (الخطأ التجريبي)

$MSwithin (MSE) =SSwithin/ (abcr-abc)$

o. نحسب قيم F

$F1=MST/MSubT$

$F2=MSubT/MSubTsub$

$F3= MSubTsub/MSwithin$

مثال(2-8) تم توزيع 18 طالب على ثلاث مدراس حيث تم اتباع طرق تدريس مختلفة في كل مدرسة حيث تم توزيع ستة طلاب على كل مدرسة، وتم تقسيم المجموعة ضمن المدرسة إلى مجموعتين كل منها ثلاثة طلاب، تم إجراء اختبار لهم في أحد المقررات، ثم بعد فترة أجري الاختبار لنفس الطلاب في نفس المقرر وكانت لدينا النتائج التالية:

a–عدد الوحدات الكبيرة وفي مثالنا هذا تساوي 3.

b–عدد المجموعات الفرعية داخل المجموعات الكبيرة وفي مثالنا تساوي 2.

c–عدد الوحدات التجريبية داخل المجموعات الصغيرة وفي مثالنا تساوي 3.

r–عدد المكررات داخل كل مجموعة صغيرة وفي مثالنا تساوي 2.

جدول (9-8) بيانات المدرسة الأولى

المدرسة الأولى					
1			**2**		
1	**2**	**3**	**1**	**3**	**3**
66	67	65	60	65	61
64	65	66	61	64	63
130	**132**	**131**	**121**	**129**	**124**
393			374		
المجموع	**767**				
المتوسط	**63.92**				

جدول (10-8) بيانات المدرسة الثانية

المدرسة الثانية					
1			**2**		
1	**2**	**3**	**1**	**3**	**3**
70	78	73	75	77	71
72	79	70	74	75	72
142	**157**	**143**	**149**	**152**	**143**
442			444		
المجموع	**886.00**				
المتوسط	**73.83**				

جدول(11-8) بيانات المدرسة الثالثة

المدرسة الثالثة					
1			2		
1	**2**	**3**	**1**	**3**	**3**
88	90	89	81	85	86
87	91	88	82	86	87
175	**181**	**177**	**163**	**171**	**173**
533			507		
المجموع	**1040.00**				
المتوسط	**86.67**				

الحسابات:

a. نحسب المجموع

$$S1=\sum_{i=1}^{a}\sum_{j=1}^{b}\sum_{k=1}^{c}\sum_{l=1}^{r}x_{ijkl}$$
$$=(66+67+\ldots+86+87)=2693$$

b. نحسب المجموع الثاني وهو عبارة عن مجموع مربعات القطع التجريبية داخل التجربة ككل.

$$S2=\sum_{i=1}^{a}\sum_{j=1}^{b}\sum_{k=1}^{c}\sum_{l=1}^{r}x_{ijkl}^{2}$$
$$=(66^2+67^2+\ldots+86^2+87^2)=204827$$

c. نحسب المجموع الثالث وهو مجموع مربعات المجموعات الجزئية مقسوماً على عدد المجموعات الجزئية داخل المجموعة الفرعية

$$S3=\frac{\sum_{i=1}^{a}\sum_{j=1}^{b}\sum_{k=1}^{c}\left(\sum_{l=1}^{r}x_{ijkl}\right)^2}{r}=\frac{\left(130^2+132^2+\cdots+173^2\right)}{2}=204806.5$$

d. نحسب المجموع الرابع

$$S4=\frac{\sum_{i=1}^{a}\sum_{j=1}^{b}\left(\sum_{k=1}^{c}\sum_{l=1}^{r}x_{ijkl}\right)^2}{rc}=\frac{\left(393^2+374^2+\cdots+507^2\right)}{6}=204660.5$$

e. نحسب المجموع الخامس وهو:

$$S5 = \frac{\sum_{i=1}^{a}\left(\sum_{j=1}^{b}\sum_{k=1}^{c}\sum_{l=1}^{r} x_{ijkl}\right)^2}{rbc} = \frac{\left(767^2 + 686^2 + \cdots + 1040^2\right)}{12} = 204573.8$$

f. نحسب المجموع السادس وهو نفسه معامل التصحيح

$$S6 = \frac{\left(\sum_{i=1}^{a}\sum_{j=1}^{b}\sum_{k=1}^{c}\sum_{l=1}^{r} x_{ijkl}\right)^2}{rabc} = \frac{Sl^2}{N} = \frac{26932}{36} = 201451.4$$

g. نحسب مجموع مربعات الانحرافات الكلي

SSO = S2 – S6=204827 - 201451.4=3375.639

h. نحسب مجموع مربعات الانحرافات بين المعاملات

SST= S5 – S6=204573.8 - 201451.4=3122.389

i. نحسب مجموع مربعات الانحرافات بين المجموعات الفرعية

SSsubT= S4 – S5=204660.5- 204573.8=86.75

j. نحسب مجموع مربعات الانحرافات بين المجموعات الفرعية داخل المجموعات الفرعية

SSsubTsub = S3 – S4=204806.5- 204660.5=146

k. نحسب مجموع مربعات الانحرافات ضمن المجموعات الفرعية والذي يسمى كما نعرف الخطأ التجريبي

SSwithin = S2 – S3=204827 - 204806.5=20.5

l. نحسب متوسط مربعات الانحرافات الكلي

MST = SST/ (a-1)=1561.194/2=53.98943

m. نحسب متوسط مربعات الانحرافات بين المجموعات الفرعية

MSsubT = SSsubT/a (b-1)
=86.75/3 = 28.91667

n. نحسب متوسط مربعات الانحرافات بين المجموعات الفرعية داخل المجموعات الفرعية.

MSsubTsub = SSsubTsub/ab(c-1)
=146/12=12.16667

o. نحسب متوسط مربعات الانحرافات ضمن المجموعات الفرعية (الخطأ التجريبي)

$$MSwithin\ (MSE) = SSwithin/\ (abcr-abc)$$
$$=20.5/18=1.138889$$

p. نحسب قيم F

$$F1=MST/MSubT$$
$$=1561.194/28.91667=53.98943$$
$$F2=MSubT/MSubTsub$$
$$=28.91667/12.16667=2.376712$$
$$F3= MSubTsub/MSwithin$$
$$=12.16667/1.138889 =10.68293$$

q. نشكل جدول تحليل التباين

جدول (8-12) تحليل التباين

S.O.V	DF	SS	MS	F
بين المجموعات الكبيرة	a-1=2	3122.389	1561.194	53.98943
بين المجموعات الفرعية ضمن المجموعات الكبيرة	a(b-1)=3	86.75	28.91667	2.376712
بين المجموعات الفرعية ضمن المجموعات الفرعية	ab(c-1)=12	146	12.16667	10.68293
الخطأ	abcr-abc=18	20.5	1.138889	
المجموع	abcr -1=35	3375.639		

تقدير مكونات التباين:

$$S^2B\epsilon A= (MSsubT - MssubTsub)\ 6 = (28.91667 - 12.16667)/6 =2.79$$

$$S^2C \in B = \frac{(MS_{subTsub} - MS_{within})}{2} = \frac{(12.16667 - 1.138889)}{2} = 5.51$$

(8-3) تحليل التباين المتشابك بمستويين (في حال تساوي عدد الوحدات التجريبية في المعاملات)

مثال(8-3) في تجربة تم توزيع 46 طفل على 5 مدارس وفقاً للبيانات الموضحة في الجداول التالية:

جدول(13-8) بيانات المدرسة الأولى والثانية

المدرسة الأولى		المدرسة الثانية	
1		2	
1	2	1	2
65	66	77	66
67	67	71	77
66	77	72	80
70	65	73	67
		65	
268	**275**	**358**	**290**
543		**648**	

جدول(14-8) بيانات المدرسة الثالثة

3 المدرسة		
1	2	3
67	78	89
76	75	74
81	82	83
93	90	70
		66
317	**325**	**382**
1024		

جدول(15-8) بيانات المدرستين الرابعة والخامسة

4 المدرسة		5 المدرسة	
1	2	1	2
87	62	65	67
73	72	71	65
80	81	88	90
	60	61	65
		77	
240	**275**	**362**	**287**
515		**649**	

لدينا في هذا المثال:

a– تساوي خمسة وهو عدد المدارس

b– عدد المجموعات الجزئية داخل المجموعات الكبيرة وفي مثالنا تختلف من مدرسة إلى أخرى لذلك عند الحساب يجب أن نأخذ المتوسط أي أن:

b= (2+2+3+2+2)/5=11/5=2.2

r– عدد المكررات داخل المجموعات الفرعية وهنا أيضا مختلف

a. نحسب المجموع العام

$$S1=\sum_{k=1}^{r}\sum_{i=1}^{a}\sum_{j=1}^{b}x_{kij} = (65 + 66 + \ldots 90 + 65)$$
$$=3379$$

b. نحسب المجموع الثاني

$$S2=\sum_k\sum_i\sum_j x_{ijk}{}^2 = (65^2 + 66^2 + \ldots 90^2 + 65^2)$$
$$= 251587$$

c. نحسب المجموع الثالث

$$S3 = \frac{\sum_{i=1}^{ab} T_i^2}{ri} = \frac{268^2}{4} + \frac{275^2}{4} + \frac{358^2}{5} + \cdots + \frac{287^2}{4} +$$
$$= 249140.7$$

d. نحسب المجموع الرابع

$$S4 = \frac{\sum_{i=1}^{a}\left(\sum_{j=1}^{b}\sum_{k=1}^{r} x_{ijk}\right)^2}{bi} = \frac{543^2}{8} + \frac{648^2}{9} + \frac{1024^2}{13} + \frac{515^2}{7} + \frac{649^2}{9} = 248861.2$$

e. نحسب المجموع الخامس وهو معامل التصحيح

$$S5=CF=S1^2/N = (3379)^2/46$$
$$=248209.6$$

f. نحسب مجموع مربعات الانحرافات الكلي

$$SSO=S2 - S5 =$$
$$=251587 - 248209.6=3377.413$$

g. نحسب مجموع مربعات الانحرافات بين المجموعات

$SST = S4 - S5 =$
$= 248861.2 - 248209.6 = 651.6272$

h. نحسب مجموع مربعات الانحرافات الجزئية بين المجموعات

$SSsubT = S3 - S4 =$
$= 249140.7 - 248861.2 = 279.4359$

i. نحسب مجموع مربعات الانحرافات ضمن المجموعات الجزئية

$SSwithen = S2 - S3 =$
$= 251587 - 249140.7 = 2446.35$

j. متوسط مربع الانحرافات بين المجموعات

$MST = SST/(a-1)$
$= 651.6272/4 = 162.9068$

k. متوسط مربع الانحرافات بين المجموعات الجزئية

$MSubT = SSsubT/a(b-1)$
$= 279.4359/5(2.2-1) = 46.57264$

l. متوسط مربعات الانحرافات ضمن المجموعات الجزئية

$MSwithin = SSwithen/(N-t) =$
$= 2446.35/35 = 69.89571$

m. حساب F1

$F1 = MST/MSubT$
$= 162.9068/46.57264 = 3.497907$

n. نحسب F2

$F2 = MSubT/MSwithin$
$= 46.57264/69.89571 = 0.666316$

o. نخرج قيم F الجدولية:

$F(0.05, 2, 9) = 4.26$
$F(0.05, 9, 12) = 2.8$

p. نشكل جدول تحليل التباين الموافق للمسألة:

جدول (16-8) تحليل التباين للمسألة السابقة

مصادر التباين	DF	SS	MS	F	F الجدولية
بين المجموعات	a-1=4	651.6272	162.9068	3.497907	F(0.05,4,6)=4.53
بين المجموعات الجزئية	a(b-1)=6	279.4359	46.57264	0.666316	F(0.05,6,35)=2.38
ضمن المجموعات الجزئية	N-t=35	2446.35	69.89571		
المجموع	N-1=45	3377.413			

q. بالمقارنة نجد أن:

- لا يوجد تأثير للمدارس
- لا يوجد فروق بين الطلاب في المجموعات الصغيرة

(8-3) تحليل التباين المتشابك بثلاثة مستويات (في حال عدم تساوي عدد الوحدات التجريبية في المعاملات)

مثال(8-4) لدينا البيانات التالية عن توزيع ١٤ طالبا في ثلاث مدارس حيث تم وضع أربعة طلاب في المدرسة الأولى موزعين في مجموعتين كل منها تحوي طالبين وفي المدرسة الثانية فقد تم وضع خمسة طلاب في مجموعتين الأولى تحوي ثلاثة طلاب والثانية طالبين، أما الثالثة فقد وضع بها خمسة طلاب في المجموعتين الأولى والثانية طالبين في كل مجموعة وفي المجموعة الثالثة طالب واحد فقط وتم عمل امتحانين لهم والبيانات في الجدول التالي

جدول (17-8) بيانات الطلاب

<table>
<tr><td colspan="4">المدرسة 1</td></tr>
<tr><td colspan="2">1</td><td colspan="2">2</td></tr>
<tr><td>1</td><td>2</td><td>1</td><td>2</td></tr>
<tr><td>61</td><td>76</td><td>88</td><td>85</td></tr>
<tr><td>65</td><td>80</td><td>87</td><td>84</td></tr>
<tr><td></td><td></td><td>81</td><td></td></tr>
<tr><td>126</td><td>156</td><td>256</td><td>169</td></tr>
<tr><td colspan="2">282</td><td colspan="2">425</td></tr>
<tr><td colspan="4">707</td></tr>
</table>

جدول (18-8) بيانات طلاب المدرسة الثانية

المدرسة الثانية				
1			2	
1	2	3	1	2
65	62	62	75	70
64	60	63	76	71
66				
195	**122**	**125**	**151**	**141**
442			**292**	
734				

جدول (19-8) بيانات طلاب المدرسة الثالثة

المدرسة الثالثة				
1		2		3
1	2	1	2	3
85	91	88	87	95
90	95	89	89	96
	92			66
175	**278**	**177**	**176**	**257**
453		**353**		**257**
1063				

نقوم بالحسابات بنفس الطرق السابقة، ولكن يجب أن نوضح بعض الأمور الهامة في هذا المثال حتى لا يكون هناك أي التباس ومنها:

- عدد الوحدات الكبيرة وهي المدارس a=3
- عدد الوحدات الفرعية داخل الكبيرة b=(2+2+3) /3=2.33
- عدد الوحدات داخل المجموعات الفرعية c=(2+2+3+2+2+2+1) /7=2

جدول(20-8) تحليل التباين للمسألة السابقة

S.O.V	DF	SS	SS	F	
بين المجموعات الكبيرة	a-1=2	2742.68	1371.34	7.21	F(0.05,2,4)=6.39
بين المجموعات الفرعية في المجموعات الكبيرة	a(b -1)= 3(1.33)=4	760.85	190.21	4.39	F(0.05,4,7)=4.12
بين المجموعات الفرعية داخل المجموعات الفرعية	ab(c-1)= 3X2.33 X 1=7	303.47	43.35	1.19	F(0.05,7,18)=2.58
الخطأ	N-t=32-14=18	655.00	36.39		

الفصل التاسع

التحليل متعدد المتغيرات

(Multivariate Test)

(9-1) مقدمة

عندما تكون لدينا تجربة فيها عامل تابع واحد وعامل آخر يؤثر في التجربة، فيكون لدينا تجربة عادية، ونستخدم تحليل التباين ANOVA ذا الاتجاه الواحد(تصميم الكامل العشوائي) أو ذا الاتجاهين (تصميم القطاعات العشوائية) أو ذا الثلاثة اتجاهات (تصميم المربع اللاتيني) أما إن كان هناك أكثر من عامل يؤثر في العامل التابع فيكون لدينا تجربة عاملية، أما في الحالة التي يوجد فيها أكثر من عامل تابع في التجربة فيكون الواجب عمله إما اجراء تجربة خاصة بكل عامل تابع، أو إجراء تجربة تشمل كل العوامل التابعة دفعة واحدة وهذا سبب يدعونا الى دراسة التحليل متعدد العوامل، حيث أن إجراء التحليل متعدد العوامل يقلل من قيمة الخطأ من الدرجة الأولى كما هو السبب الذي يدفعنا لاستخدام تحليل التباين بدل تحليل اختبار T .

مثال(9-1) لدينا البيانات التالية التي تبين نتائج الطلاب في اختبارين للقراءة من 10 وللكتابة من 20 لثلاث مجموعات من الطلاب تم تدريسهم بثلاث طرق مختلفة وهي طريقة التعليم بالسبورة، وطريقة التعليم بالحاسوب، وطريقة التعليم المشتركة التي تشمل السبورة والكمبيوتر والمطلوب:

- القيام بتحليل متعدد لبيان تأثير طريقة التدريس أي هل يوجد فرق في درجات الطلاب في القراءة (العامل التابع الأول)
- القيام بتحليل متعدد لبيان تأثير طريقة التدريس أي هل يوجد فرق في درجات الطلاب في الكتابة (العامل التابع الثاني) تبعا لطريقة التدريس المتبعة.
- القيام بتحليل التباين متعدد المتغيرات
- بين هل يوجد فرق بين التحليل لكل عامل تابع، وبين التحليل متعدد المتغيرات و كذلك بين أيهما أفضل.

جدول (9-1) بيانات الطلاب في امتحان القراءة

المجموعة	المتحول التابع الأول القراءة		
	مجموعة1(السبورة)	مجموعة2 (الحاسوب)	مجموعة3 (مشترك)
	DS	CMP	MIX
	5	4	4
	5	4	5
	4	1	5
	4	1	4
	5	4	6
	3	6	4
	7	5	7
	6	5	4
	6	2	6
	4	5	5
المتوسط	4.9	3.7	5
الانحراف المعياري	**1.2**	**1.77**	**1.05**
التباين	**1.43**	**3.12**	**1.11**
المتوسط العام	**4.53**		
التباين العام	**2.12**		

جدول (9-2) بيانات الطلاب في الامتحان الكتابي

المجموعة	المتحول التابع الأول القراءة		
	مجموعة1(السبورة)	مجموعة2 (الكمبيتر)	مجموعة3 (مشترك)
	DS	CMP	MIX
	14	14	13
	11	15	15
	16	13	14
	13	14	14
	12	15	13
	14	19	20
	12	13	13
	15	18	16
	16	14	14
	11	17	18
المتوسط	13.4	15.2	15
الانحراف المعياري	**1.9**	**2.1**	**2.36**
التباين	**3.6**	**4.4**	**5.56**
المتوسط العام	**14.53**		
التباين العام	**4.88**		

الحساب:

أولاً: نقوم بحساب تحليل التباين العادي لكل عامل تابع على حدة ولنبدأ بعامل القراءة.

a. نحسب المجموع العام

$$G=\sum_{i=1}^{3}\sum_{j=1}^{10} x_{ji} = (4+5+\ldots+6+4)=136$$

b. نحسب معامل التصحيح

$$CF=\frac{G^2}{N}=\frac{136^2}{30}=616.53$$

c. نحسب مجموع مربعات الانحرافات الكلي

$$SSOX=\sum_{i=1}^{3}\sum_{j=1}^{10} {x_{ji}}^2 = (4^2+5^2+\ldots+6^2+4^2)-616.53$$
$$=61.47$$

d. نحسب مجموع مربعات الانحرافات بين المعاملات

$$SSTX=\frac{\sum_{i=1}^{3}T_i^2}{10}-CF=\frac{49^2}{10}+\frac{37^2}{10}+\frac{50^2}{10}=10.47$$

e. نحسب مجموع مربعات الانحرافات للأخطاء

$$SSEX=SSO-SST=61.47-10.47=51$$

f. نحسب المتوسطات

$$MSTX=SST/(t-1)=10.47/2=5.23$$
$$MSEX=SSE/(N-t)=51/27=1.89$$

g. نحسب قيمة F

$$FX=MSTX/MSEX=5.23/1.89=2.77$$

h. نشكل جدول تحليل التباين الموافق

جدول (3-9) تحليل التباين لتجربة عامل التابع للقراءة

S.O.V	DF	SS	MS	F	F(0.05,2,27)
بين المعاملات	2.00	10.47	5.23	2.77	3.35
ضمن المعاملات(الخطأ)	27.00	51.00	1.89		
المجموع	29.00	61.47			

نجد من الجدول أن لا وجود لفروق معنوية بين متوسطات الطلاب في القراءة باختلاف طريقة التدريس المتبعة.

ثانياً: عامل التابع للامتحان الكتابي وبنفس الطريقة نجد أن:

1. $G=\sum_{i=1}^{3}\sum_{j=1}^{10} x_{ji}$ =(13+ 15 +……+ 16 + 11)=436
2. $CF=G^2/N=436^2/30=6336.53$
3. $SSOY=\sum_{i=1}^{3}\sum_{j=1}^{10} {x_{ji}}^2 =(13^2+15^2+……+16^2+11^2)-6336.53=141.47$
4. $SSTY=\frac{\sum_{i=1}^{3} T_i^2}{10}-CF=\frac{150^2}{10}+\frac{152^2}{10}+\frac{134^2}{10}-6336.53=19.47$
5. $SSEY=SSO-SST$
   $=141.47-19.47=122$
6. $MSTY=SSTY/(t-1)=19.47/2=9.73$
7. $MSEY=SSEY/(N-t)=121/27=4.52$
8. $FY=MSTY/MSEY=9.73/4.52=2.15$
9. نشكل جدول تحليل التباين الموافق

جدول (4-9) تحليل التباين لتجربة عامل التابع للقراءة

S.O.V	DF	SS	MS	F	F(0.05,2,27)
بين المعاملات	2.00	19.47	9.73	2.15	3.35
ضمن المعاملات(الخطأ)	27.00	122.00	4.52		
المجموع	29.00	141.47			

نجد من الجدول أن لا وجود لفروق معنوية بين متوسطات الطلاب في الامتحان الكتابي باختلاف طريقة التدريس المتبعة.

ثالثا: العلاقة بين المتحولات التابعة.

إن اختبار MANOVA يأخذ بعين الاعتبار العلاقة بين المتحولات التابعة وبين حساب ما يسمى بالجداءات المتصالبة، وحقيقة هناك ثلاثة جداءات متصالبة مختلفة متعلقة بالمجاميع التي حسبناها في حساب ANOVA ذي العامل التابع الواحد، و بكلام آخر هناك جداء متصالب متعلق بمجموع مربعات الانحرافات الكلي SSO، وجداء متصالب متعلق بمجموع مربعات الانحرافات بين المعاملات، والأخير متعلق بمجموع مربعات الانحرافات للبواقي أو ما يسمى بالخطأ.

سنقوم بحساب الجداء المتصالب لمجموع مربعات الانحراف الكلي علماً أنه يساوي الفرق بين المتوسط والدرجات في المجموعة الأولى مضروباً بالفرق بين المتوسط

والدرجات في المجموعة الثانية (طبعاً المقصود بالمتوسط هنا هو المتوسط العام الكلي للعامل التابع الأول والمتوسط العام الكلي للعامل التابع الثاني).

$$SSOXY=\sum_{i=1}^{N}(x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})$$

النتائج موضحة في الجدول التالي:

جدول (5-9) الجداء المتصالب لمجموع مربعات الانحرافات الكلي

	Y	X	$D1=x-\bar{x}$	$D2=y-\bar{y}$	D1xD2
DS	14.00	5	0.47	-0.53	-0.25
	11.00	5	0.47	-3.53	-1.66
	16.00	4	-0.53	1.47	-0.78
	13.00	4	-0.53	-1.53	0.81
	12.00	5	0.47	-2.53	-1.19
	14.00	3	-1.53	-0.53	0.81
	12.00	7	2.47	-2.53	-6.25
	15.00	6	1.47	0.47	0.69
	16.00	6	1.47	1.47	2.16
	11.00	4	-0.53	-3.53	1.87
CMP	14.00	4	-0.53	-0.53	0.28
	15.00	4	-0.53	0.47	-0.25
	13.00	1	-3.53	-1.53	5.40
	14.00	1	-3.53	-0.53	1.87
	15.00	4	-0.53	0.47	-0.25
	19.00	6	1.47	4.47	6.57
	13.00	5	0.47	-1.53	-0.72
	18.00	5	0.47	3.47	1.63
	14.00	2	-2.53	-0.53	1.34
	17.00	5	0.47	2.47	1.16
MIX	13.00	4	-0.53	-1.53	0.81
	15.00	5	0.47	0.47	0.22
	14.00	5	0.47	-0.53	-0.25
	14.00	4	-0.53	-0.53	0.28
	13.00	6	1.47	-1.53	-2.25
	20.00	4	-0.53	5.47	-2.90
	13.00	7	2.47	-1.53	-3.78
	16.00	4	-0.53	1.47	-0.78
	14.00	6	1.47	-0.53	-0.78
	18.00	5	0.47	3.47	1.63
المتوسط	14.53	4.53	0.00	0.00	مجموع=**5.47**

إن الجداء المتصالب الكلي هو مؤشر على العلاقة بين المتحولين، أما الجداء المتصالب لمجموع مربعات الانحرافات بين المجموعات فيمكن حسابه من العلاقة التالية:

$$SSTXY = r\sum_{i=1}^{t}(\bar{x}_i - \bar{x})(\bar{y}_i - \bar{y})$$

الحسابات في الجدول التالي:

جدول(6-9) الجداء المتصالب لمجموع مربعات الانحرافات بين المعاملات

المجموعة	$\bar{X}_1$	D1	$\bar{Y}_1$	D2	D1xD2	r(D1xD2)
DS	4.90	0.37	13.40	-1.13	-0.42	-4.18
CMP	3.70	-0.83	15.20	0.67	-0.56	-5.56
MIX	5.00	0.47	15.00	0.47	0.22	2.21
متوسط عام	**4.53**		**14.53**		**-0.75**	**-7.53**

يدلنا الجداء المتصالب بين مربعات المجموعات على تأثير الفروق الفردية، أما الجداء المتصالب لمجموع مربعات الانحرافات للخطأ فيعطى بالعلاقة التالية:

$$SSEXY = \sum_{i=1}^{3}\sum_{j=1}^{10}(x_{ji} - \bar{x}_i)(y_{ji} - \bar{y}_i)$$

جدول(7-9) الجداء المتصالب لمجموع مربعات انحرافات الخطأ

	Y_{ji}	X_{ji}	D1	D2	D1xD2
DS	14	5	0.1	0.6	0.06
	11	5	0.1	-2.4	-0.24
	16	4	-0.9	2.6	-2.34
	13	4	-0.9	-0.4	0.36
	12	5	0.1	-1.4	-0.14
	14	3	-1.9	0.6	-1.14
	12	7	2.1	-1.4	-2.94
	15	6	1.1	1.6	1.76
	16	6	1.1	2.6	2.86
	11	4	-0.9	-2.4	2.16
	13.4	**4.9**			**Sum=0.4**
CMP	14	4	0.3	-1.2	-0.36
	15	4	0.3	-0.2	-0.06
	13	1	-2.7	-2.2	5.94
	14	1	-2.7	-1.2	3.24

	15	4	0.3	-0.2	-0.06
	19	6	2.3	3.8	8.74
	13	5	1.3	-2.2	-2.86
	18	5	1.3	2.8	3.64
	14	2	-1.7	-1.2	2.04
	17	5	1.3	1.8	2.34
	15.2	**3.7**			**Sum=22.6**
MIX	13	4	-1	-2	2
	15	5	0	0	0
	14	5	0	-1	0
	14	4	-1	-1	1
	13	6	1	-2	-2
	20	4	-1	5	-5
	13	7	2	-2	-4
	16	4	-1	1	-1
	14	6	1	-1	-1
	18	5	0	3	0
	15	**5**			**Sum=-10**

يمكن أيضا حساب SSEXY من العلاقة:

SSEXY=SSOXY – SSTXY=5.47 – (-7.53) =13

رابعاً: حساب المصفوفة T (Total SSO) لدينا متحولان، تابعان لذلك، فإن أبعاد المصفوفة المذكورة هي 2* 2 إذا كان لدينا ثلاثة متحولات تابعة فإن أبعاد المصفوفة ستكون 3*3 تحوي المصفوفة T مجموع المربعات الكلي لكل من المتحولين التابعين، والجداء المتصالب الكلي للمتحولين التابعين وبالتالي فإن المصفوفة T يمكن كتابتها بالشكل التالي:

T=

	القراءة	الامتحان الكتابي
القراءة	SSOX	SSOXY
الامتحان الكتابي	SSOXY	SSOY

والتعويض نجد أن:

$$T=\begin{bmatrix} 61.47 & 5.47 \\ 5.47 & 141.47 \end{bmatrix}$$

إن المصفوفة السابقة تمثل المقدار الكلي للتغاير بين المتحولين التابعين والتباين الكلي لكل من المتحولين، ويجب أن نلاحظ أن العناصر الواقعة على القطر الثانوي تمثل الجداء المتصالب الكلي للمتحولين التابعين.

خامساً: المصفوفة E (Residual or Error) وتأخذ الشكل التالي:

E=

	القراءة	الامتحان الكتابي
القراءة	SSEX	SSEXY
الامتحان الكتابي	SSEXY	SSEY

والتعويض نجد أن:

$$E=\begin{bmatrix} 51 & 13 \\ 13 & 122 \end{bmatrix}$$

وهي تمثل التغاير الناتج عن العوامل العشوائية المؤثرة على التجربة أي تعود للعوامل التي تعود لمجرد الصدفة.

سادساً: المصفوفة H (Model or Hypothesis) وتأخذ الشكل التالي:

H=

	القراءة	الامتحان الكتابي
القراءة	SSTX	SSTXY
الامتحان الكتابي	SSTXY	SSTY

وبالتعويض نجد أن:

$$H=\begin{bmatrix} 10.47 & -7.53 \\ -7.53 & 19.47 \end{bmatrix}$$

من خلال القيم الموجودة في المصفوفة السابقة نجد أنها تمثل التغاير المنهجي والذي يمكن التحكم به من أجل كل متحول تابع وكذلك التبعية المشتركة الموجودة بين المتحولين التابعين التي تعود للتلاعب التجريبي. إن المصفوفات السابقة يمكن كتابتها كمايلي:

SSO=SST + SSE

T=H + E

$$=\begin{bmatrix}10.47 & -7.53\\ -7.53 & 19.47\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}51 & 13\\ 13 & 122\end{bmatrix}$$
$$=\begin{bmatrix}61.47 & 5.47\\ 5.47 & 141.47\end{bmatrix}$$

سابعاً: مبدأ حساب الاختبار لـ MANOVA

في تحليل التباين العادي نحصل على قيمة F بقسمة متوسط مربعات الانحرافات بين المجموعات على متوسط مربعات إنحرافات الخطأ التجريبي، أما هنا في تحليل التباين المتعدد فنقوم بقسمة المصفوفة H على المصفوفة E و بكلام آخر سيتم ضرب المصفوفة H بمقلوب المصفوفة E التي يرمز لها بالرمز E^{-1} نحسب قيمة هذه المصفوفة وفقاً للقواعد الرياضية المعروفة نجد أن:

$$E^{-1}=\begin{bmatrix}0.0202 & -0.0021\\ -0.0021 & 0.0084\end{bmatrix} \Rightarrow$$
$$HE^{-1}=\begin{bmatrix}0.2273 & -0.0852\\ -0.1930 & 0.1794\end{bmatrix}$$

إن المصفوفة HE^{-1} تمثل قيمة F في تحليل التباين العادي ANOVA ونلاحظ أنه لدينا مصفوفة من الحجم 2x2 ، وإذا كان لدينا ثلاثة متحولات فإن لدينا مصفوفة من الطراز 3x3 وهكذا والآن كيف نحول هذه القيمة الى قيمة واحدة ذات قيمة وذات فائدة، لنتذكر أن التجربة المصممة بطريقة الكامل العشوائي يمكن تحويلها إلى نموذج انحدار متعدد وكما تعلمنا سابقاً فإن التجربة التي بين يدينا يمكن كتابتها على شكل نموذج انحدار من الشكل:

$Y=b_o + b_1X_1 + b_2\,X_2$

$V_1= b_o + b_1DV_1 + b_2\,DV_2$

$V_1= b_o + b_1$امتحان القراءة $+ b_2$ امتحان الكتابة

يمكن الحصول على قيم معاملات النموذج باستخدام طريقة المربعات الصغرى المعروفة وإذا حسبنا القيم الذاتية والأشعة الذاتية للمصفوفة HE^{-1} ستكون كمايلي:

الشعاع الأول $=\begin{bmatrix}0.603\\ -0.335\end{bmatrix}$

الشعاع الثاني $=\begin{bmatrix}0.603\\ -0.335\end{bmatrix}$

وبالتعويض في المعادلات السابقة نجد أن:

V_1= 0.603x امتحان القراءة – 0.335 امتحان الكتابة

V_2= 0.425x امتحان القراءة + 0.339 امتحان الكتابة

بالتعويض بالنسبة للطالب الأول نجد أن:

V_1= 0.603x5 – 0.335x14=-1.675
V_2= 0.425x5+ 0.339x14=6.871

بالتعويض بالنسبة لكل المشتركين وحساب المصفوفات (T,E,H,HE^{-1}) نحصل على:

$$HE^{-1}=\begin{bmatrix} 0.335 & 00 \\ 00 & 0.073 \end{bmatrix}$$

تدعى القيم الموجودة على القطر الرئيسي للمصفوفة السابقة القيم الخاصة أو الذاتية للمصفوفة الأصلية HE^{-1} وهذه القيم تكافئ قيم F في تحليل التباين العادي ANOVA والتي يمكن تقييمها بعدة طرق .

(9-2) أثر Pillai-Bartlett

يعطى أثر Pillai-Bartlett بالمعادلة:

$$V=\sum_{i=1}^{s}\frac{\alpha_i}{1+\alpha_i}$$

من أجل البيانات في المثال الحالي فإن قيمة V هي:

$$V=\frac{0.335}{1+0.335}+\frac{0.073}{1+0.073}=0.319$$

ويمكن تحويلها إلى قيمة لها توزيع F

(9-3) أثر Hotelling (T^2)

أثر Hotelling هو مجموع القيم الخاصة لكل متغير ويعطى بالعلاقة التالية:

$$T=\sum_{i=1}^{s}\alpha_i=0.335 + 0.073=0.408$$

(9-4) قيمة Wilks Lambda

إن قيمة Wilks Lambda هي جداء التباين غير المفسر لكل المتغيرات ويعطى بالعلاقة التالية:

$$W=\prod_{i=1}^{s}\frac{1}{1+\alpha_i}=(1/(1+0.335))+1/(1+0.073))=0.698$$

إن القيم الخاصة الكبيرة تعطي قيماً صغيرة لهذا المؤشر وبالتالي عندما تكون قيم لامبادا صغيرة تكون ذات دلالة إحصائية.

(9-4) جذر ROY الأكبر ويتم بالطريقة التالية:

$$\text{Max}(\alpha_i) = (0.335, 0.073) = 0.335$$

(9-5) فرضيات MANOVA

يملك MANOVA فرضيات مشابهة لنفس الفرضيات في تحليل التباين ANOVA ولكنها موسعة بعض الشيء عنها.

- الاستقلال، يجب أن تكون المشاهدات مستقلة إحصائيا. Independence
- عشوائية العينات، أي يجب أخذ البيانات بشكل عشوائيRandom Sampling
- التوزع الطبيعي للمتحولات التابع Multivariate normality
- تجانس البيانات Homogeneity of covariance matrices

(9-6) اختيار إحصائية الاختبار

عندما يكون لدينا متحول تابع واحد فقط، فإن احصائيات ANOVA وإحصاءات MANOVA تكون متشابهة وقد قام Oslan و Stevens بدراسة موسعة حول قدرة إحصائيات الاختبار الأربعة ولاحظ أن الإحصائيات تختلف قليلا من حيث القدرة عندما تكون العينات صغيرة أو متوسطة الحجم. إذا كانت فروق المجموعات مركزة في المتغير التابع الأول فإن إحصائية ROY تعطي أفضل نتيجة يليها Hotelling ثم Lambda وأخيراً Pillai وعندما تتوزع الفروق على أكثر من متغير فإن الصورة تصبح معكوسة أي Pillai الأول وأخيرا Roy .

إن إحصائية Roy ليست جيدة عند خرق فرضية تجانس البيانات، وقد دلت الدراسات أن احصائية Pillai هي الأفضل عندما تكون العينات ذات أحجام متساوية.

أمثلة غير محلولة

1. في تجربة لدراسة تأثير عامل السماد بثلاث مستويات على إنتاجية وحدة المساحة من البطاطا وعلى إنتاجية النبات الواحد كانت لدينا النتائج التالية:

جدول (9-10) بيانات الانتاجية

رقم	A	B	C
1	22	40	55
2	25	50	50
3	33	43	45
4	27	42	46
5	29	41	47
6	31	39	50
7	34	38	51
8	36	42	47
9	30	44	48

جدول(9-11) بيانات الانتاجية للنبات الواحد

رقم	A	B	C
1	4	5	3
2	5	6	2
3	3	7	4
4	5	6	2
5	3	5	1
6	4	4	4
7	5	6	3
8	2	7	2
9	3	8	3

المطلوب:

- شكل جدول تحليل التباين للجدول الأول علماً أن التجربة مصممة بالكامل العشوائي
- شكل جدول تحليل التباين للجدول الثاني علماً أن التجربة مصممة بالكامل العشوائي
- شكل الجداول الخاصة بتحليل التباين المتعدد

الفصل العاشر

البيانات الفئوية

Categorical Variables

(10-1) مقدمة

قد يحدث أحياناً أن تكون البيانات فئوية، أي تنتمي لفئة ما دون غيرها، مثال الإنسان يمكن أن يكون مؤنث أو مذكر فقط، أو يمكن أن يدلي بصوته أو لا يدلي بصوته والمرأة يمكن أن تكون حاملاً أو لا، وللتعامل مع هذه المتحولات يجب أن يكون هناك نوع محدد من التجارب يتعامل مع البيانات الفئوية.

(10-2) تحليل البيانات الفئوية

سنبدأ الفصل بالعمل مع متحولين فئويين ولنأخذ مثالاً كما يلي: تم تدريب 200 طفل على العزف على البيانو (تشجيع مادي، أو تشجيع معنوي) وفي نهاية التدريب الذي امتد شهراً تم إحصاء عدد الذين تعلموا العزف والذين لم يتعلموا، نلاحظ أن لدينا متحولان فئويان الأول **التدريب** (تشجيع مادي، أو تشجيع معنوي) والمتحول الثاني هو متحول **العزف** (تعلم العزف، لم يتعلم العزف) وكانت النتائج كما في الجدول التالي:

جدول (10-1) بيانات الطلاب

	التدريب			
		مكافأة مادية	مكافأة معنوية	**Total**
تعلم العزف	yes	28	48	**76**
	No	10	114	**124**
	Total	**38**	**162**	**200**

فهل يوجد علاقة بين المتحولين السابقين (هل يتعلق عدد الطلاب الذين تعلموا العزف بنوع التدريب المعتمد) وتعتمد هذه الحسابات على استخدام اختبار مربع كاي ل Pearson ، وتعتمد على مقارنة التكرارات المشاهدة الفعلية مع التكرارات المتوقعة ويعطى المؤشر الإحصائي لهذا الاختبار بالعلاقة التالية:

$$X^2 = \sum \frac{(O_{ij} - E_{ij})^2}{E_{ij}} \qquad (10\text{-}1)$$

حيث أن:

O_{ij} –القيم الفعلية وهي القيم الموجودة في الجدول

E_{ij} – القيم المتوقعة التي سنقوم بحسابها

نلاحظ أن العدد الذي تعلم العزف وأخذ مكافأة مادية هو 28 أي أن $O_{11}=28$

بينما القيمة المتوقعة تحسب كما يلي:

كل 200 طالب تعلم منهم العزف 76

كل 38 طالب يتوقع أن يتعلم منهم العزف X وبالتالي فإن :

$X=76X38/200=14.44 \Rightarrow E_{11}=14.44$

وبشكل عام يمكن كتابة العلاقة التالية:

$$E_{ij} = \frac{\text{Row Total}_i \times \text{Colum Total}_j}{N}$$

$$E_{11} = \frac{38 \times 76}{200} = 14.44$$

$$E_{21} = \frac{38 \times 124}{200} = 23.56$$

$$E_{12} = \frac{162 \times 76}{200} = 61.56$$

$$E_{22} = \frac{162 \times 124}{200} = 100.44$$

نعوض في العلاقة (1-10) فنجد:

$$X^2 = \frac{(28-14.44)^2}{14.44} + \frac{(10-23.56)^2}{23.56} + \frac{(48-61.56)^2}{61.56} + \frac{(114-100.44)^2}{100.44} = 25.35$$

نقارن هذه القيمة مع قيمة مربع كاي عند درجة الحرية (c-1) (r-1) حيث أن r عدد الصفوف و c عدد الأعمدة وبالتالي فإن:

$X^2(0.05, 1) = 3.48$
$X^2(0.01,1)=6.64$

وبالمقارنة نجد أن القيمة المحسوبة أكبر من قيمتي كاي مربع الجدوليتين وبالتالي نرفض الفرضية الابتدائية التي تنص على عدم وجود علاقة بين عملية التدريب وتعلم العزف على البيانو.

(10-3) نسبة الاحتمال

هناك طريقة أخرى بديلة لـ مربع كاي وهي الاحتمالية التي تعتمد في قيمتها على نظرية الاحتمالية العظمى، وتعطى بالعلاقة التالية:

$$LX^2 = 2\sum O_{ij} \cdot Ln\left(\frac{O_{ij}}{E_{ij}}\right) \qquad (10\text{-}2)$$

بالتعويض في العلاقة (2-10) للقيم الحقيقية والقيم المتوقعة نجد أن:

LX^2=2[28.Ln (28/14.44) + 10.Ln (10/23.56) + 48. (48/61.56) + 114.Ln(114/100.44)=24.94

وبنفس الطريقة نخرج قيم مربع كاي عند درجة الحرية (r-1)(c-1) ودرجتي الخطأ 0.01 و 0.05 وهي على الترتيب 3.46,6.63 وبالمقارنة نحصل على نفس النتيجة في الفقرة السابقة، ويفضل استخدامها عندما يكون عدد عناصر العينة صغيراً.

(10-4) تصحيح Yetes

اقترح يتس تعديلاً على احصائية مربع كاي كما يلي:

$$X^2 = \sum \frac{\left(\left|O_{ij} - E_{ij}\right| - 0.5\right)^2}{E_{ij}} \qquad (10\text{-}4)$$

ومن أجل البيانات التي بين يدينا نحصل على:

X^2=$(13.56-0.5)^2$/14.44 + $(13.56-0.5)^2$/23.56 +$(13.56-0.5)^2$/61.56 +$(113.56-0.5)^2$/100.44

=23.56

نجد أن قيمة مربع كاي أصبحت أقل وبالتالي تقل أهميتها.

(10-5) فرضيات مربع كاي

هناك عدة فرضيات يجب تحققها عند استخدام اختبار مربع كاي وهي:

1. يجب أن لا تدخل الوحدة التجريبية أكثر من مرة في الخلية الواحدة في الجدول وعليه لا يمكن استخدام مربع كاي في القياسات المكررة ففي مثالنا لا يجوز أن نأخذ مجموعة من الطلاب ندربها على العزف باستخدام المكافأة المادية، ثم نأخذ نفس المجموعة وندربها على العزف باستخدام التشجيع المعنوي.

2. يجب أن تكون التكرارات المتوقعة أكبر من 5 أو يجب ألا تقل عن 20% من القيم المتوقعة، وإن نقص القيم عن هذا المستوى يقود الى ضعف الاختبار.

(10-6) وجود عدة متحولات فئوية

رأينا أن مثالنا السابق يحوي متحولين فئويين، فماذا لوكان لدينا متحول آخر مثال لوكان المتدربون ذكوراً واناثاً إذن سيصبح لدينا ثلاثة متحولات وهي:

الجنس (ذكر، أنثى)

التدريب (مكافأة مادية، مكافأة معنوية)

العزف (يعزف، لا يعزف)

وإن استخدام مربع كاي لاختبار هذه المتحولات الثلاث غير ممكن وسيتم معالجتها بواسطة ما يسمى التحليل الخطي اللوغاريتمي.

(10-7) كاي مربع كنموذج انحدار

يمكن أن يأخذ نموذج الانحدار الشكل العام التالي:

$$O_i=E_i + Error_i \qquad (10\text{-}5)$$

وبما أن لدينا متحولان فقط وهما متحول التدريب ومتحول العزف فإن النموذج (10-5) يأخذ الشكل التالي:

$$O_i=(b_0+b_1x_{i1} + b_2x_{i2} + b_3x_{i1}x_{i2}) + Error_{ij} \qquad (10\text{-}6)$$

وبأخذ لوغاريتم الطرفين للعلاقة (10-5) نحصل على:

$$Ln(O_{ij})=Ln(E_i) + Ln(Error_i) \qquad (10\text{-}7)$$

بالنسبة للعلاقة (10-6) تصبح كما يلي:

$$Ln(O_i)= (b_0+b_1x_{i1} + b_2x_{i2} + b_3x_{i1}x_{i2}) + Ln(Error_i) \qquad (10\text{-}8)$$

سوف نرمز البيانات كمايلي نرمز لمتحول التدريب بالمتحول x_1 ولمتحول العزف بالرمز x_2 وسنعطي لمتحول التدريب 0 للمكافأة المادية و 1 للمكافأة المعنوية أما متحول العزف فنعطي 0 للذي يعزف و 1 للذي لا يعزف، وبالتالي يكون لدينا جدول يضم المتحولين وهو كما يلي:

جدول (10-2) ترميز المتحولات

التدريب	العزف	X_{i1}	X_{i2}	interaction	O_{ij}
مكافأة مادية	yes	0	0	0	28
مكافأة مادية	no	0	1	0	10
مكافأة معنوية	yes	1	0	0	48
مكافأة معنوية	no	1	1	1	114

لإيجاد قيم معاملات النموذج (10-6) لنبدأ بالحالة التي تكون قيمة المتحولين x_1 و x_2 وهي 0 للطالب الذي حصل على مكافأة مادية وتعلم العزف وسوف يصبح لدينا مايلي:

1. $Ln(O_{ij}) = b_0 + b_1 x_{i1} + b_2 x_{i2} + b_3 x_{i1} x_{i2}$
   $Ln\ (28) = b_0 + b_1.0 + b_2.0 + b_3.0$
   $Ln\ (28) = b_0 \Longrightarrow b_0 = 3.332$
2. $Ln(48) = b_0 + b_1.1 + b_2.0 + b_3.0$
   $b_1 = Ln\ (48) - Ln\ (28)$
   $b_1 = 3.871 - 3.332$
   $= 0.539$
3. $Ln(10) = b_0 + b_1.0 + b_2.1 + b_3.0$
   $b_2 = Ln\ (10) - b_0 = 2.303 - 3.332$
   $= -1.029$
4. $Ln(114) = b_0 + b_1.1 + b_2.1 + b_3.1$
   $b_3 = Ln\ (114) - b_0 - b_1 - b_2$
   $= 4.74 - 3.332 - 0.539 + 1.029$
   $= 1.895$

إن b_3 تمثل الفرق بين المكافأة المادية والمكافأة التشجيعية عندما لا يتعلم الطالب العزف مع الفرق بين المكافأة المادية والمكافأة التشجيعية ويستطيع الطالب العزف بكلام أخر تقارن أثر التدريب عندما يتعلم الطالب وعندما لا يتعلم العزف.

إن النموذج يأخذ الشكل التالي:

$$Ln\ (O_{ij}) = 3.332 + 0.539\ X_{i1} - 1.029\ X_{i2} + 1.895\ interaction$$

التفسير:

1. ضمن مجموعة الطلاب الذين تعلموا العزف فإن b_1 تمثل الفرق بين الطلاب الذين تلقوا مكافأة مادية والطلاب الذين تلقوا مكافأة معنوية.
2. ضمن مجموعة الطلاب الذين تلقوا مكافأة مادية فإن b_2 تمثل الفرق بين الطلاب الذين تعلموا العزف والطلاب الذين لم يتعلموا.
3. b_3 تقارن الفرق بين المكافأة المادية والمكافأة المعنوية عندما لا يستطيع الطالب العزف، وبكلام آخر إن b_3 تقارن أثر التدريب عندما لا يتعلم الطالب العزف مع أثر التدريب عندما يتعلم الطالب العزف

أما ما يخص القيم المتوقعة فإنه لا حاجة للتفاعل بين العاملين لأننا نعتقد أن المتحولين مستقلين، لذلك فإن النموذج للقيم المتوقعة سيكون كما يلي:

$$Ln\ (E_{ij}) = b_0 + b_1 x_{i1} + b_2 x_{i2}$$

1. $Ln(14.44) = b_0 + b_1.0 + b_2.0$
   $Ln\ (14.44) = b_0 \Longrightarrow b_0 = 2.67$
2. $Ln(61.56) = b_0 + b_1.1 + b_2.0$
   $b_1 = Ln\ (61.56) - b_0$
   $= 4.12 - 2.67 = 1.45$
3. $Ln(23.56) = b_0 + b_1.0 + b_2.1$
   $b_2 = Ln\ (23.56) - b_0$
   $= 3.16 - 2.67 = 0.49$

ويمكن التحقق من النتائج بالتطبيق على السطر الأخير

$$Ln\ (100.44) = b0 + b1.1 + b2.1$$
$$= b0 + b1 + b2$$
$$4.61 = 2.67 + 1.45 + 0.49 = 4.61$$

وعليه يكون الشكل العام للنموذج كمايلي:

$$Ln\ (Oij) = 2.67 + 1.45\ Xi1 + 0.49\ Xi2 + Ln\ (Errorij)$$

ويمكن حساب الأخطاء كمايلي :

$$Ln\ (Error_{ij}) = Ln\ (O_{ij}) - E_{ij}$$

(10-8) التحليل الخطي اللوغارتمي

يشبه الأمر تماما الانحدار المتعدد العادي وإذا كان لدينا ثلاثة عوامل متحولات مؤثرة X_1, X_2, X_3 فإن نموذج الانحدار الموافق سيكون من الشكل:

$$Y_{ij}= b_0+b_1X_1 + b_2X_2 + b_3X_3 + b_4 X_1X_2 + b_5 X_1X_3 + b_6 X_2X_3 + b_6 X_1X_2X_3 + Error_i$$

في التحليل الفئوي يصبح النموذج كما يلي:

$$Ln (O_{ij}) = b_0+b_1X_1 + b_2X_2 + b_3X_3 + b_4 X_1X_2 + b_5 X_1X_3 + b_6 X_2X_3 + b_6 X_1X_2X_3 +Ln (Error_{ij})$$

إن مهمة التحليل اللوغاريتمي هي محاولة ايجاد أبسط نموذج ملائم للبيانات دون أن نفقد الكثير من الاحتمالية وتتم العملية بالاعتماد على مبدأ الحذف التراجعي حيث يتم بناء النموذج الشامل لكل الاحتمالات الممكنة لتفاعل العوامل، ثم يتم حذف التفاعل الأكبر في مثالنا السابق يتم حذف التأثير $X_1X_2X_3$ ومن ثم يتم تقييم أثر هذا الحذف فإن كان الحد المحذوف عديم التأثير ننتقل الى المستوى الأدنى أي التأثير الثنائي ونبدأ الحذف ونقيم أثر الحذف إن لم يكن ذا تأثير أيضا نتابع وهكذا، وفي كل مرة نجد أن الحذف يؤثر نتوقف عند تلك النقطة.

في مثالنا السابق لو أضفنا مجموعة من الطالبات إلى عملية التدريب سيصبح لدينا التفاعلات التالية:

a. أثر الجنس
b. أثر نوع التدريب
c. أثر العزف على البيانو
d. أثر الجنسx التدريب
e. أثر الجنسx العزف على البيانو
f. أثر التدريب x العزف على البيانو
g. الأثر الكلي الجنس x التدريب x العزف على البيانو

أذا فرضنا أننا أضفنا 70 طالبة وفق البيانات التالية:

جدول (3-10) بيانات الطالبات

	التدريب			
		مكافأة مادية	مكافأة معنوية	**Total**
تعلم العزف	yes	20	29	**49**
	No	14	7	**21**
	Total	**34**	**36**	**70**

وبإخراج القيم المتوقعة كما فعلنا مع مجموعات الطلاب وحساب قيمة مربع كاي X^2 نجد أن قيمتها تساوي 3.93، بينما كانت للطلاب 25.2 ، ومن هنا يمكن القول إن الطالبات يمكن أن تتعلم العزف لو تم منحهم مكافأة معنوية أكثر مما لو تم منحهم مكافأة مادية كما عند الطلاب

وكتابة النتائج في الجدول التالي:

جدول (4-10) بيانات الطلاب والطالبات

				نوع التدريب		
الجنس				مكافأة مادية	مكافأة معنوية	المجموع
طلاب	تعلم العزف	نعم	Observed	28	48	76
			Expected	14.4	61.6	76
		لا	Observed	10	114	124
			Expected	23.6	100.4	124
	المجموع		Observed	38	162	200
			Expected	38	162	200
طالبات	تعلم العزف	نعم	Observed	20	29	49
			Expected	23.8	25.2	49
		لا	Observed	14	7	21
			Expected	10.2	10.8	21
	المجموع		Observed	34	36	70
			Expected	34	36	70

(10-9) جداول يتس في النماذج الخطية الفئوية

تتم العملية عندما يكون كل محتول يملك مستويين فقط أو قيمتين كأن يكون ذكراً أو أنثى، أو قد يكون المتحول كما في مثالنا السابق تعلم العزف أو لم يتعلم العزف.

١. 1. حالة متحولان كل منهما بمستويين ولنأخذ مثالنا السابق.

جدول (10-5) ترميز المتحولات الفئوية

لا يعزف	يعزف	مكافأة معنوية	مكافأة مادية		
a.b	**b**	**a**	**(1)**		
1	0	1	0	A	التدريب
1	1	0	0	B	العزف
1	0	0	0	AxB	عزفX تدريب
114	**48**	**10**	**28**		**القيم**

وإذا فرضنا أن سطر المتحول A هو المتحول X_1 ، وسطر المتحول B هو المتحول X_2، وسطر المتحول AxB هو متحول التفاعل، و سطر القيم هو متحول Y سيصبح الجدول كمايلي:

جدول (10-6) القيم مرتبة من أجل نموذج انحدار متعدد

y	X_1	X_2	X_3
28	0	0	0
10	1	0	0
48	0	1	0
114	1	1	1

نشكل نموذج الانحدار للمتحولات في الجدول أعلاه فنجدها كمايلي:

جدول (10-7) معاملات نموذج الانحدار للبيانات في الجدول أعلاه

Coefficients[a]

Model		Unstandardized Coefficients		S.Coefficients	t	Sig.
		B	Std. Error	Beta		
1	(Constant)	3.332	.000		.	.
	x1	-1.030-	.000	-.584-	.	.
	x2	.539	.000	.305	.	.
	x3	1.895	.000	.930	.	.

يتضح أن جميع معاملات النموذج معنوية

وبنفس الطريقة إذا كان لدينا ثلاثة متحولات أي لو كان مثالنا السابق بحيث نرمز للطالب بـ 0 وللطالبة بـ 1 فإن القيم سترمز وبنفس الطريقة السابقة لتصبح كما يلي:

جدول(8-10) ترميز القيم لثلاث متحولات

X_1	X_2	X_3	X_1X_2	X_1X_3	X_2X_3	$X_1X_2X_3$
0	0	0	0	0	0	0
1	0	0	0	0	0	0
0	1	0	0	0	0	0
0	0	1	0	0	0	0
1	1	0	1	0	0	0
1	0	1	0	1	0	0
0	1	1	0	0	1	0
1	1	1	1	1	1	1

(10-10) حساب الأثر

يتم حساب هذه النسبة لبيان الفرق بين تطبيق حالتين مختلفتين، في مثالنا السابق نقوم بما يلي:

a. نحسب الأرجحية للطلاب الذين تلقوا مكافأة مادية وتعلموا العزف مقسوماً على عدد الطلاب الذين تلقوا مكافأة مادية وتعلموا العزف.

Odd1= (الطلاب الذين تلقوا مكافأة مادية وتعلموا العزف)/(الطلاب الذين تلقوا مكافأة مادية وتعلموا العزف)=28/10= 2.8

b. نحسب الأرجحية للطلاب الذين تلقوا مكافأة معنوية وتعلموا العزف مقسوماً على الطلاب الذين تلقوا مكافأة معنوية ولم يتعلموا العزف

Odd2= (للطلاب الذين تلقوا مكافأة معنوية وتعلموا العزف)/(الطلاب الذين تلقوا مكافأة معنوية ولم يتعلموا العزف)=48/114=0.421

c. نحسب النسبة

OddRatio=2.8/0.421=6.65

وتدل النسبة أن عدد الطلاب الذين يتعلمون العزف مع وجود مكافأة مادية يفوق بـ 6.65 عدد الطلاب الذين يتلقون مكافأة معنوية ويتعلمون العزف.

أما ما يخص الطالبات فكانت لدينا النتائج التالية:

a. نحسب الأرجحية للطالبات اللواتي تلقين مكافأة مادية وتعلمن العزف مقسوماً على عدد الطالبات اللواتي تلقين مكافأة مادية وتعلمن العزف.

الطالبات اللواتي)/(الطالبات الذين تلقوا مكافأة مادية وتعلموا العزف)=Odd1

1.43= 20/14=(تلقين مكافأة مادية وتعلمن العزف

b. نحسب الأرجحية لطالبات الذين تلقين مكافأة معنوية وتعلمن العزف مقسوماً على الطالبات اللواتي تلقين مكافأة معنوية ولم يتعلمن العزف

الطالبات الذين) /(الطالبات الذين تلقوا مكافأة معنوية وتعلموا العزف) =Odd2

4.14=29/7= (تلقوا مكافأة معنوية ولم يتعلموا العزف

c. نحسب النسبة

OddRatio=1.43/4.43=0.35

وتدل هذه النسبة أن عدد الطالبات اللواتي يتعلمن العزف مع وجود مكافأة مادية تساوي 0.35 من الطالبات اللواتي يتعلمن العزف مع وجود مكافأة معنوية.

(10-11) نموذج الانحدار المتعدد الفئوي التدريجي

نبدأ بمثالنا السابق ونشكل النموذج الكامل الذي يضم كل المتحولات وأيضا يضم كل التفاعلات بينها.

- النموذج الكامل يأخذ الشكل التالي:
- نحسب الأرجحية للطالبات اللواتي تلقين مكافأة مادية وتعلمن العزف مقسوماً على عدد الطالبات اللواتي تلقين مكافأة مادية وتعلمن العزف.

الطالبات اللواتي)/(الطالبات الذين تلقوا مكافأة مادية وتعلموا العزف)=Odd1

1.43= 20/14=(تلقين مكافأة مادية وتعلمن العزف

- نحسب الأرجحية لطالبات الذين تلقين مكافأة معنوية وتعلمن العزف مقسوماً على الطالبات اللواتي تلقين مكافأة معنوية ولم يتعلمن العزف

جدول (10-9) معاملات النموذج الكامل

Coefficients[a]

Model		Unstandardized Coefficients		SCoefficients	t	Sig.
		B	Std. Error	Beta		
1	(Constant)	3.332	.000		.	.
	x1	-1.030-	.000	-.617-	.	.
	x2	.539	.000	.323	.	.
	x3	1.404	.000	.841	.	.
	x4	.154	.000	.080	.	.
	x5	-1.068-	.000	-.554-	.	.
	x6	-1.908-	.000	-.990-	.	.
	x7	.522	.000	.207	.	.

واضح من الجدول أن جميع معاملات الانحدار معنوية

- سنحذف التأثير المشترك للعوامل الثلاث مشتركة $X_1X_2X_3$ ونشكل النموذج فينتج لدينا:

جدول (10-10) معاملات النموذج بعد حذف التأثير المشترك $X_1X_2X_3$

Coefficients[a]

Model		Unstandardized Coefficients		Standardized Coefficients	t	Sig.
		B	Std. Error	Beta		
1	(Constant)	3.397	.173		19.695	.032
	x1	-1.160-	.226	-.695-	-5.136-	.122
	x2	.409	.226	.245	1.809	.321
	x3	1.274	.226	.763	5.639	.112
	x4	.415	.261	.215	1.591	.357
	x5	-.807-	.261	-.419-	-3.093-	.199
	x6	-1.647-	.261	-.855-	-6.315-	.100

يتضح من الجدول أن جميع معاملات الانحدار أصبحت غير معنوية، وبالتالي لا يمكن حذف التأثير المشترك الثلاثي. وبالتالي نتوقف هنا ولا نكمل عملية الحذف.

(10-12) اختبار البيانات الفئوية عندما يملك المتحول أكثر من مستويين.

يمكن أن يكون للمتحول أكثر من مستويين كأن يكون مثلاً سيء – وسط – جيد – جيد جداً، وفي هذه الحالة يمكن استخدام توزيع واختبار مربع كاي لحل المسألة.

مثال(10-1) في تجربة أجريت على 1000علبة تحوي مواد غذائية من نفس النوع حيث تركت 300 علبة بدون اضافات للمواد الحافظة و500 علبة تم اضافة كمية قليلة من المواد الحافظة لها و200 علبة تم اضافة لها كمية كبيرة وبعد فترة تم معاينة العلب لتقييم وضعها ووضعت لها درجات سيئة – متوسطة – جيدة – جيدة جداً وكانت لدينا النتائج التالية:

المجموع	جيدة جداً	جيدة	متوسطة	سيئة	
300 q1	0 q14	74 q13	175 q12	51 q11	بدون إضافة
500 q2	54 q24	191 q23	210 q22	45 q21	كمية قلية
200 q3	30 q34	121 q33	47 q32	2 q31	كمية كبيرة
1000 Q	84 Q4	386 Q3	432 Q2	98 Q1	المجموع

والمطلوب هل توجد علاقة بين الحالات التي توجد فيها حالة العلب وكمية المواد الحافظة.

الحل:

نحل المسألة باستخدام مربع كاي ومن أجل هذا الهدف نقوم بالخطوات التالية:

a. نحسب القيم P_i

$Pr_i=\frac{q_i}{Q}$ $\quad\quad i=1,2,\ldots,v$

b. نحسب القيم Pc_j

$Pr_j=\frac{q_j}{Q}$ $\quad\quad j=1,2,\ldots,w$

حيث أن:

Pr_i – هو احتمال أن أي قيمة في السطر

Pc_j – هو احتمال أن أي قيمة في العمود

c. نحسب الاحتمال P_{ij}

$$P_{ij} = Pr_i \times Pc_j$$

وهو احتمال الظهور في السطر والعمود. أما القيم المتوقعة فيمكن حسابها من العلاقة:

$$q'_{IJ} = QP_{ij} = \frac{q_i Q_i}{Q}$$

d. مؤشر الاختبار يأخذ الشكل التالي:

$$X^2 = \sum_{j=1}^{w} \sum_{i=1}^{v} \frac{\left(q_{ij} - q'_{ij}\right)^2}{q'_{IJ}}$$

هذه العلاقة والاختبار يخضع لتوزيع X^2 بـ $Df=(w-1)(v-1)$ درجة حرية ولمعرفة قوة الارتباط يمكن حساب قيمة k من العلاقة :

$$K=\sqrt{\frac{X^2}{Q(d-1)}}$$

$$C=\sqrt{\frac{X^2}{X^2+Q}}$$

ثم نأخذ القيمة $Min(k , C)$ وتقع القيمة بين الصفر والواحد.

حساب القيم المتوقعة:

$$q'_{11} = \frac{q_1 Q_1}{Q} = \frac{300 \times 98}{1000} = 29.4$$

$$q'_{12} = \frac{q_1 Q_2}{Q} = \frac{300 \times 432}{1000} = 129.6$$

$$q'_{13} = \frac{q_1 Q_3}{Q} = \frac{300 \times 386}{1000} = 115.8$$

$$q'_{14}=\frac{q_1Q_4}{Q}=\frac{300\times 84}{1000}=25.8$$

$$q'_{21}=\frac{q_2Q_1}{Q}=\frac{500\times 98}{1000}=49$$

$$q'_{22}=\frac{q_2Q_2}{Q}=\frac{500\times 432}{1000}=216$$

$$q'_{23}=\frac{q_2Q_3}{Q}=\frac{500\times 386}{1000}=193$$

$$q'_{24}=\frac{q_2Q_4}{Q}=\frac{500\times 84}{1000}=42$$

$$q'_{31}=\frac{q_3Q_1}{Q}=\frac{200\times 98}{1000}=19.6$$

$$q'_{32}=\frac{q_3Q_2}{Q}=\frac{200\times 432}{1000}=86.4$$

$$q'_{33}=\frac{q_3Q_3}{Q}=\frac{200\times 386}{1000}=77.2$$

$$q'_{34}=\frac{q_3Q_4}{Q}=\frac{200\times 84}{1000}=16.6$$

$$X^2=\frac{(51-29.4)^2}{29.4}+\frac{(175-129.6)^2}{129.6}+\cdots+\frac{(30-16.8)^2}{16.8}=144.997$$

عدد درجات الحرية $Df=(v-1)\ (w-1)\ =2X3=6$ بإخراج قيمة مربع كاي عند درجة الحرية 6 ودرجة الخطأ 0.05 نجد أنها تساوي: $X^2(0.05\ ,\ 6)=12.592$ وبالمقارنة مع قيمة مربع كاي المحسوبة نستنتج أن المواد الحافظة تؤثر على بقاء المواد الغذائية بحالة جيدة وصالحة للغذاء ومن أجل قياس قوة هذا الارتباط وهذا التأثير نحسب:

$$C=\sqrt{\frac{144.997}{144.977+1000}}=0.356$$

$$K=\sqrt{\frac{144.997}{(1000)(3-1)}}=0.269$$

نحسب أيضاً معامل المقارنة المعدل:

$$C_{max} = \sqrt{\frac{w-1}{w}} + \sqrt{\frac{v-1}{v}}$$

$$Cl = \frac{C}{C_{max}} = \frac{0.356}{\sqrt{\frac{2}{3}} + \sqrt{\frac{3}{4}}} = 0.423$$

وهذا أيضاً يدل أن هناك ارتباط موجب بين استخدام المواد الحافظة وبقاء المادة الغذائية في حالة جيدة.

الفصل الحادي عشر العاشر

تطبيق عملي

(11-1) اختبار الفرق بين متوسط عينية ومتوسط عام معروف

One Sample T-Test

مثال(11-1) لتكن لدينا البيانات التالية التي تبين عدد حبات القمح في عشر سنابل من القمح من صنف معين

جدول (11-1) بيانات السنابل

رقم	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
X_i	38	37	32	42	44	39	38	35	33	36

المصدر: افتراضي

المطلوب:

هل يختلف متوسط هذه العينة عن المتوسط العام المعروف وهو: m=43

الحل:

a. الفرضية الابتدائية

$H_0: \bar{x} = m$

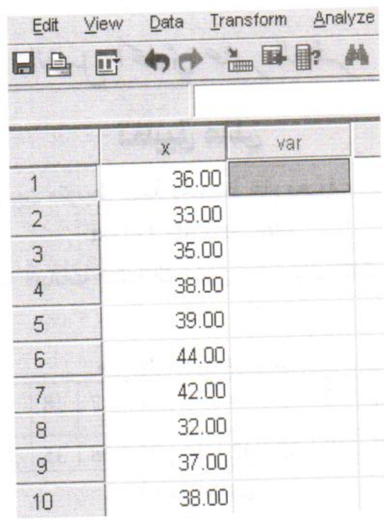
b. الفرضية البديلة

$H_0: \bar{x} \neq m$

c. نختار مستوى الخطأ α=0.05

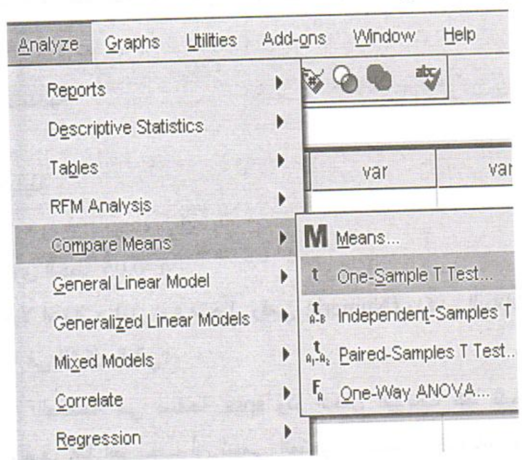
d. نعرف متحولاً اسمه x (من نوع متحول رقمي Numeric) ونكتب البيانات في صفحة SPSS كما في الشكل التالي:

حيث أن الصفحة هي صفحة spss وتم ادخال البيانات كما تدخل تماما في الاكسل ولكن الفرق هنا أننا يجب أن نسمي المتحولات تسمية نظامية، نشير إلى عدد الخانات قبل الفاصلة وبعد الفاصلة كما أنه يجب الأخذ بعين الاعتبار هل المتحول من نوع رتبي أم عددي.



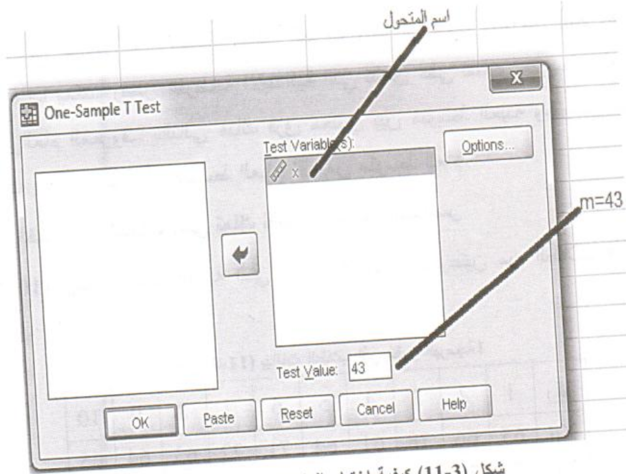
شكل (11-1) البيانات في صفحة SPSS

من قائمة Analyze نختار:



شكل (11-2) كيفية اختيار التحليل

فينتج لدينا اللوحة التالية:



شكل (3-11) كيفية اختيار المتحول والمتوسط العام

نضغط على مفتاح ok فنحصل على الجداول التالية:

جدول (2-11) إحصاءات وصفية للعينة المدروسة

One-Sample Statistics

	N	Mean	Std. Deviation	Std. Error Mean
x	10	37.4000	3.71782	1.17568

المصدر: حسبت من البيانات بواسطة برنامج SPSS

يبن الجدول أعلاه عدد عناصر العينة و متوسطها والانحراف المعياري لها والخطأ القياسي

جدول (3-11) نتائج اختبار T

One-Sample Test

	Test Value m = 43			
	t	df	Sig. (2-tailed)	Mean Difference
x	-4.763-	9	.001	-5.60000-

يوضح الجدول أن الاختبار ثنائي الطرف وبما أن قيمة Sig =0.001 وهي اقل من 0.05 إذا يمكننا رفض الفرضية الابتدائية التي تنص على تساوي متوسط العينة مع المتوسط العام المعروف بالتالي هناك فرق معنوي بين متوسط العينة ومتوسط المجتمع وعليه فإنه يمكن اعتبار أن متوسط العينة أقل من متوسط العام.

(11-2) اختبار T للعينات التي تملك نفس العدد من العناصر

مثال(10-2) لينيا البيانات التالية التي تبين علامات مجموعتين من الطلاب في مقرر البرمجة1.

جدول (4-11) بيانات الطلاب افي مقرر البرمجة1

رقم	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
X_{i1}	65	66	78	61	64	71	72	63	64	65
X_{i2}	70	75	71	73	78	80	85	80	95	90

المصدر: افتراضي

المطلوب: هل يوجد فرق بين متوسط علامات الطلاب في المجموعة الأولى والثالثة، أو بكلام آخر هل تختلف علامات الطلاب في المجموعة الأولى عن علامات الطلاب في المجموعة الثانية.

الحل:

a. الفرضية الابتدائية

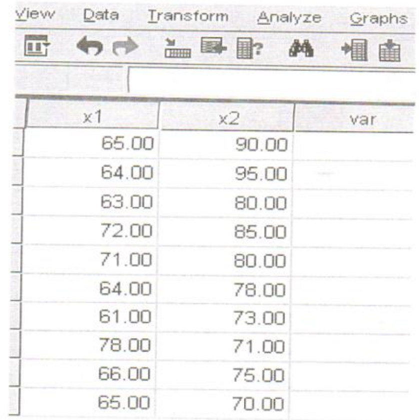
$$H_0: \overline{x_1} = \overline{x_2}$$

b. الفرضية البديلة

$$H_0: \overline{x_1} \neq \overline{x_2}$$

c. نختار مستوى الخطأ أو مستوى المعنوية α=0.05

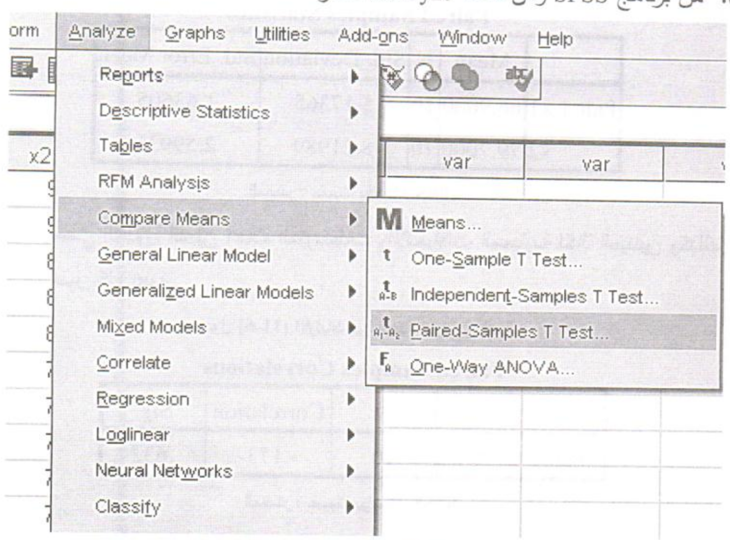
d. نكتب عناصر العينتين في لوحة برنامج SPSS وذلك بعد تعريف هذين المتحولين (الأول X1والثاني X2 كمتحولات رقميةNumeric) وتصبح لدينا لوحة العمل كما في الشكل التالي:



x1	x2	var
65.00	90.00	
64.00	95.00	
63.00	80.00	
72.00	85.00	
71.00	80.00	
64.00	78.00	
61.00	73.00	
78.00	71.00	
66.00	75.00	
65.00	70.00	

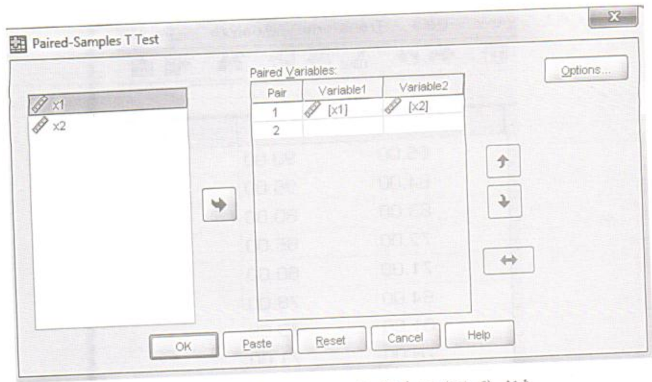
شكل (4-11) ترتيب البيانات للمعالجة

e. من برنامج SPSS ومن قائمة Analyze نختار



شكل (5-11) اختيار نوع اختبار T

بعد الاختيار نحصل على اللوحة التالية:



شكل (11-6) كيفية نقل المتحولات الى المكان المناسب لها

نضغط على زر OK فنحصل على الجداول التالية:

جدول (11-5) بيانات وصفية عن المتحولات المدروسة

Paired Samples Statistics

		Mean	N	Std. Deviation	Std. Error Mean
Pair 1	x1	66.9000	10	5.17365	1.63605
	x2	79.7000	10	8.21989	2.59936

المصدر: حسبت بواسطة SPSS

يعطي الجدول المبين أعلاه المتوسطات والانحرافات المعيارية لكلا العينتين وكذلك عدد عناصر كل عينة.

جدول (11-6) الارتباط بين العينة الأولى والثانية

Paired Samples Correlations

	N	Correlation	Sig.
Pair 1 x1 & x2	10	-.173-	.632

المصدر: حسبت بواسطة SPSS

بين الجدول أعلاه قيمة ارتباط Pearson بين العينة الأولى والثانية ويتضح أنه سالب وغير معنوي إحصائياً (Sig=0.632 أكبر من 0.05 وبذلك نقبل الفرضية الابتدائية

الخاصة باختبار معنوية معامل الارتباط والتي تنص على أن معامل الارتباط يساوي الصفر (R=0)

جدول (11-7) جدول اختبار T

		Mean	Std. Deviation	Std. Error Mean	t	df	sig
Pair 1	x1 - x2	-12.80-	10.44	3.302	-3.876-	9	.004

المصدر: حسبت بواسطة SPSS

من الجدول أعلاه يتضح أن sig=0.004 وهي أقل من قيمة الخطأ المعتمد في الاختبار الذي يساوي 0.05 لذلك نرفض الفرضية الابتدائية ونأخذ الفرضية البديلة التي تنص على عدم تساوي متوسط علامات الطلاب في المجموعة الأولى مع متوسط علامات الطلاب في المجموعة الثانية، طبعا علامات الطلاب في المجموعة الثانية أفضل من الأولى احصائيا كما تبين معنا من الاختبار.

(11-3) اختبار T للعينات المستقلة (التي تملك عدد من العناصر غير متساوٍ)

Independent Samples T-test

مثال(11-3) لدينا البيانات التالية التي تبين إنتاجية صنفين من أشجار البرتقال (الإنتاجية هي مقدار ما تعطيه الشجرة مقدراً بـ كغ) النتائج في الجدول التالي:

جدول (11-8) بيانات الأشجار

X_{i2}	X_{i1}	رقم
50	35	1
52	25	2
45	28	3
44	33	4
47	35	5
51		6
42		7

المطلوب: هل يوجد فرق في الإنتاجية بين الصنف الأول والثاني

الحل:

a. الفرضية الابتدائية

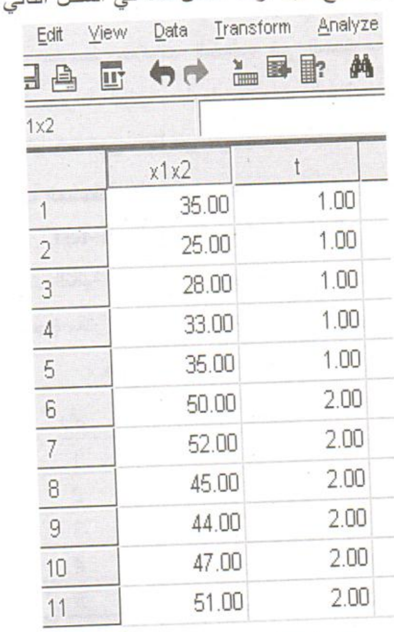
$$H_0: \overline{x_1} = \overline{x_2}$$

b. الفرضية البديلة

$$H_0: \overline{x_1} \neq \overline{x_2}$$

c. نختار مستوى الخطأ أو مستوى المعنوية α=0.05

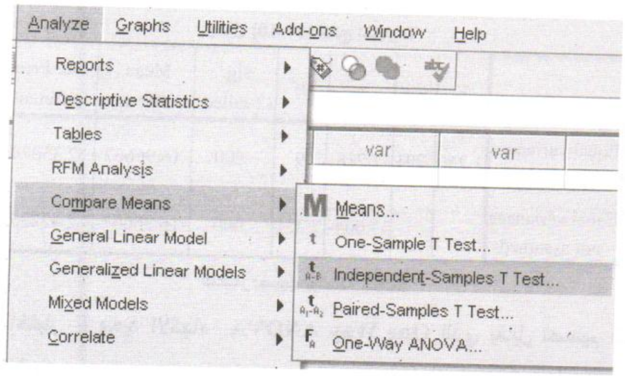
d. نكتب عناصر العينتين في لوحة برنامج SPSS وذلك بعد تعريف متحولين الأول يوضع فيه قيم العينتين والثاني للترميز هذين المتحولين (الأول والثاني كمتحولات رقميةNumeric) وتصبح لدينا لوحة العمل كما في الشكل التالي:



	x1x2	t
1	35.00	1.00
2	25.00	1.00
3	28.00	1.00
4	33.00	1.00
5	35.00	1.00
6	50.00	2.00
7	52.00	2.00
8	45.00	2.00
9	44.00	2.00
10	47.00	2.00
11	51.00	2.00

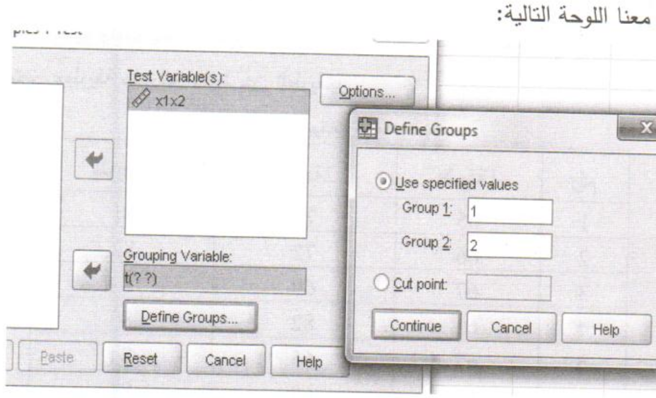
شكل (7-11) البيانات في صفحة SPSS

ثم من قائمة Analyze نختار:



شكل (8-11) قائمة الاختيار

فتخرج معنا اللوحة التالية:



شكل (9-11) كيفية ترميز العينات

بالضغط على مفتاح ok نحصل على الجداول التالية:

جدول (9-11) بيانات وصفية عن العينتين

Group Statistics

	t	N	Mean	Std. Deviation	Std. Error Mean
x1x2	1.00	5	31.2000	4.49444	2.00998
	2.00	6	48.1667	3.31160	1.35195

المصدر: حسبت بواسطة برنامج SPSS

جدول (11-10) نتائج اختبار T

	F	Sig.	t	df	Sig. (2-tailed)	Mean Difference	Std. Error Difference
Equal variances assumed	1.256	.291	-7.218-	9	.000	-16.96667-	2.35070
Equal variances not assumed			-7.004-	7.251	.000	-16.96667-	2.42235

المصدر: حسبت بواسطة SPSS

(11-4) اختبار F وحيد الاتجاه One Way ANOVA الذي يقابل تصميم التجربة الكامل العشوائي

مثال(11-4) لينا البيانات التالية التي تمثل علامات الطلاب في أحد السنوات الجامعية من نفس الكلية وذلك باتباع طرق تدريس مختلفة وهي طريقة السبورة وطريقة البروجكتر والكمبيوتر وطريقة مشتركة خليط بين الطريقتين.

جدول (11-1) بيانات علامات الطلاب

رقم	طريقة1	طريقة2	طريقة3
1	65	70	81
2	66	72	82
3	67	69	83
4	61	82	85
5	67	65	84
6	63	68	81
7	64	72	84

المصدر: افتراضي

المطلوب:

a. هل يوجد فروق بين المعاملات المدروسة

b. في حال وجود فروق بين أي المعاملات أفضل

الحل:

- الفرضية الابتدائية

$$\overline{x_1} = \overline{x_2} = \cdots \ldots . = \overline{x_r}$$

- الفرضية البديلة

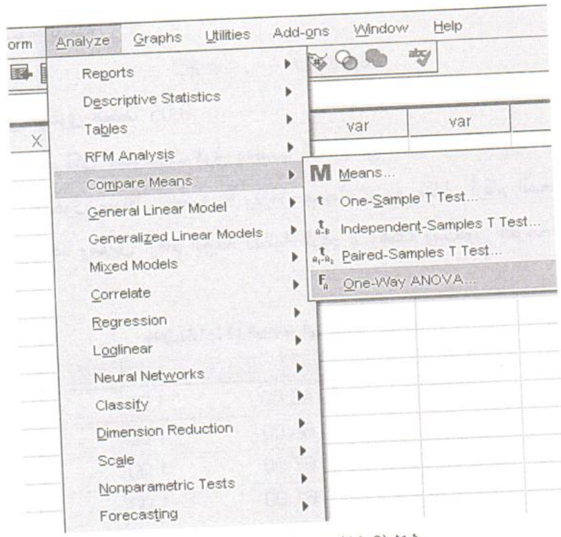
$$\overline{x_1} \neq \overline{x_2} \neq \cdots \ldots . \neq \overline{x_r}$$

- نختار مستوى الخطأ 0.05
- نرتب القيم لكل المعاملات فوق بعضها البض في عمود واحد نسميه y
- نشكل متحول مستقل نسميه x ونرمزه بحيث نضع مقابل أرقام المعاملة الأولى القيمة واحد ومقابل أرقام العينة الثانية الرقم 2 وهكذا وستكون اللوحة في SPSS كما يلي:

جدول(12-11) البيانات في صفحة SPSS

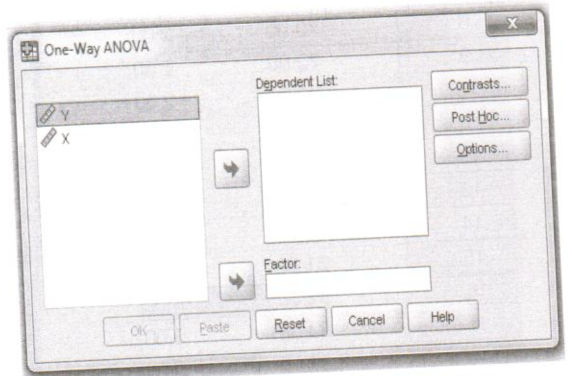
	Y	X
1	65.00	1.00
2	66.00	1.00
3	67.00	1.00
4	61.00	1.00
5	67.00	1.00
6	63.00	1.00
7	64.00	1.00
8	70.00	2.00
9	72.00	2.00
10	69.00	2.00
11	82.00	2.00
12	65.00	2.00
13	68.00	2.00
14	72.00	2.00
15	81.00	3.00
16	82.00	3.00
17	83.00	3.00
18	85.00	3.00
19	84.00	3.00
20	81.00	3.00
21	84.00	3.00

• من قائمة analyze نختار:



شكل(9-11) يبين اختيار نوع التحليل

• ثم من اللوحة الجديدة نختار:



شكل (10-11) كيفية نقل المتحولات إلى الخانات المناسبة

ننقل المتحول y الى خانة Dependent والمتحولX الى خانة Factor ونضغط على مفتاح ok فنحصل على الجداول التالية:

جدول(13-11) جدول تحليل التباين للمسألة السابقة

ANOVA TABLE

S.O.V	Sum of Squares	df	Mean Square	F	Sig.
Between Groups	1184.667	2	592.333	49.101	.000
Within Groups	217.143	18	12.063		
Total	1401.810	20			

المصدر: حسبت بواسطة برنامج SPSS

نبدأ بشرح الجدول:

أولاً: العمود الأول من جهة اليسار ويمثل مصادر التباين

a. التبيان بين المجموعات والمقصود به التباين بين المعاملات في تصميم التجارب

b. التباين ضمن المجموعات والمقصود به التباين ضمن المعاملات أو ما يسمى الخطأ التجريبي

c. المجموع ويقصد به التباين الكلي

ثانياً: العمود الثاني مجموع مربعات الانحرافات

a. ويلاحظ أن مجموع مربعات الانحرافات بين المعاملات يساوي SST= 1184.667من أصل المجموع الكلي للانحرافات والمساوي لـ 1401.810

b. مجموع مربعات الانحرافات للخطأ التجريبي وتساوي =217.143SSE

c. مجموع مربعات الانحرافات الكلي SSO=1401.81

ثالثاً: العمود الثالث هو عمود درجات الحرية وفيه:

a. درجات الحرية بين المعاملات

b. درجات الحرية ضمن المعاملات أو درجات حرية الخطأ التجريبي

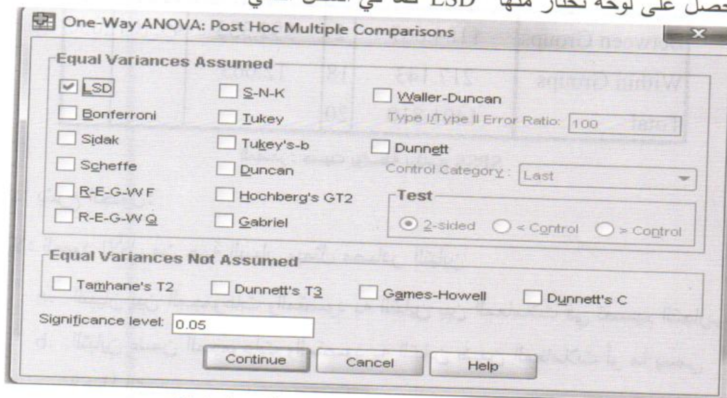
c. درجات الحرية الكلية

رابعاً: متوسط مربعات الانحرافات

خامساً: عمود قيمة F

سادساً: قيمة الـ الاحتمال وتدل أن هناك فروق معنوية بين المعاملات المدرسة وذلك لأن *القيمة أقل من 0.05 لذلك نرفض الفرضية الابتدائية.*

بما أن هناك فروق بين المعاملات المدروسة لذلك لا بد من اجراء المقارنات لاختبار أي المعاملات أفضل وذلك بالضغط على الزر Post HoC من الشكل (11-11) فنحصل على لوحة نختار منها LSD كما في الشكل التالي:



شكل (11-11) كيفية اختيار الاختبار للمقارنة بين المعاملات

فنحصل على الجدول التالي:

جدول (11-14) المقارنات الزوجية

Multiple Comparisons Y:LSD

(I) x	(J) x	Mean Difference (I-J)	Std. Error	Sig.	95% Confidence Interval	
					Lower Bound	Upper Bound
1.00	2.00	-6.42857-*	1.85653	.003	-10.3290-	-2.5281-
	3.00	-18.14286-*	1.85653	.000	-22.0433-	-14.2424-
2.00	1.00	6.42857*	1.85653	.003	2.5281	10.3290
	3.00	-11.71429-*	1.85653	.000	-15.6147-	-7.8139-
3.00	1.00	18.14286*	1.85653	.000	14.2424	22.0433
	2.00	11.71429*	1.85653	.000	7.8139	15.6147

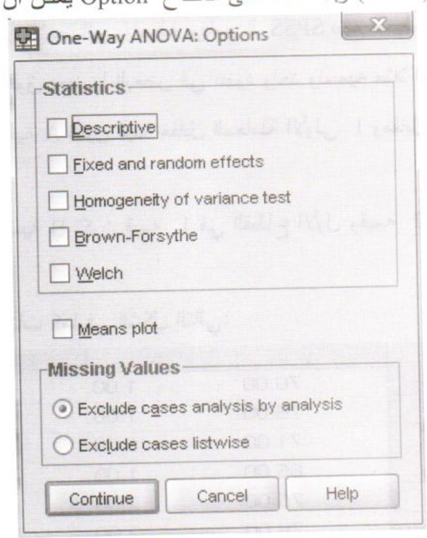
*. The mean difference is significant at the 0.05 level.

المصدر: حسبت بواسطة SPSS

بالنظر الى هذا الجدول نجد أن المقارنات متعددة ومكررة حيث يتم مقارنة المعاملة الأولى بكل المعاملات ثم المعاملة الثانية كذلك بكل المعاملات ومن ثم أيضا مقارنة المعاملة الثالثة بكل المعاملات أي يتم مقارنة المعاملة الأولى بالثنية والثالثة يثم يتم مقارنة المعاملة الثانية بالأولى والثالثة رغم أنه تم مقارنتها قبل خطوة.

نبدأ بالمقارنات أولاً بين الأولى والثانية نجد أن قيمة الـ Sig=0.003 **وهي أقل من** 0.05 لذلك فهناك فروق معنوية بين المعاملة **الأولى والثانية، وبما أن الفرق بينهما** سالب(أنظر العمود الثاني من جهة اليسار الفرق يساوي 6.42857-) **فإن المعاملة الثانية** تتفوق على الأولى، أيضاً نلاحظ أن الـ Sig=0000 **للفرق بين المعاملة الأولى والثالثة أي** توجد فروق معنوية بين المعاملتين الأولى والثالثة **تتفوق على الأولى لأن الفرق سالب** (أنظر السطر الثاني من الجدول أعلاه) **أما ما يخص المعاملتين الثانية والثالثة فنجد أن** الـ Sig=000 والفرق سالب إذن المعاملة الثالثة **تتفوق على المعاملة الثانية.**

من الشكل (11-11) وبالضغط على المفتاح Option **يمكن أن نحصل على:**



شكل (11-12) خيارات يمكن استخدامها

يمكن اختيار إحصاءات وصفية أو التأثير **الثابت والعشوائي كما مر معنا في** النظري.

(11-5) القطاعات العشوائية

مثال(11-5) لدينا البيانات التالية التي تمثل بيانات **ثلاث مجموعات من الطلاب من** أربعة صفوف مختلفة .

جدول(11-15) بيانات الطلاب

	الكليات		
الصف	الاقتصاد	العلوم	الزراعة
الصف الأول	70	75	65
الصف الثاني	75	76	66
الصف الثالث	71	80	67
الصف الرابع	65	90	70

المصدر: افتراضي

لإجراء التحليل الإحصائي بواسطة برنامج الـ SPSS نتبع الخطوات التالية:

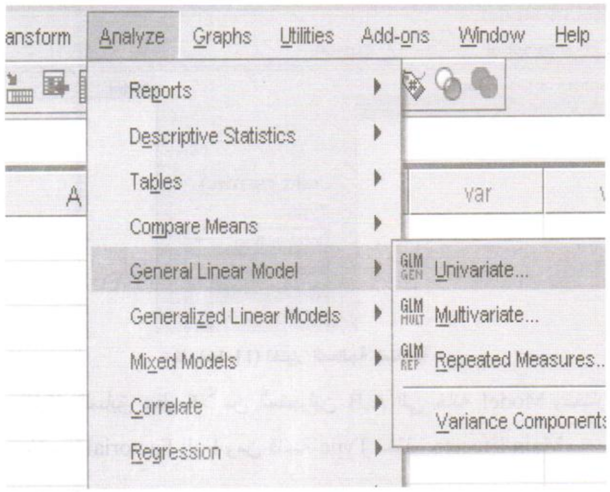
1. نرتب المعاملات فوق بعضها البعض في عمود واحد ونسميه مثلا y
2. نشكل متحول نسميه A تكون قيمه مقابل المعاملة الأولى 1 ومقابل المعاملة الثانية 2 وهكذا.....
3. نشكل متحول نسميه B تكون قيمه 1 في القطاع الأول وقيمه 2 في القطاع الثاني وهكذا....

وستكون صفحة البيانات كما في الشكل التالي:

	y	A	B
1	70.00	1.00	1.00
2	75.00	1.00	2.00
3	71.00	1.00	3.00
4	65.00	1.00	4.00
5	75.00	2.00	1.00
6	76.00	2.00	2.00
7	80.00	2.00	3.00
8	90.00	2.00	4.00
9	65.00	3.00	1.00
10	66.00	3.00	2.00
11	67.00	3.00	3.00
12	70.00	3.00	4.00

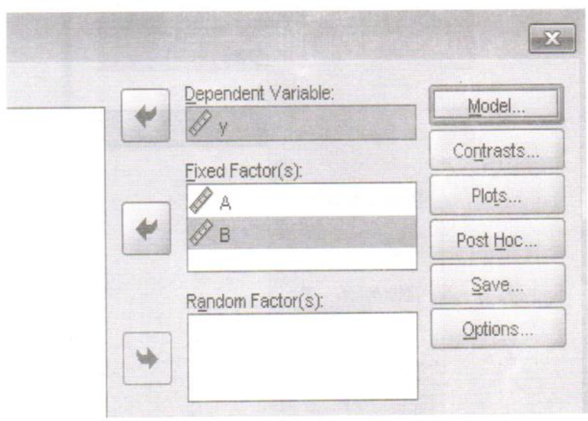
شكل (11-13) صفحة البيانات معدة لتحليل القطاعات العشوائية

1. من قائمة Analyze نختار :



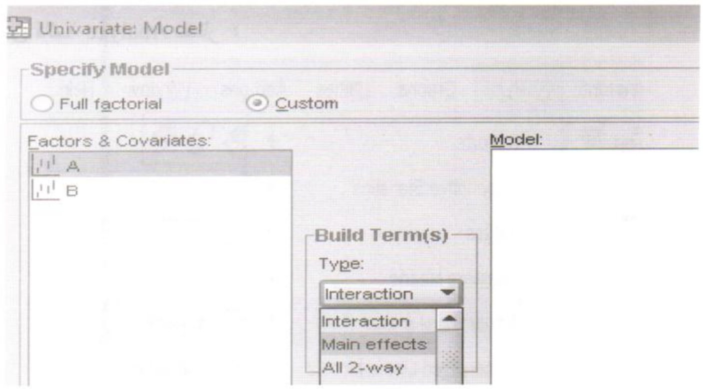
شكل (14-11) الاختيار من القائمة

2. فتظهر معنا اللوحة التالية



شكل (15-11) كيفية نقل المتحولات الى الخانات المناسبة

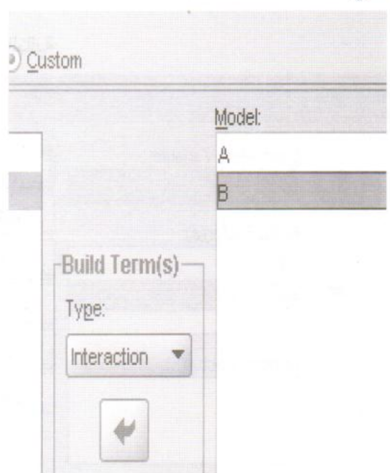
3. بالضغط على زر Model فنحصل على:



شكل (16-11) اختيار المعالجة المناسبة

من الشكل السابق ننقل كلاً من المتحولين A,B الى خانة Model ونختار أيضاً Custom بدلاً من Full Factorial ومن قائمة Type نختار Main Efeects

وتصبح على الشكل التالي:



شكل (17-11) الشكل العام بعد اختيار المتحولات ونوع التأثير

وبالضغط على مفتاح Continue ثم Ok نحصل على الجدول التالي:

جدول (11-16) احصاءات وصفية

		N
A	1	4
	2	4
	3	4
B	1	3
	2	3
	3	3
	4	3

المصدر: حسبت بواسطة SPSS

يبن الجدول السابق أن عدد المعاملات وهو المتحول A هو ثلاث معاملات كل منها يتألف من أربع وحدات تجريبية وأربع قطاعات والذي يمثله المتحول B .

جدول (11-17) تحليل التباين

Tests of Between-Subjects Effects

Dependent Variable:y

Source	Type III Sum of Squares	df	Mean Square	F	Sig.
Corrected Model	419.167[a]	5	83.833	2.997	.107
Intercept	63075.000	1	63075.000	2.255E3	.000
A	381.500	2	190.750	6.819	.029
B	37.667	3	12.556	.449	.727
Error	167.833	6	27.972		
Total	63662.000	12			
Corrected Total	587.000	11			

a. R Squared = .714 (Adjusted R Squared = .476)

المصدر: حسبت بواسطة SPSS

وفي هذا الجدول إن القيم هي:

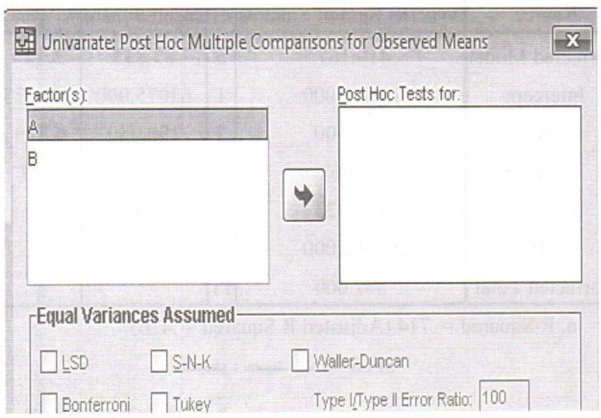
- Corrected Model – تمثل SSO – SSE
- Intercept هو معامل التصحيح CF

- A هي نفسها SST
- B هي نفسها SSR
- Error هو SSE
- Total هو: Intercept + SST + SSR + SSE
- Corrected Total هو SSO

أما تفسير النتائج فيتم كما يلي:

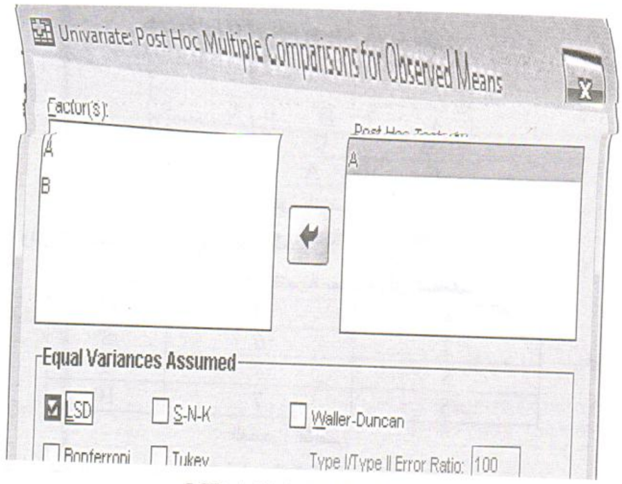
1. من سطر العامل A نجد أن Sig=0.029 <0.05 مما يدل على وجود فروق معنوية بين المعاملات المدروسة.
2. من سطر العامل B نجد أن Sig=0.727>0.05 وهذا يعني عدم وجود فرق بين القطاعات المدروسة.

بما أن هناك فروق معنوية بين المعاملات المدروسة من خلال الجدول السابق لذلك فإننا ننتقل لترتيب المعاملات باستخدام اختبار LSD ويتم ذلك كما رأينا بالضغط على المفتاح Post Hoc فنحصل على:



شكل(18-11) اختيار المقارنات بين المعاملات والقطاعات

في الشكل السابق ننقل A الى الطرف الأيمن ونضع إشارة صح على اختبار LSD ويكون الشكل كما يلي:



شكل(11-19) اختيار اختبار LSD

نضغط على Continue ثم على Ok نحصل على:

جدول(11-18) المقارنات باستخدامLSD

(I) A	(J) A	Mean Difference (I-J)	Std. Error	Sig.
1	2	-10.0000*	3.73980	.037
	3	3.2500	3.73980	.418
2	1	10.0000*	3.73980	.037
	3	13.2500*	3.73980	.012
3	1	-3.2500-	3.73980	.418
	2	-13.2500*	3.73980	.012

Based on observed means.
The error term is Mean Square(Error) = 27.972.

المصدر: حسبت بواسطة SPSS

(11-6) المربع اللاتيني

مثال(11-6) لدينا البيانات التالية لتجربة صممت بطريقة المربع اللاتيني

جدول(19-11) البيانات مصممة بالمربع اللاتيني

A	7	B	6	C	8
B	7	C	9	A	8
C	10	A	5	B	7

المصدر: افتراضي

نرتب القيم وفق المعاملات فنحصل على الجدول:

جدول (20-11) بيانات التجربة مصممة وفق المعاملات

A	B	C
7	6	8
8	7	9
5	7	10

المصدر: افتراضي

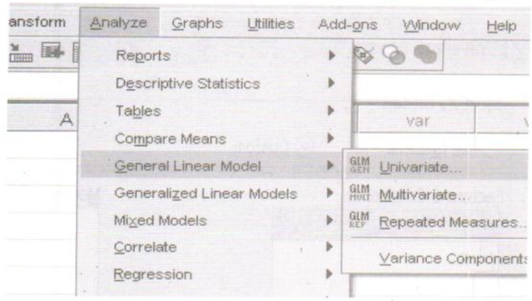
ولإجراء هذا التحليل نقوم بالخطوات التالية:

- نضع معاملات الجدول السابق فوق بعضها البعض في عمود نسميه y
- نشكل متحول نسميه T يشير الى المعاملات ونضع مقابل المعاملة الأولى الرقم 1 ومقابل المعاملة الثانية الرقم 2 ومقابل المعاملة الثالثة الرقم 3
- نشكل متحول نسميه R يمثل صفوف الجدول الأولي قبل التجميع ونضع 1 أمام القيمة التي تقع في الصف الأول و2 للتي تقع في الصف الثاني و3 للتي تقع في الصف الثالث.
- نشكل متحول نسميه C يمثل أعمدة الجدول الأولي ونضع 1 أمام القيمة التي تقع في العمود الأول و2 أمام القيمة التي تقع في العمود الثاني و3 أمام القيمة التي تقع في العمود الثالث.
- وتكون صفحة SPSS كما يلي:

	y	T	R	C
1	7.00	1.00	1.00	1.00
2	8.00	1.00	2.00	3.00
3	5.00	1.00	3.00	2.00
4	6.00	2.00	1.00	2.00
5	7.00	2.00	2.00	1.00
6	7.00	2.00	3.00	3.00
7	8.00	3.00	1.00	3.00
8	9.00	3.00	2.00	2.00
9	10.00	3.00	3.00	1.00

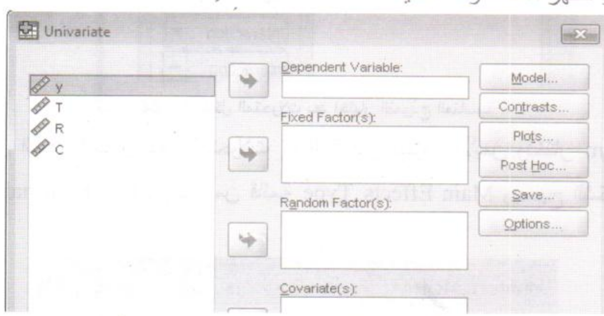
شكل (20-11) بيانات التجربة مرتبة للتحليل بواسطة المربع اللاتيني

- من قائمة Analyze نختار :



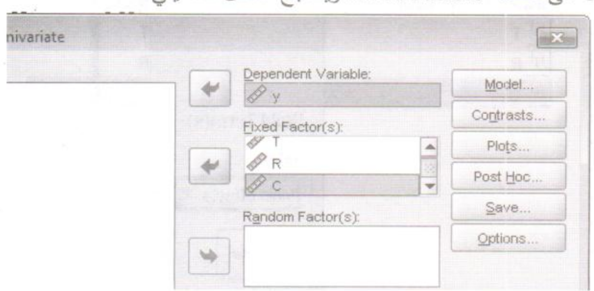
شكل (11-21) الاختيار من القائمة

بالاختيار تظهر معنا اللوحة التالية:



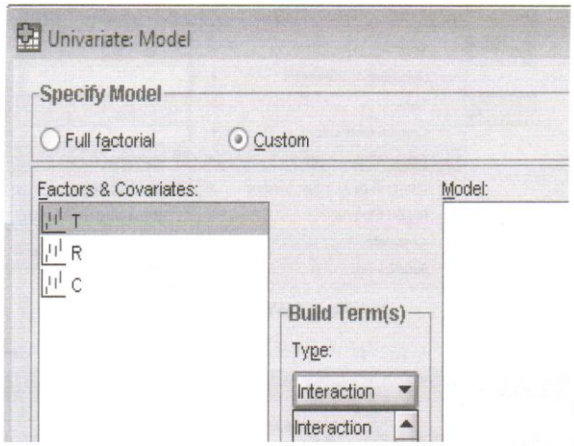
شكل (11-22) كيفية نقل المتحولات الى الخانات المناسبة

في الشكل أعلاه ننقل المتحول y الى خانة Dependent Variable والمتحولات T , R , C الى الخانة Fixed Factors ويصبح الشكل كما يلي:



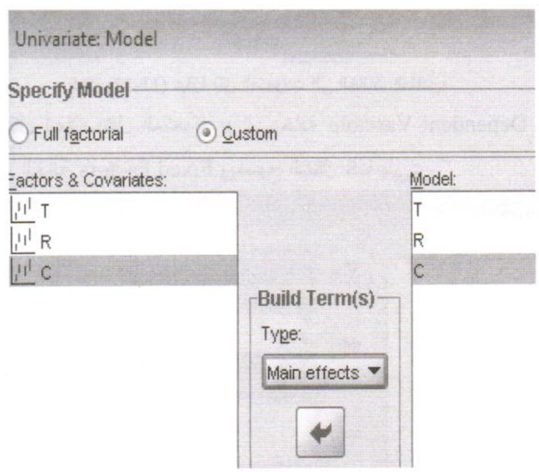
شكل (11-23) المتحولات بعد نقلها الى المكان المناسب لها

من الشكل السابق نضغط على زر Model فنحصل على:



شكل (11-24) شكل المتحولات بعد اختيار النموذج المناسب

من الشكل السابق ننقل المتحولات T,R,C الى الطرف الأيمن ونختار Custom بدلاً من Full Factorial ونختار من قائمة Main Effects Type ويصبح الشكل كما يلي:



شكل (11-25) المتحولات بعد نقلها واختيار نوع التحليل

بالضغط على Continue ثم على OK نحصل على الجداول التالية:

جدول(21-11) احصاءات وصفية

Between-Subjects Factors

		N
T	1	3
	2	3
	3	3
R	1	3
	2	3
	3	3
C	1	3
	2	3
	3	3

المصدر: حسبت بواسطة SPSS

جدول (22-11) تحليل التباين

Tests of Between-Subjects Effects

Dependent Variable:y

Source	Type III Sum of Squares	df	Mean Square	F	Sig.
Corrected Model	15.333[a]	6	2.556	1.769	.404
Intercept	498.778	1	498.778	345.308	.003
T	10.889	2	5.444	3.769	.210
R	1.556	2	.778	.538	.650
C	2.889	2	1.444	1.000	.500
Error	2.889	2	1.444		
Total	517.000	9			
Corrected Total	18.222	8			

a. R Squared = .841 (Adjusted R Squared = .366)

المصدر: حسبت بواسطة SPSS

(11-7) التجارب العاملية

مثال(11-7) في تجربة لدراسة عامل الري بثلاث مستويات a_1,a_2,a_3 وعامل التسميد بمستويين b_1,b_2 على انتاجية القمح القاسي من نوع شام-3 ، صممت التجربة بطريقة الكامل العشوائي وكانت لدينا النتائج التالية:

جدول (11-23) بيانات انتاجية القمح

	B					
	b_1			b_2		
	a_1	a_2	a_3	a_1	a_2	a_3
	3	6	3	10	11	12
	5	7	4	7	15	14
	7	8	3	8	10	12
	5	7	6	7	12	14

المصدر: افتراضي

المطلوب:

a. هل توجد فروق بين متوسطات المعاملات

b. في حلة وجدود فروق اختبر الفروق الثنائية بالنسبة لعامل التسميد وبالنسبة لعامل الري.

الحل:

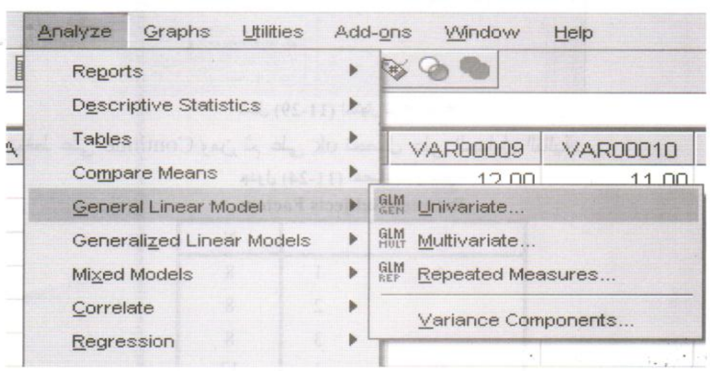
- نرتب المعاملات فوق بعضها البعض في عمود واحد نسميه y
- نشكل متحول نسميه A يمثل عامل الري
- نشكل متحول ثاني نسميه B يمثل عامل التسميد
- نضع قيم المتحول الأول 1 مقابل المستوى الأول و2 مقابل المستوى الثاني و3 مقابل المستوى الثالث
- نضع قيم المتحول الثاني 1 مقابل المستوى الأول و2 مقابل المستوى الثاني.

وبالتالي ستكون صفحة البيانات كما يلي:

	y	A	B
1	3.00	1.00	1.00
2	5.00	1.00	1.00
3	7.00	1.00	1.00
4	5.00	1.00	1.00
5	3.00	2.00	1.00
6	5.00	2.00	1.00
7	7.00	2.00	1.00
8	5.00	2.00	1.00
9	3.00	3.00	1.00
10	4.00	3.00	1.00
11	3.00	3.00	1.00
12	6.00	3.00	1.00
13	10.00	1.00	2.00
14	7.00	1.00	2.00
15	8.00	1.00	2.00
16	7.00	1.00	2.00
17	11.00	2.00	2.00
18	15.00	2.00	2.00
19	10.00	2.00	2.00

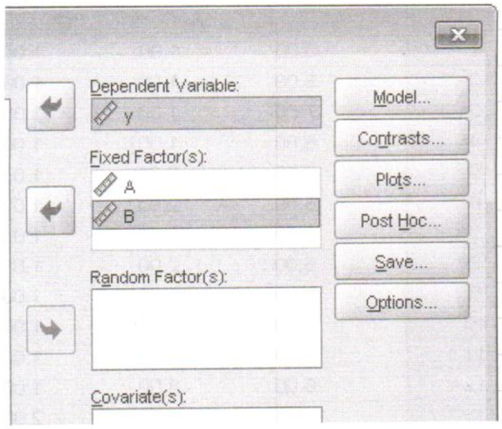
شكل (11-26) صفحة البيانات في برنامج SPSS

- من قائمة Analyze نختار



شكل (11-27) كيفية اختيار نوع التحليل

- نحصل على الشكل التالي:



شكل (11-28) نقل المتحولات الى المكان المناسب لها.

لاحظ كيف تم نقل المتحول y الى خانة Dependent Variable والمتحولان A,B الى خانة Fixed Variable

- من نفس اللوحة السابقة نضغط على زر Model ونختار من الشكل الذي يظهر Full Factorial ومن Type نختار Interaction كما في الشكل التالي:

شكل (11-29) اختيار نوع التفاعل

بالضغط على Continue ومن ثم على ok نحصل على الجداول التالية:

جدول (11-24) احصاءات وصفية

Between-Subjects Factors

		N
A	1	8
	2	8
	3	8
B	1	12
	2	12

المصدر: حسبت بواسطة SPSS

يتضح من الجدول:

1. العامل الأول له ثلاث مستويات
2. العامل الثاني مستويين

جدول (25-11) تحليل التباين

Tests of Between-Subjects Effects

Dependent Variable:y

Source	Type II Sum of Squares	df	Mean Square	F	Sig.
Corrected Model	267.333[a]	5	53.467	24.060	.000
Intercept	1600.667	1	1600.667	720.300	.000
A	37.333	2	18.667	8.400	.003
B	192.667	1	192.667	86.700	.000
A * B	37.333	2	18.667	8.400	.003
Error	40.000	18	2.222		
Total	1908.000	24			
Corrected Total	307.333	23			

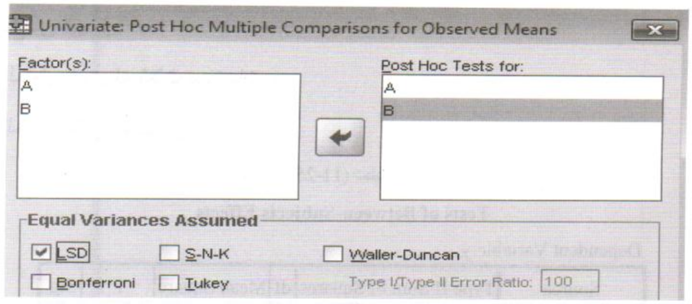
a. R Squared = .870 (Adjusted R Squared = .834)

المصدر: حسبت بواسطة SPSS

من الجدول أعلاه يتضح لدينا مايلي:

1. هناك فروق معنوية بين المعاملات المدروسة (لاحظ السطر الأول أن Sig<0.05) ويعني علينا رفض الفرضية الابتدائية التي تنص على تساوي المتوسطات.
2. إن العامل الأول والذي هو الري ذو تأثير معنوي على الانتاجية أيضا sig<0.05
3. إن العامل الثاني والذي يمثل التسميد أيضا معنوي لنفس السبب المذكور سابقاً.
4. هناك تفاعل بين تأثير السماد والري في الناثير على الانتاجية لاحظ أيضاً أن sig<0.05

- نقوم الآن بإجراء المقارنات المتعددة. وذلك بالضغط على زر Poct Hoc ونحصل على الشكل التالي:



شكل (11-30) كيفية اختيار المتحولات للمقارنة على أساسها

بعد الضغط على ok نحصل على:

جدول(11-26) جدول المقارنات الزوجية

(I) A	(J) A	Mean Difference (I-J)	Std. Error	Sig.
1	2	-3.0000*	.74536	.001
	3	-2.0000*	.74536	.015
2	1	3.0000*	.74536	.001
	3	1.0000	.74536	.196
3	1	2.0000*	.74536	.015
	2	-1.0000-	.74536	.196

Based on observed means.

The error term is Mean Square(Error) = 2.222.

المصدر: حسبت بواسطة SPSS

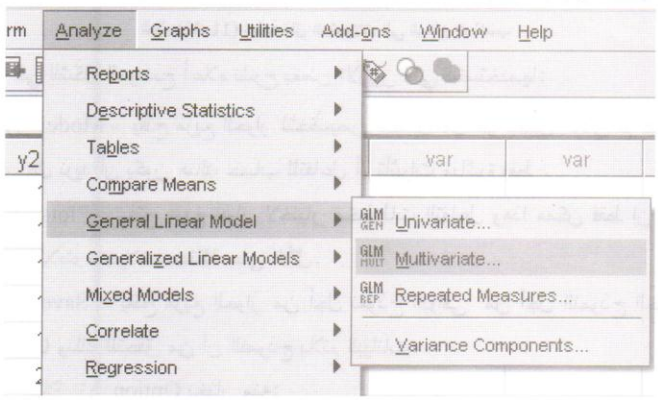
(11-8) تحليل التباين المتعدد

نأخذ المثال(9-1) من الفصل التاسع ونشكل صفحة البيانات في SPSS كما يلي:

	y1	y2	group
1	5.00	14.00	1.00
2	5.00	11.00	1.00
3	4.00	16.00	1.00
4	4.00	13.00	1.00
5	5.00	12.00	1.00
6	3.00	14.00	1.00
7	7.00	12.00	1.00
8	6.00	15.00	1.00
9	6.00	16.00	1.00
10	4.00	11.00	1.00
11	4.00	14.00	2.00
12	4.00	15.00	2.00
13	1.00	13.00	2.00
14	1.00	14.00	2.00
15	4.00	15.00	2.00
16	6.00	19.00	2.00
17	5.00	13.00	2.00
18	5.00	18.00	2.00
19	2.00	14.00	2.00

شكل (31-11) صفحة البيانات مجهزة للتحليل المتعدد

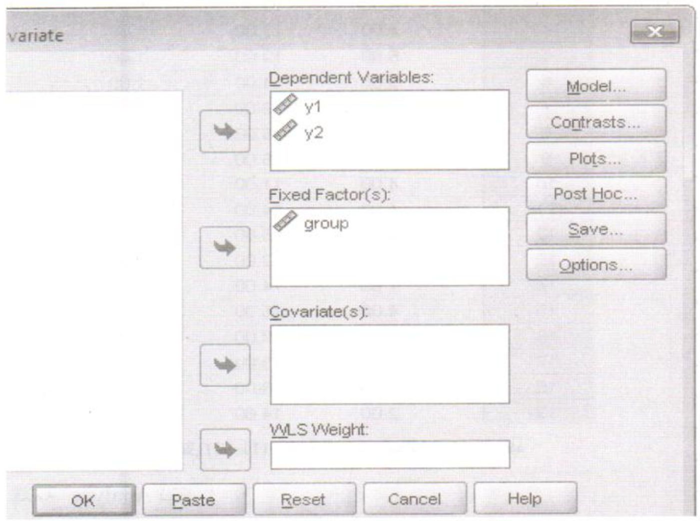
من قائمة Analyze نختار:



شكل ('31-11) اختار التحليل المتعدد من القائمة

نحصل على لوحة ادخال المتحولات المستقلة والمتحولات التابعة ولدينا في هذا المثال متحولين تابعين هما y1,y2 ومتحول مستقل بين المجموعات رمزنا له في هذا

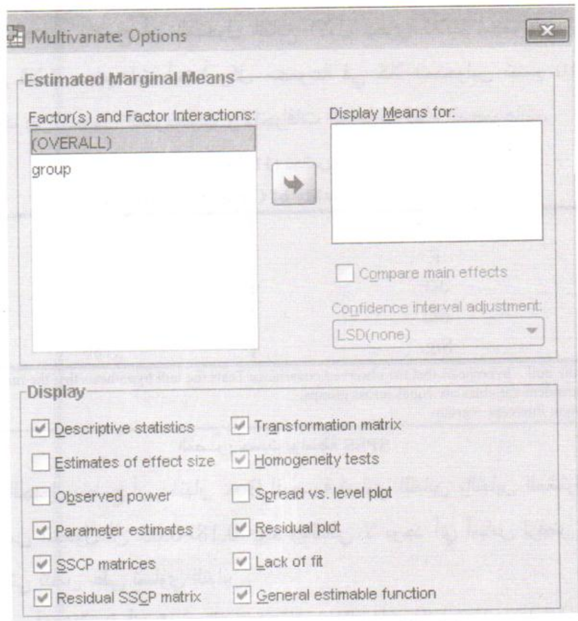
المثال بالرمز group ، لذلك ننقل المتحولين y1,y2 الى خانة Dependent Variables والمتحول group الى خانة Fixed Factors كما في الشكل التالي:



شكل (32-11) كيفية نقل المتحولات الى المكان المناسب

في الشكل الموضح أعلاه نشرح بعض الأزرار التي سنستخدمها:

- الزر Model - يفتح مربع الحوار لتخصيص التحليل هل هو تحليل عادي أم عاملي أي هل نريد أن يكون هناك حساب للتفاعل أم تأثيرات مباشرة فقط .
- الزر Plots – يفتح مربع حوار لاختيار مخططات التفاعل وهذا ممكن فقط إن كان لدينا ثلاث متحولات مستقلة على الأقل.
- الزر Save – يفتح مربع الحوار من أجل نموذج البواقي من أجل النموذج الخطي GLM وذلك للتحقق من أن النموذج يلائم البيانات.
- من خلال زر Option نختار منه:



شكل (11-33) بعض الخيارات المفيدة في التحليل

بعد الضغط على مفتاح ok نحصل على الجداول التالية:

من الجدول أعلاه يتضح لنا أن المتحول المستقل يحوي ثلاث مجموعات وكل مجموعة تحوي عشرة قيم.

جدول (11-28) المتوسطات والانحرافات المعيارية للمجموعات

Descriptive Statistics

	group	Mean	Std. Deviation	N
y1	1	4.9000	1.19722	10
	2	3.7000	1.76698	10
	3	5.0000	1.05409	10
	Total	4.5333	1.45586	30
y2	1	13.4000	1.89737	10
	2	15.2000	2.09762	10
	3	15.0000	2.35702	10
	Total	14.5333	2.20866	30

من الجدول يتضح أن المتحول التابع الأول يحوي ثلاث مجموعات والمتحول الثاني يضم ثلاث مجموعات أيضاً وكل مجموعة في كلا المتحولين تضم 10 وحدات تجريبية لذلك يبن الجدول المتوسطات والانحرافات المعيارية لهذه المجموعات.

جدول(29-11) تجانس التباين

Box's Test of Equality of Covariance Matrices[a]

Box's M	9.959
F	1.482
df1	6
df2	1.817E4
Sig.	.180

Tests the null hypothesis that the observed covariance Tests the null hypothesis that the matrices of the dependent variables are equal across groups.

a. Design: Intercept + group

المصدر: حسبت بواسطة SPSS

من الجدول يتضح أن اختبار Box لفرضية تساوي التباين والتباين المشترك محققة حيث نجد من الجدول أن sig=0.18>0.05 وبالتالي لا يوجد أي أساس لرفض الفرضية الابتدائية التي تنص على تساوي التباين.

ويجب أن نلاحظ أنه في حال تساوي حجم العينات فإننا نهمل هذا الاختبار لأنه يكون غير فعال.

جدول (30-11) اختبار فرضية الكروية

Bartlett's Test of Sphericity[a]

Likelihood Ratio	.042
Approx. Chi-Square	5.511
df	2
Sig.	.064

Tests the null hypothesis that the residual covariance matrix is proportional to an identity matrix.

a. Design: Intercept + group

المصدر: حسبت بواسطة SPSS

يختبر الجدول أعلاه اختبار فرضية الكروية، لكنه غير مفيد الآن إنه يستخدم فقط في القياسات المكررة وهو غير ضروري في التحليل المتعدد.

		N
group	1	10
	2	10
	3	10

Levene's Test of Equality of Error Variances[a]

	F	df1	df2	Sig.
y1	1.828	2	27	.180
y2	.076	2	27	.927

Tests the null hypothesis that the error variance of the dependent variable is equal across groups.

a. Design: Intercept + group

جدول (11-31) تحليل الفروق بين المجموعات المدروسة.

Multivariate Tests[c]

Effect		Value	F	Hypothesis df	Error df	Sig.
Intercept	Pillai's Trace	.983	7.452E2[a]	2.000	26.000	.000
	Wilks' Lambda	.017	7.452E2[a]	2.000	26.000	.000
	Hotelling's Trace	57.325	7.452E2[a]	2.000	26.000	.000
	Roy's Largest Root	57.325	7.452E2[a]	2.000	26.000	.000
group	Pillai's Trace	.318	2.557	4.000	54.000	.049
	Wilks' Lambda	.699	2.555[a]	4.000	52.000	.050
	Hotelling's Trace	.407	2.546	4.000	50.000	.051
	Roy's Largest Root	.335	4.520[b]	2.000	27.000	.020

a. Exact statistic

b. The statistic is an upper bound on F that yields a lower bound on the significance level.

c. Design: Intercept + group

المصدر: حسبت بواسطة SPSS

يتضح من الجدول يقسم الى قسمين: القسم الأول والذي يتعرض لمشكلة الانحدار وهذا ليس موضوعنا هنا، أما القسم الثاني فيضم كيفية اختبار الفروق بين المجموعات المدروسة وفي هذا الجدول نجد أن جميع القيم لمختلف أنواع الاختبارات متقاربة ولكن بما أن أحجام المجموعات متساوية فإن اختبار Pillai's يمكن اعتباره مناسبا وبالنظر الى قيمة sig <0.049 الموافق لهذا الاختبار أي نجده معنوي وبالتالي هناك فروق معنوية بين المعاملات المدروسة، بكلام أخر أن طريقة التدريس لها تأثير على نتائج الاختبار الكتابي والشفهي للطلاب. لكن لا يعطينا هذا الجدول الفروق بين المعاملات من كلا المتحولين التابعين لذلك ننتقل الى التحليل المفرد للفروق لكلا العاملين أي باستخدام ANOVA المفرد.

جدول (11-32) اختبار تجانس البيانات المفرد لكل متحول تابع

Levene's Test of Equality of Error Variances[a]

	F	df1	df2	Sig.
y1	1.828	2	27	.180
y2	.076	2	27	.927

Tests the null hypothesis that the error variance of the dependent variable is equal across groups.

a. Design: Intercept + group

المصدر: حسبت بواسطة SPSS

من هذا الجدول يتضح أن البيانات متجانسة في كلا المتحولين التابعين حيث أن sig=0.180 و sig=0.927 وهذا يؤكد أننا لا نستطيع رفض الفرضية الابتدائية التي تنص على تساوي التباين بين مجموعات المتحول الأول وكذلك الأمر بالنسبة للمتحول الثاني، وهذا يتطابق من حيث النتيجة مع الاختبار الذي تم باستخدام التحليل المتعدد.

Levene's Test of Equality of Error Variances[a]

	F	df1	df2	Sig.
y1	1.828	2	27	.180
y2	.076	2	27	.927

Tests the null hypothesis that the error variance of the dependent variable is equal across groups.

a. Design: Intercept + group

Levene's Test of Equality of Error Variances[a]

	F	df1	df2	Sig.
y1	1.828	2	27	.180
y2	.076	2	27	.927

Tests the null hypothesis that the error variance of the dependent variable is equal across groups.

a. Design: Intercept + group

جدول(33-11) تحليل التباين المفرد لكلا العاملين

Tests of Between-Subjects Effects

Source	Dependent Variable	Type III Sum of Squares	df	Mean Square	F	Sig.
Corrected Model	y1	10.467[a]	2	5.233	2.771	.080
	y2	19.467[b]	2	9.733	2.154	.136
Intercept	y1	616.533	1	616.533	326.400	.000
	y2	6336.533	1	6336.533	1.402E3	.000
group	y1	10.467	2	5.233	2.771	.080
	y2	19.467	2	9.733	2.154	.136
Error	y1	51.000	27	1.889		
	y2	122.000	27	4.519		
Total	y1	678.000	30			
	y2	6478.000	30			
Corrected Total	y1	61.467	29			
	y2	141.467	29			

a. R Squared = .170 (Adjusted R Squared = .109)

b. R Squared = .138 (Adjusted R Squared = .074)

المصدر: حسبت بواسطة SPSS

ما يهمنا من هذا الجدول هو سطر المجوعة Group ونجد منه أن الفروق بين مجموعات المتحول الأول غير معنوية Sig=0.08 >0.05 وكذلك نفس الشيء بالنسبة للمتحول الثاني Sig=0.136 >0.05 وهذا يتناقض مع تحليل التباين المتعدد الذي شرحناه سابقا وذلك لأنه لا يأخذ بعين الاعتبار التفاعل بين المتحول التابع الأول والمتحول التابع الثاني.

جدول (34-11) مصفوف H التي تمثل مجموع مربعات الانحرافات بين المعاملات

Between-Subjects SSCP Matrix

			y1	y2
Hypothesis	Intercept	y1	616.533	1.977E3
		y2	1.977E3	6.337E3
	group	y1	10.467	-7.533-
		y2	-7.533-	19.467
Error		y1	51.000	13.000
		y2	13.000	122.000

Based on Type III Sum of Squares

المصدر: حسبت بواسطة SPSS

يتضح من الجدول أعلاه أن سطر Group يمثل المصفوفة H (راجع الفصل التاسع للاطلاع على معنى هذه المصفوفة وكيف تحسب) بينما يمثل السطر الأخير مصفوفة E (راجع نفس الفصل للاطلاع على كيفية حسابها)

جدول (35-11) مصفوفة البواقي

Residual SSCP Matrix

		y1	y2
Sum-of-Squares and Cross-Products	y1	51.000	13.000
	y2	13.000	122.000
Covariance	y1	1.889	.481
	y2	.481	4.519
Correlation	y1	1.000	.165
	y2	.165	1.000

Based on Type III Sum of Squares

المصدر: حسبت بواسطة SPSS

يضم الجدول أعلاه مصفوفة البواقي في السطر الأول ، وفي السطر الثاني مصفوفة التغاير بين المتحولين التابعي وكذلك في السطر الثالث الارتباط .

جدول (36-11) جدول مقارنة الفروق بين المجموعات

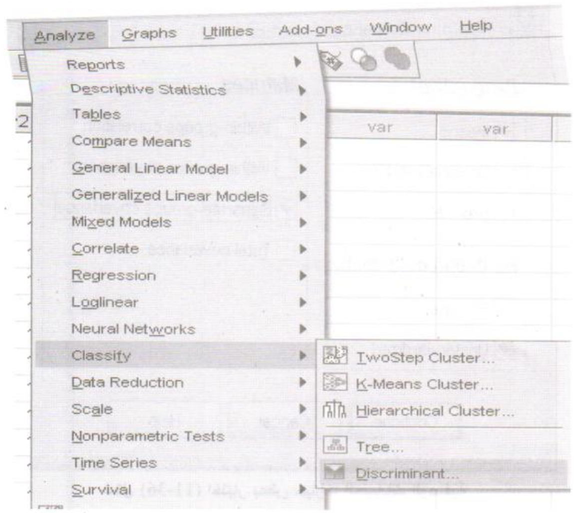
Contrast Results (K Matrix)		
group Simple Contrast[a]	Dependent Variable	
	y1	y2
Level 1 vs. Level 3 Contrast Estimate		
Hypothesized Value	-.100-	-1.600-
Difference (Estimate - Hypothesized)	0	0
Std. Error	-.100-	-1.600-
Sig.	.615	.951
95% Confidence Interval for Difference	.872	.104
Lower Bound	-1.361-	-3.551-
Upper Bound	1.161	.351
Level 2 vs. Level 3 Contrast Estimate		
Hypothesized Value	-1.300-	.200
Difference (Estimate - Hypothesized)	0	0
Std. Error	-1.300-	.200
Sig.	.615	.951
95% Confidence Interval for Difference	.044	.835
Lower Bound	-2.561-	-1.751-
Upper Bound	-.039-	2.151
a. Reference category = 3		

المصدر : حسبت بواسطة SPSS

من الجدول يتضح لدينا مايلي: بعد أن حددنا أن المقارنة ستتم مع الطريقة المشتركة (كمبيوتر وسبورة) حيث يتم مقارنة الطريقة الأولى مع الثالثة من القسم الأول نجد أنه لا توجد فروق معنوية بين المجموعة والثالثة في المتحول الأول sig=0.872 كما أنه لا يوجد فروق بين المجموعة الأولى والثالثة في المتحول الثاني sig =0.104 أما القسم الثاني والذي يبين الفرق بين المجموعة الثانية والثالثة فنجد أن هناك فروق بين المجموعة الثانية والثالثة في المتحول الأول sig=0.044 ولا توجد فروق بين المجموعة الثانية والثالثة في المتحول الثاني sig=0.835 .أن قيمة Hypothesized =0 والموجودة في الجدول تعني الى أن الفرق بين المجموعتين هو مساو الى الصفر.

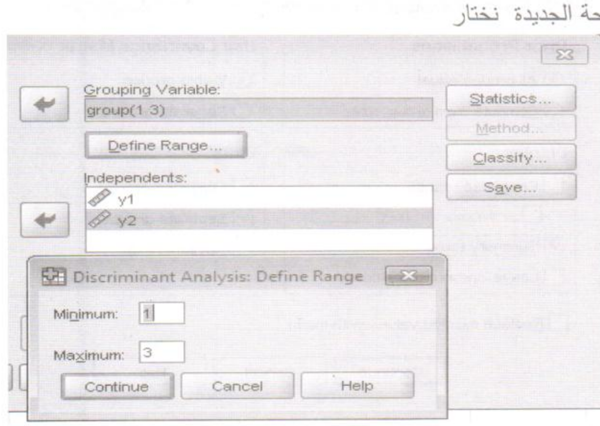
(11-9) متابعة التحليل المتعدد باستخدام تحليل التمايز.

من قائمة Analyze:



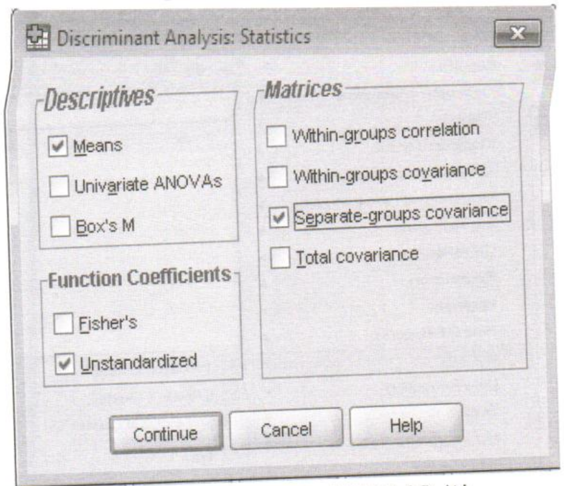
شكل(11-34) اختيار تحليل التمايز

ومن اللوحة الجديدة نختار



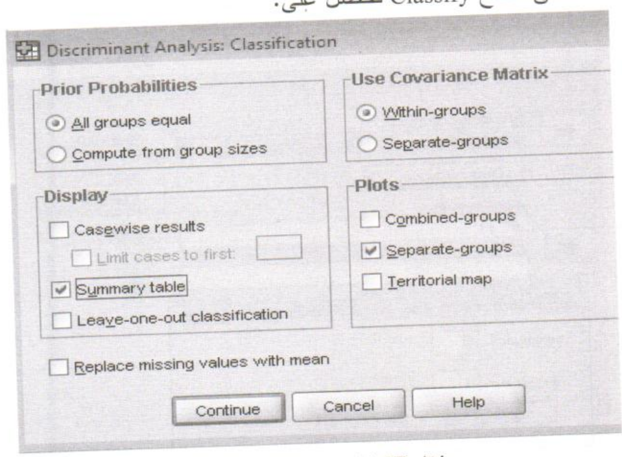
شكل(11-35) نقل المتحولات الى المكان المناسب ووضع حدود المستويات، في مثالنا لدينا ثلاث مستويات

لذلك نضع 1 و 3 .لاحظ أنه تم نقل المتحول group الى المكان Grouping Variable ، اذا ضغطنا على الزر statistics نحصل على:



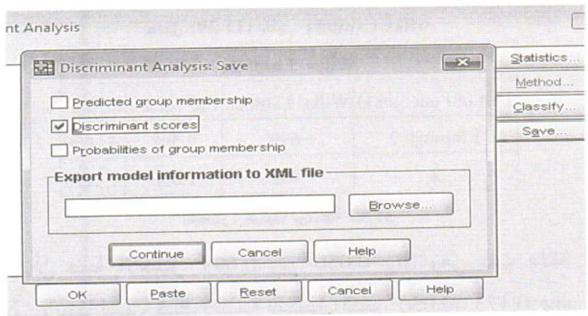
شكل (11-36) اختيار بعض خيارات الحسابات الوصفية

وإذا ضغطنا على مفتاح Classify نحصل على:



شكل (11-37) خيارات للتحليل التمايز

ثم نضغط على مفتاح Save فنحل على مربع حوار نختار منه ما يناسب التحليل



شكل (38-11) اختيار درجات تحليل التمايز.

جدول (37-11) مصفوفة التغاير والتي تم اختيارها من أحد مربعات الحوار السابقة

Covariance Matrices

group		y1	y2
1	y1	1.433	.044
	y2	.044	3.600
2	y1	3.122	2.511
	y2	2.511	4.400
3	y1	1.111	-1.111-
	y2	-1.111-	5.556

المصدر: حسبت بواسطة SPSS

وهي ناتجة من تقسيم الجداء المتصالب D1xD2 على عدد درجات الحرية ٩ أي تقسيم القيم (-10,22.6,0.40) على 9 وهكذا

جدول(38-11) القيم الذاتية للمتحولات التابعة

Eigenvalues

Function	Eigenvalue	% of Variance	Cumulative %	Canonical Correlation
1	.335[a]	82.2	82.2	.501
2	.073[a]	17.8	100.0	.260

a. First 2 canonical discriminant functions were used in the analysis.

المصدر: حسبت بواسطة SPSS

يتضح من الجدول أن المتحول التابع الأول يساهم بمقدار 82.2% من التباين بينما يفسر المتحول التابع الثاني فقط 17.8% (طبعاً تتطابق القيم مع العناصر القطرية للمصفوفة HE^{-1} التي تم حسابها في الفصل التاسع).

جدول (11-39) اختبار wilks Lambda

Wilks' Lambda				
Test of Function(s)	Wilks' Lambda	Chi-square	df	Sig.
1 through 2	.699	9.508	4	.050
2	.932	1.856	1	.173

المصدر: حسبت بواسطة SPSS

ونجد أن قيمة الاختبار 0.699 وأن Sig=0.050 وهي ذات دلالة احصائية للمتحول الأول، بينما ليست كذلك بالنسبة للمتحول الثاني 0.050< sig=0.173

جدول (11-40) الأشعة الذاتية للمتحولين

Standardized Canonical Discriminant Function Coefficients

	Function	
	1	2
y1	.829	.584
y2	-.713-	.721

Structure Matrix

	Function	
	1	2
y1	.711*	.703
y2	-.576-	.817*

Pooled within-groups correlations between discriminating variables and standardized canonical discriminant functions
Variables ordered by absolute size of correlation within function.

*. Largest absolute correlation between each variable and any discriminant function

المصدر: حسبت بواسطة SPSS

لاحظ أن المساهمة في المتحول الأول أكبر من المتحول الثاني.

جدول(11-41) معاملات التابع المميز

Canonical Discriminant Function Coefficients

	Function	
	1	2
y1	.603	.425
y2	-.335-	.339
(Constant)	2.139	-6.857-

Unstandardized coefficients

المصدر: حسبت بواسطة SPSS

وهي نفسها التي حصلنا عليها في الفصل التاسع عندما حولنا المسألة الى نموذج انحدار متعدد.

جدول (42-11) مراكز المجموعات للمتحولين

Functions at Group Centroids

group	Function	
	1	2
1	.601	-.229-
2	-.726-	-.128-
3	.125	.357

Unstandardized canonical discriminant functions evaluated at group means

المصدر: حسبت بواسطة SPSS

نلاحظ من الجدول أن المجموعة الأولى مميزة في التابع الأول بينما المجموعة الثالثة هي المجموعة المميزة في التابع الثاني.

جدول (43-11) نتائج التصنيف

Classification Results[a]

		group	Predicted Group Membership			Total
			1	2	3	
Original	Count	1	6	2	2	10
		2	1	6	3	10
		3	5	3	2	10
	%	1	60.0	20.0	20.0	100.0
		2	10.0	60.0	30.0	100.0
		3	50.0	30.0	20.0	100.0

a. 46.7% of original grouped cases correctly classified.

المصدر: حسبت بواسطة SPSS

(11-10) القياسات المكررة الأحادية المتحول

لنفرض أن لدينا المثال(14-5) من الفصل الخامس وبياناته كما يلي:

جدول (11-44) بيانات المقالات

المقالة	محاضر1	محاضر2	محاضر3	محاضر4	المتوسط	التباين
1	62	58	63	64	61.75	6.92
2	63	60	68	65	64	11.33
3	65	61	72	65	65.75	20.92
4	68	64	58	61	62.75	18.25
5	69	65	54	59	61.75	43.58
6	71	67	65	50	63.25	84.25
7	78	66	67	50	65.25	132.92
8	75	73	75	45	67	216
المتوسط	68.88	64.25	65.25	57.38		

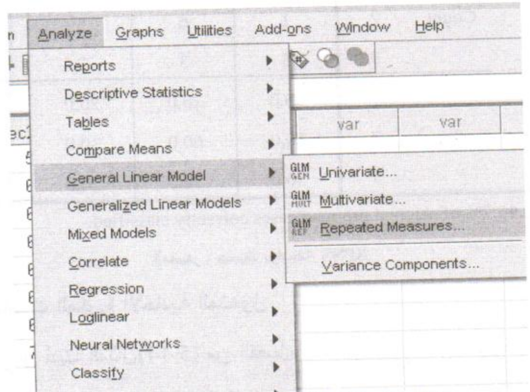
المصدر: افتراضي

ننقل محتويات هذا الجدول الى صفحة spss كما هي لتصبح بالشكل التالي:

	tec1	tec2	tec3	tec4
1	62.00	58.00	63.00	64.00
2	63.00	60.00	68.00	65.00
3	65.00	61.00	72.00	65.00
4	68.00	64.00	58.00	61.00
5	69.00	65.00	54.00	59.00
6	71.00	67.00	65.00	50.00
7	78.00	66.00	67.00	50.00
8	75.00	73.00	75.00	45.00

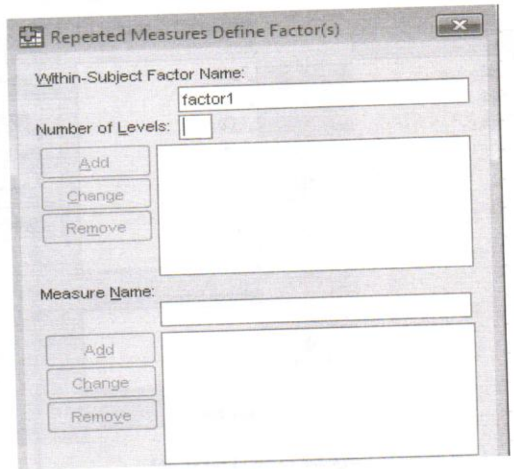
شكل (11-39) البيانات في صفحة SPSS معدة لتحليل القياسات المكررة.

من قائمة Analyze نختار:



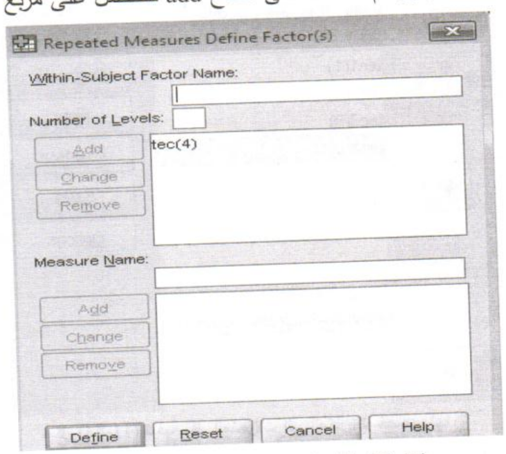
شكل (11-40) كيفية اختار نوع التحليل من القائمة

فنحصل على القائمة التالية:



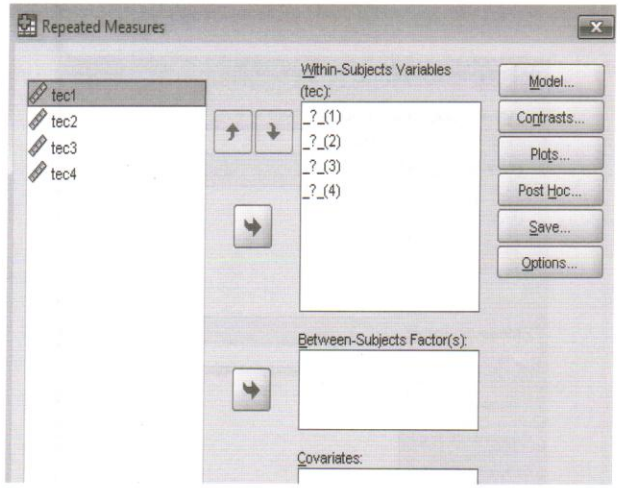
شكل (11-41) ادخال اسم المتحول

من القائمة نغير أسم المتحول إلى tec وعدد المستويات Number of levels الى 4 اشارة الى عدد المقيمين ثم نضغط على مفتاح add فنحصل على مربع الحوار التالي:



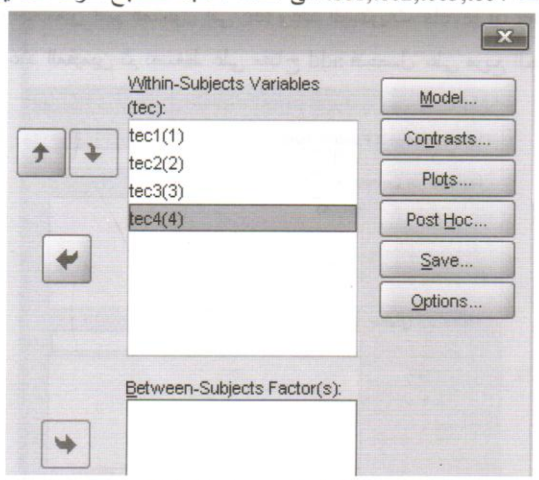
شكل (11-42) تغيير الاسم وادخال عدد المستويات

نضغط على مفتاح define فينتج معنا مربع الحوار التالي:



شكل (11-43) تعريف المتحولات

ننقل المتحولات tec1,tec2,tec3,tec4 الى الخانة المقبلة لتصبح اللوحة كما يلي:



شكل (11-44) كيفية نقل المتحولات الى المكان المخصص لها.

ثم نضغط على ok وذلك بعد اختيار Descriptive Statistics من Option وأيضاً بعد الاختيار من Contrasts .

جدول(45-11) أسماء المتغيرات في التحليل

Within-Subjects Factors

Measure:MEASURE_1

tec	Dependent Variable
1	tec1
2	tec2
3	tec3
4	tec4

جدول (46-11) المتوسطات والانحرافات المعيارية

Descriptive Statistics

	Mean	Std. Deviation	N
tec1	68.8750	5.64263	8
tec2	64.2500	4.71320	8
tec3	65.2500	6.92305	8
tec4	57.3750	7.90908	8

المصدر: حسبت بواسطة SPSS

جدول (47-11) اختبار الكروية

Measure:MEASURE_1

Within Subjects Effect	Mauchly's W	Approx. Chi-Square	df	Sig.	Epsilon[a]		
					Greenhouse-Geisser	Huynh-Feldt	Lower-bound
tec	.131	11.628	5	.043	.558	.712	.333

المصدر: حسبت بواسطة SPSS

من الجدول يتضح أن sig<0.05 أي أن فرضية الكروية تم خرقها وبالتالي ما العمل في هذه الحالة ؟.

ومن الجدول نجد أن تصحيح غرين غايسر يساوي 0.558 بينما الحد الأدنى للكروية يساوي 1/(k-1)=1/3=0.33 ونلاحظ أن قيمة غرين غايسر أقرب من الحد الأدنى للكروية من حدها الأعلى الذي يساوي الواحد، وهذا بدوره يؤكد على الخرق الكبير والانحراف عن الكروية.

جدول (48-11) تحليل التباين للقياسات المكررة

Source		Type III Sum of Squares	df	Mean Square	F	Sig.
tec	Sphericity Assumed	554.125	3	184.708	3.700	.028
	Greenhouse-Geisser	554.125	1.673	331.245	3.700	.063
	Huynh-Feldt	554.125	2.137	259.329	3.700	.047
	Lower-bound	554.125	1.000	554.125	3.700	.096
Error(tec)	Sphericity Assumed	1048.375	21	49.923		
	Greenhouse-Geisser	1048.375	11.710	89.528		
	Huynh-Feldt	1048.375	14.957	70.091		
	Lower-bound	1048.375	7.000	149.768		

المصدر: حسبت بواسطة SPSS

من الجدول أعلاه نجد أن قيمة F=3.7 وأن قيمة 0.05> Sig=0.028 مما يدل على وجود فروق معنوية بين العلامات التي يمنحها المقيمون ويتضح أن قيمة SST=554.125 وقيمة SSE=1048.375 ولكن كما يتضح أن فرضية الكروية يفترض أن تكون محققة ولكننا نعرف من الجدول الذي يسبق هذا الجدول أن الفرضية غير محققة لذلك يجب أن ننظر بشيء من الحذر لهذه القيمة.

كذلك يتضح من الجدول أن تصحيح غرين غايسر يبن أن لا وجود فروق معنوية0.05<Sig 0.063 بينما تحصيح هيون-فيلد يبن فروق معنوية Sig=0.047 0.05> وفي هذه الحالة نأخذ متوسط التصحيحين 0.055=2/(0.063+0.047) وهو غير معنوي لذلك فإننا نعتمد تصحيح غرين غايسر في هذه الحالة والذي ينص على عدم معنوية الفروق بين العلامات التي يمنحها المقيمون.

كما أن خرق فرضية الكروية يقودنا للاعتماد على التحليل المتعدد المتغيرات والذي لا يأخذ بعين الاعتبار فرضية الكروية وبأجراء التحليل نحصل على الجدول التالي:

جدول (49-11) تحليل التباين المتعدد

Multivariate Tests

	Value	F	Hypothesis df	Error df	Sig.
Pillai's trace	.741	4.760[a]	3.000	5.000	.063
Wilks' lambda	.259	4.760[a]	3.000	5.000	.063
Hotelling's trace	2.856	4.760[a]	3.000	5.000	.063
Roy's largest root	2.856	4.760[a]	3.000	5.000	.063

المصدر: حسبت بواسطة SPSS

ويتضح من العمود الأخير أن لا وجود لفروق معنوية بين علامات المقيمين للأبحاث مما يدعم نتائجنا السابقة.

أما لو فرضنا أننا أخذنا بتحليل التباين وأن هناك فرق بين تقييمات المحاضرين وأجرينا المقارنات المتعددة فإننا نحصل على النتائج التالية:

جدول (11-50) المقارنات الزوجية

(I) tec	(J) tec	Mean Difference (I-J)	Std. Error	Sig.[a]	Lower Bound	Upper Bound
1	2	4.625*	1.085	.004	2.060	7.190
	3	3.625	2.841	.243	-3.092-	10.342
	4	11.500*	4.675	.043	.445	22.555
	2-3	-1.000-	2.563	.708	-7.062-	5.062
	2-4	6.875	4.377	.160	-3.475-	17.225
	3-4	7.875	4.249	.106	-2.172-	17.922

المصدر: حسبت بواسطة SPSS

(11-11) القياسات المكررة مع عدة متحولات مستقلة

لنفرض أن لدينا مجموعة من المشتركين الذين يشاهدون إعلانات التلفزيون لثلاثة أنواع من المشروبات وهي عصير ماركة معينة و مشروب يحوي الكحول ومشروب مياه معدنية ولنفرض أنهم يشاهدون ثلاث اعلانات كل اسبوع على النحو التالي:

الجلسة الأولى اعلان للعصير بصورة سلبية واعلان للكحول بصورة ايجابية واعلان للمياه المعدنية بصورة حيادية.

أما في الجلسة الثانية والتي جرت بعد أسبوع فقد تم عرض العصير بصورة ايجابية والكحول بصورة حيادية والماء بصورة سلبية.

أما الأسبوع الثالث والأخير فقد تم عرض العصير بصورة حيادية والكحول بصورة سلبية والمياه بصورة إيجابية وفي نهاية كل اعلان كان يطلب من المشتركين أن يضعوا علامات تتراوح بين – 100 لا يحبه أبدا الى 100 يحبه جداً مرورا بالصفر وهو حيادي وكانت لدينا النتائج التالية:

جدول (51-11) بيانات المشتركين

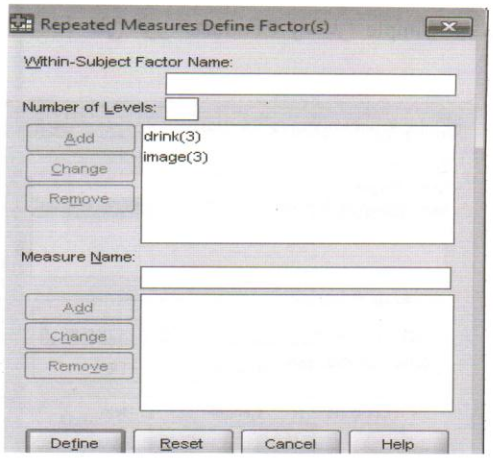
مشروب	العصير			الكحول			الماء		
	ايجابي	سلبي	حيادي	ايجابي	سلبي	حيادي	ايجابي	سلبي	حيادي
ذكر	1	6	5	38	-5	4	10	-14	-2
	43	30	8	20	-12	4	9	-10	-13
	15	15	12	20	-15	6	6	-16	1
	40	30	19	28	-4	0	20	-10	2
	8	12	8	11	-2	6	27	5	-5
	17	17	15	17	-6	6	10	-6	-13
	30	21	21	15	-2	16	10	-20	3
	34	23	28	27	-7	7	10	-12	2
	34	20	26	24	-10	12	10	-9	4
	26	27	27	23	-15	14	10	-6	0
أنثى	1	-19	-10	28	-13	13	10	-2	9
	7	-18	6	26	-16	19	10	-17	5
	22	-8	4	34	-23	14	10	-19	0
	30	-6	3	32	-22	21	10	-11	4
	40	-6	0	24	-9	19	10	-10	2
	15	-9	4	29	-18	7	10	-17	8
	20	-17	9	30	-17	12	10	-4	10
	9	-12	-5	24	-15	18	10	-4	8
	14	-11	7	34	-14	20	10	-1	12
	15	-6	13	23	-15	15	10	-1	10

المصدر : حسبت بواسطة SPSS

سوف يلزمنا تشكيل تسعة متحولات تمثل البيانات وهي كما يلي:

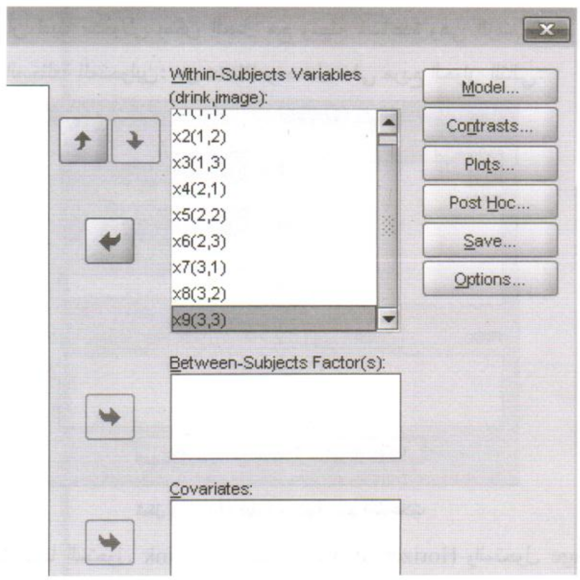
X1 – العصير مع صورة ايجابية	X2 – الكحول مع صورة سلبية
X2 – العصير مع صورة سلبية	X3 – الكحول مع صورة حيادية
X3 – العصير مع صورة حيادية	X1 – الماء مع صورة ايجابية
X1 – الكحول مع صورة ايجابية	X2 – الماء مع صورة سلبية
	X3 – الماء مع صورة حيادية

ندخل البيانات في صفحة البرنامج SPSS كما ذكرنا سابقاً، وبنفس طريقة القياسات المكررة العادية لكن هنا ننشئ متحولين هما المشروب والصورة ويكون لدينا مربع الحوار كما يلي:



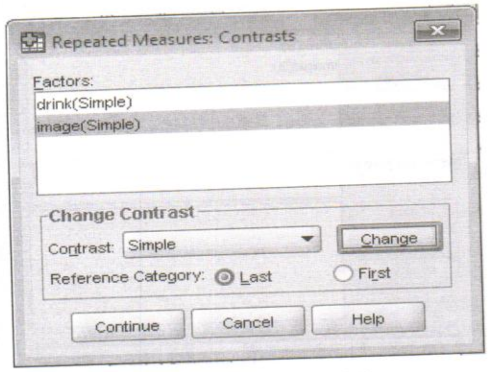
شكل (11-45) كيفية تشكيل المتغيرات

ثم نضغط على مفتاح Define فنحصل على:



شكل (11-46) تشكيل المتحولات ونقلها إلى مكانها المناسب

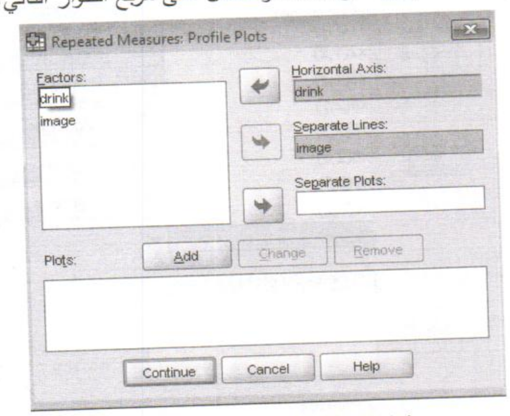
المقارنات: بعد الضغط على الزر Contrasts واختيار Simple نحصل على مربع الحوار التالي:



شكل (11-47) اختيار نوع المقارنات

رسم التفاعلات:

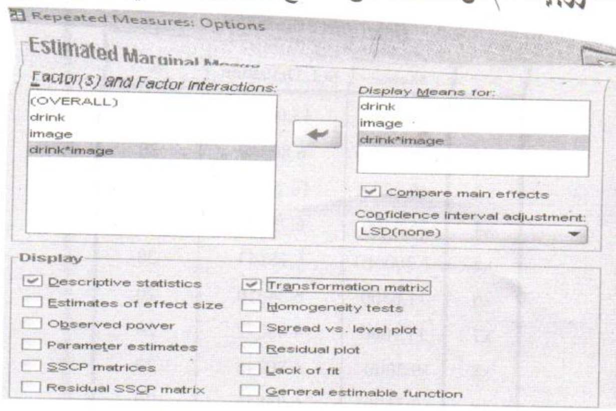
بما أن لدينا متحولان يمكن العمل مع وسيلة مساعدة وهي الرسم البياني لمقارنة المستويات المختلفة للمتحولين: من Plots ونحصل على مربع الحوار التالي:



شكل (11-48) كيفية معالجة رسم التفاعلات

لاحظ نقلنا المتحول Drink الى الحيز Horizental Axis والمتحول Image الى الحيز Separate Lines

المقارنات الزوجية: تتم من الضغط على المفتاح Options كما في الشكل التالي:



شكل(49-11) كيفية المقارنات الزوجية

وبعد الضغط على مفتاح OK نحصل على الجداول التالية:

جدول (52-11) وصف لأنواع المتحولات الداخلة في الدراسة

Within-Subjects Factors

Measure:MEASURE_1

drink	image	Dependent Variable
1	1	x1
	2	x2
	3	x3
2	1	x4
	2	x5
	3	x6
3	1	x7
	2	x8
	3	x9

المصدر: حسبت بواسطة SPSS

جدول (53-11) المتوسطات والانحرافات المعيارية

Descriptive Statistics

	Mean	Std. Deviation	N
x1	21.0500	13.00799	20
x2	-9.2000-	6.80248	20
x3	10.0000	10.29563	20
x4	25.3500	6.73776	20
x5	-1.2000E1	6.18147	20
x6	11.6500	6.24310	20
x7	11.1000	4.48272	20
x8	-9.2000-	6.80248	20
x9	2.3500	6.83855	20

المصدر: حسبت بواسطة SPSS

جدول (54-11) تحليل اختبار الكروية

Mauchly's Test of Sphericity[b]

Measure:MEASURE_1

Within Subjects Effect	Mauchly's W	Approx. Chi-Square	df	Sig.	Epsilon[a]		
					Greenhouse-Geisser	Huynh-Feldt	Lower-bound
drink	.632	8.248	2	.016	.731	.777	.500
image	.912	1.662	2	.436	.919	1.000	.500
drink * image	.329	19.383	9	.023	.680	.804	.250

المصدر: حسبت بواسطة SPSS

من الجدول أعلاه تبين لنا أن كلا من المشروب والصورة قد خرقتا فرضية الكروية أما التفاعل بينهما فلم يفعل ذلك وبالتالي نحتاج الى تصحيح من أجل المتحولين المشروب والصورة بينما لا نحتاج ذلك من أجل التفاعل بين المتحولين، وقد تم التصحيح والنتائج في الشكل التالي:

جدول (55-11) نتائج التصحيح بدلا من خرق الكروية

Tests of Within-Subjects Effects

Measure:MEASURE_1

Source		Type III Sum of Squares	df	Mean Square	F	Sig.
drink	Sphericity Assumed	3371.944	2	1685.972	9.233	.001
	Greenhouse-Geisser	3371.944	1.148	2936.478	9.233	.005
	Huynh-Feldt	3371.944	1.174	2871.087	9.233	.004
	Lower-bound	3371.944	1.000	3371.944	9.233	.007
Error(drink)	Sphericity Assumed	6939.167	38	182.610		
	Greenhouse-Geisser	6939.167	21.818	318.053		
	Huynh-Feldt	6939.167	22.315	310.971		
	Lower-bound	6939.167	19.000	365.219		
image	Sphericity Assumed	18435.278	2	9217.639	108.966	.000
	Greenhouse-Geisser	18435.278	1.642	11224.341	108.966	.000
	Huynh-Feldt	18435.278	1.777	10372.916	108.966	.000
	Lower-bound	18435.278	1.000	18435.278	108.966	.000
Error(image)	Sphericity Assumed	3214.500	38	84.592		
	Greenhouse-Geisser	3214.500	31.206	103.008		
	Huynh-Feldt	3214.500	33.768	95.194		
	Lower-bound	3214.500	19.000	169.184		
drink * image	Sphericity Assumed	2848.422	4	712.106	17.474	.000
	Greenhouse-Geisser	2848.422	2.981	955.532	17.474	.000
	Huynh-Feldt	2848.422	3.597	791.899	17.474	.000
	Lower-bound	2848.422	1.000	2848.422	17.474	.001
Error(drink*image)	Sphericity Assumed	3097.133	76	40.752		
	Greenhouse-Geisser	3097.133	56.639	54.682		
	Huynh-Feldt	3097.133	68.342	45.318		
	Lower-bound	3097.133	19.000	163.007		

المصدر: حسبت بواسطة SPSS

أثر المتحول Drink:

إن القسم الأول من الجدول أعلاه يدل على أن نتائج التصحيح كلها معنوية ويدلنا هذا الأثر على أنه اذا أهملنا نوع الصورة فإن المشتركين سوف يقيمون أنواع المشروب بشكل مختلف بكلام آخر إن نوع الصورة المعروضة مع الاعلان تؤثر بشكل

معنوي على تقييم نوعية المشروب والجدول التالي يبن الأثر الرئيسي لتأثير عامل المشروب بمستوياته الثلاثة.

جدول (56-11) الأثر الرئيسي للعامل الأول (المشروب)

drink	Mean	Std. Error	95% Confidence Interval	
			Lower Bound	Upper Bound
1	11.833	2.621	6.348	17.319
2	8.333	.574	7.131	9.535
3	1.417	.878	-.421-	3.255

المصدر: حسبت بواسطة SPSS

أما الجدول التالي فيبين المقارنات بين المعاملات لعامل المشروب

جدول (57-11) جدول المقارنات للمشروب

		Mean Difference (I-J)	Std. Error	Sig.[a]	95% Confidence Interval for Difference[a]	
					Lower Bound	Upper Bound
1	2	3.500	2.849	.234	-2.464-	9.464
	3	10.417*	3.042	.003	4.049	16.784
2	1	-3.500-	2.849	.234	-9.464-	2.464
	3	6.917*	.941	.000	4.947	8.887
3	1	-10.417*	3.042	.003	-16.784-	-4.049-
	2	-6.917*	.941	.000	-8.887-	-4.947-

المصدر: حسبت بواسطة SPSS

من الجدول يتضح لدينا ما يلي:

1. هناك فرق معنوي بين مشروب العصير ومشروب المياه مع تفوق لمشروب العصير.
2. هناك فرق معنوي بين مشروب الكحول ومشروب الماء مع تفوق مشروب الكحول.
3. لا يوجد فرق بين العصير والكحول.

أثر المتحول Image

الأثر الرئيسي لعامل الصورة في الجدول التالي:

جدول (58-11) الأثر الرئيسي للصورة

Measure:MEASURE_1				
image	Mean	Std. Error	95% Confidence Interval	
			Lower Bound	Upper Bound
1	19.167	1.016	17.041	21.292
2	-5.583-	1.653	-9.043-	-2.124-
3	8.000	.969	5.972	10.028

المصدر: حسبت بواسطة SPSS

أما المقارنات في الجدول التالي:

جدول (59-11) المقارنات الزوجية وفقاً للصورة

(I) image	(J) image	Mean Difference (I-J)	Std. Error	Sig.[a]	95% Confidence Interval for Difference[a]	
					Lower Bound	Upper Bound
1	2	24.750*	1.701	.000	21.189	28.311
	3	11.167*	1.282	.000	8.482	13.851
2	1	-24.750*	1.701	.000	-28.311-	-21.189-
	3	-13.583*	1.980	.000	-17.727-	-9.439-
3	1	-11.167*	1.282	.000	-13.851-	-8.482-
	2	13.583*	1.980	.000	9.439	17.727

من الجدول يتضح ما يلي:

1. الصورة الايجابية تتفوق على الصورة السلبية بفروق معنوية
2. الصورة الايجابية تتفوق على الصورة الحيادية
3. الصورة السلبية تتفوق على الصورة الحيادية.

أثر التفاعل Drink x Image: الأثر الرئيسي للعاملين:

جدول (60-11) الأثر المشترك للعاملين

drink	image	Mean	Std. Error	95% Confidence Interval	
				Lower Bound	Upper Bound
1	1	21.050	2.909	14.962	27.138
	2	4.450	3.869	-3.648-	12.548
	3	10.000	2.302	5.181	14.819
2	1	25.350	1.507	22.197	28.503
	2	-12.000-	1.382	-14.893-	-9.107-
	3	11.650	1.396	8.728	14.572
3	1	11.100	1.002	9.002	13.198
	2	-9.200-	1.521	-12.384-	-6.016-
	3	2.350	1.529	-.851-	5.551

المصدر: حسبت بواسطة SPSS

أما المقارنات المتعددة فهي في الجدول التالي:

Measure:MEASURE_1

image	Mean	Std. Error	95% Confidence Interval	
			Lower Bound	Upper Bound
1	19.167	1.016	17.041	21.292
2	-5.583-	1.653	-9.043-	-2.124-
3	8.000	.969	5.972	10.028

جدول (11-61) المقارنات بين العاملين

Tests of Within-Subjects Contrasts

Measure:MEASURE_1

Source	drink	image	Type III Sum of Squares	df	Mean Square	F	Sig.
drink	Level 1 vs. Level 3		2170.139	1	2170.1	11.724	.003
	Level 2 vs. Level 3		956.806	1	956.8	54.002	.000
Error (drink)	Level 1 vs. Level 3		3517.083	19	185.1		
	Level 2 vs. Level 3		336.639	19	17.718		
image		Level 1 vs. Level 3	2493.889	1	2493.8	75.814	.000
		Level 2 vs. Level 3	3690.139	1	3690.1	47.070	.000
Error (image)		Level 1 vs. Level 3	625.000	19	32.8		
		Level 2 vs. Level 3	1489.528	19	78.396		
drink * image	Level 1 vs. Level 3	Level 1 vs. Level 3	105.800	1	105.8	.502	.487
		Level 2 vs. Level 3	720.000	1	720.0	6.752	.018
	Level 2 vs. Level 3	Level 1 vs. Level 3	490.050	1	490.0	3.419	.080
		Level 2 vs. Level 3	2928.200	1	2928.2	26.906	.000
Error (drink*image)	Level 1 vs. Level 3	Level 1 vs. Level 3	4006.200	19	210.8		
		Level 2 vs. Level 3	2026.000	19	106.6		
	Level 2 vs. Level 3	Level 1 vs. Level 3	2722.950	19	143.3		
		Level 2 vs. Level 3	2067.800	19	108.8		

(11-12) تحليل التبيان المشترك ANCOVA

يستخدم تحليل التباين المشترك عندما نريد حساب الفرق بين متوسطات عدد من المعاملات مع الأخذ بعين الاعتبار حالة ابتدائية لهذه المعاملات.

كيف ينفذ اختبار ANCOVA في برنامج SPSS

مثال(8-11) لدينا البيانات التالية التي تبين علامات الطلاب باستخدام ثلاث طرق للتدريس مع العلم أن الطالب أجرى اختبار مبدئي والمطلوب اختبار الفرق بين علامات الطلاب وفقاً لطريقة التدريس.

جدول (62-11) بيانات الطلاب

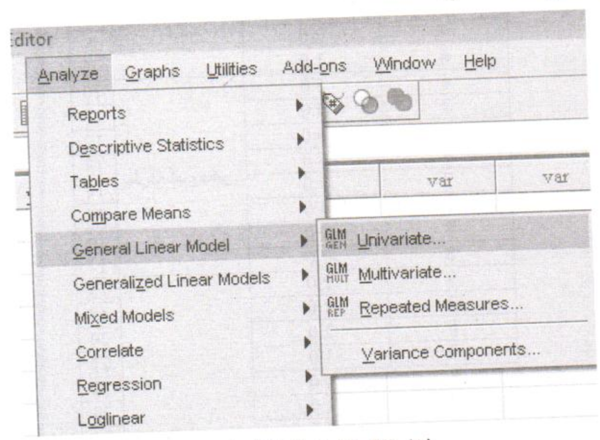
	طريقة التدريس	الامتحان الابتدائي	الامتحان النهائي
1	طريقة السبورة	2.0	7
2		2.0	6
3		1.0	8
4		2.0	6
5		3.0	7
6		3.0	8
7		2.0	6
8		2.0	7
9		1.0	6
10	طريقة البروجكتر	5.0	6
11		4.0	7
12		6.0	8
13		7.0	9
14		7.0	7
15		4.0	8
16		9.0	8
17		7.0	8
18	الطريقة المختلطة	2.0	9
19		1.0	7
20		2.0	6
21		1.0	7
22		0.0	8
23		1.0	9
24		2.0	8
25		0.0	7
26		3.0	6
27		2.0	8
28		2.0	9
29		1.0	10
30		2.0	9

المصدر: افتراضي

ننقل هذه البيانات الى صفحة SPSS وذلك بعد ترميز المجموعة الأولى بـ 1 أي يجب أن ندخل الرقم 1 تسع مرات مقابل المجموعة الأولى وندخل الرقم 2 ثمانية مرات أمام المجموعة الثانية و 13 مرة الرقم 3 أمام المجموعة الثالثة.

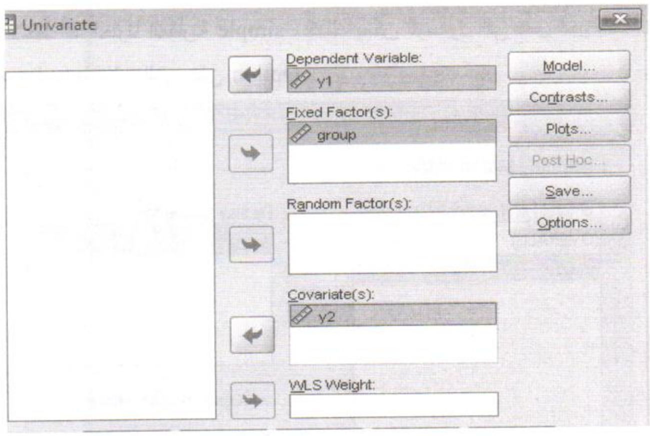
	group	y1	y2
1	1.00	3.00	7.00
2	2.00	2.00	6.00
3	3.00	4.00	8.00
4	4.00	5.00	6.00
5	5.00	6.00	7.00
6	6.00	4.00	8.00
7	7.00	3.00	6.00
8	8.00	4.00	7.00
9	9.00	3.00	6.00
10	10.00	2.00	6.00
11	11.00	3.00	7.00
12	12.00	4.00	8.00
13	13.00	5.00	9.00
14	14.00	6.00	7.00
15	15.00	2.00	8.00
16	16.00	3.00	8.00

من قائمة Analyze نختار:



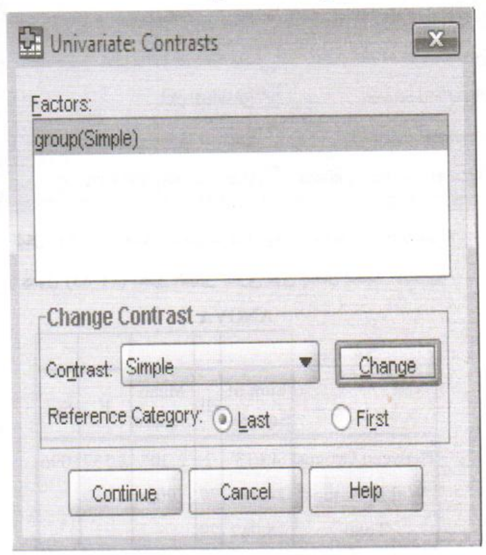
شكل (11-51) طريقة اختيار التحليل

ثم من مربع الحوار ننقل المتحول y2 إلى الحيز Dependent Variable والمتحول Group إلى الحيز Fixed Factors والمتحول y1 إلى الحيز Covariate والذي يمثل الحالة الابتدائية من علامات الطلاب.



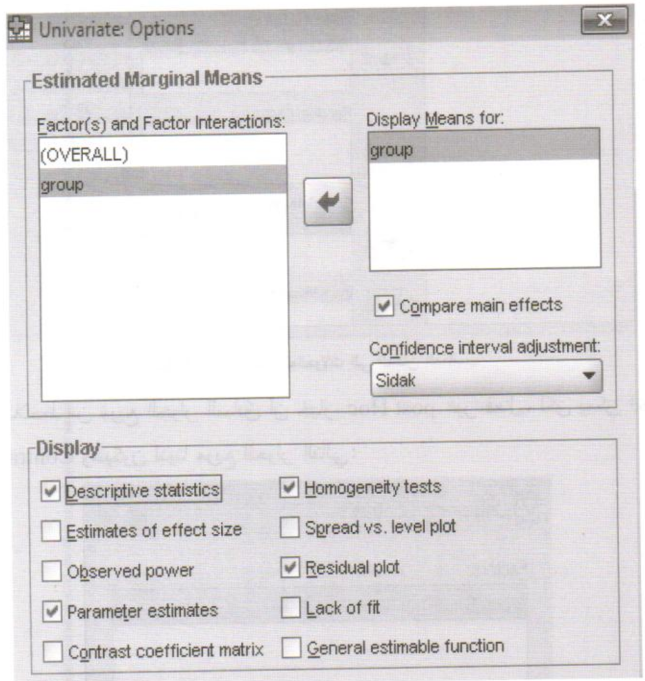
شكل (11-52) نقل المتحولات الى المكان المناسب

نلاحظ من مربع الحوار السابق أن خيار post Hoc غير فعال، لكن يمكن اختيار زر Contrasts وسيكون لدينا مربع الحوار التالي:



شكل (11-53) كيفية اختيار المقارنات

لاحظ أننا اخترنا المقارنة simple ، كذلك يمكن الوصول الى نفس اجراءات post Hoc من الضغط على الزر على Option



شكل (54-11) اختيار المقارنات الزوجية عن طريق زر Options

جدول (63-11) تحليل التباين للفرق دون إدخال الحالة الابتدائية

ANOVA

y2

	Sum of Squares	df	Mean Square	F	Sig.
Between Groups	4.613	2	2.307	2.557	.096
Within Groups	24.354	27	.902		
Total	28.967	29			

المصدر : حسبت بواسطة SPSS

من الجدول يتضح أن لا فروق بين متوسطات علامات الطلاب عندما لم نأخذ الحالة الابتدائية بعين الاعتبار، بكلام آخر لا يوجد فرق بين علامات الطلاب في الطرق المتبعة في تعليم الطلاب.

جدول (11-64) اختبار تجانس التباين

Levene's Test of Equality of Error Variances[a]

Dependent Variable:y2

F	df1	df2	Sig.
1.260	2	27	.300

Tests the null hypothesis that the error variance of the dependent variable is equal across groups.

a. Design: Intercept + y1 + Group

المصدر: حسبت بواسطة SPSS

يبن الجدول (11-64) أن هناك تجانس في التباين بين المجموعات المدروسة

أما جدول تحليل التباين المشترك فهو:

جدول(11-65) تحليل التباين المشترك

Tests of Between-Subjects Effects

Dependent Variable:y2

Source	Type III Sum of Squares	df	Mean Square	F	Sig.
Corrected Model	7.075[a]	3	2.358	2.801	.060
Intercept	134.307	1	134.307	159.512	.000
y1	2.462	1	2.462	2.924	.099
Group	7.035	2	3.517	4.178	.027
Error	21.892	26	.842		
Total	1777.000	30			
Corrected Total	28.967	29			

a. R Squared = .244 (Adjusted R Squared = .157)

المصدر: حسبت بواسطة SPSS

من يتضح أن هناك فروق معنوية بين علامات الطلاب بإتباع طرق التدريس المختلفة وذلك بعد حذف الحالة الابتدائية لعلامات الطلاب.

أما الجدول التالي فيعرض الفرق بين متوسطات المجموعات عن طريق تحويل التجربة الى نموذج انحدار متعدد.

جدول(66-11) معاملات الانحدار المتعدد بعد تحويل التجربة غالى نموذج انحدار

Parameter Estimates

Dependent Variable:y2

Parameter	B	Std. Error	t	Sig.	95% Confidence Interval	
					Lower Bound	Upper Bound
Intercept	7.684	.343	22.417	.000	6.980	8.389
y1	.269	.157	1.710	.099	-.054-	.592
[Group=1.00]	-.999-	.407	-2.457-	.021	-1.836-	-.163-
[Group=2.00]	-1.955-	.841	-2.325-	.028	-3.683-	-.227-
[Group=3.00]	0^a	.	.	.	.	.

المصدر: حسبت بواسطة SPSS

من الجدول يتضح أن الفرق بين مجموعة طريقة السبورة والطريقة المشتركة معنوي sig<0.05 وكذلك الأمر بين طريقة البروجكتر والطريقة المشتركة، لكن هذا الكلام يتعارض مع جدول تحليل التباين الذي بين عدم وجود فروق معنوية بين المجموعات والسبب يعود في ذلك الى الامتحان الابتدائي نلاحظ من الجدول أن قيمة y1 تساوي 0.269 وتعني أنه كلما أنه كلما زادت علامة الطالب في الامتحان الابتدائي بمقدار وحدة كاملة فإن علامة الطالب في الامتحان النهائي تزداد بمقدار 0.269 درجة.

Parameter Estimates

Dependent Variable:y2

Parameter	B	Std. Error	t	Sig.	95% Confidence Interval	
					Lower Bound	Upper Bound
Intercept	7.684	.343	22.417	.000	6.980	8.389
y1	.269	.157	1.710	.099	-.054-	.592
[Group=1.00]	-.999-	.407	-2.457-	.021	-1.836-	-.163-
[Group=2.00]	-1.955-	.841	-2.325-	.028	-3.683-	-.227-
[Group=3.00]	0^a	.	.	.	.	.

المصدر: برنامج SPSS

جدول(67-11) المقارنات باستخدام Contrasts

Contrast Results (K Matrix)

Group Simple Contrast[a]			Dependent Variable y2
Level 1 vs. Level 3	Contrast Estimate		-.999-
	Hypothesized Value		0
	Difference (Estimate - Hypothesized)		-.999-
	Std. Error		.407
	Sig.		.021
	95% Confidence Interval for Difference	Lower Bound	-1.836-
		Upper Bound	-.163-
Level 2 vs. Level 3	Contrast Estimate		-1.955-
	Hypothesized Value		0
	Difference (Estimate - Hypothesized)		-1.955-
	Std. Error		.841
	Sig.		.028
	95% Confidence Interval for Difference	Lower Bound	-3.683-
		Upper Bound	-.227-

a. Reference category = 3

المصدر: حسبت بواسطة SPSS

يلاحظ من الجدول أيضا أن هناك فرق بين المجموعة الأولى والثالثة Sig=0.21<0.05 وكذلك الأمر بالنسبة للفرق بين المجموعة الثانية والثالثة هناك فروق بين المجموعتين Sig=0.028<0.05 وهذا يتوافق مع المقارنات التي تمت قبل قليل.

يعرض الجدول التالي المتوسطات المعدلة:

جدول (11-68) المتوسطات المعدلة

Group	Mean	Std. Error	95% Confidence Interval	
			Lower Bound	Upper Bound
1	7.455[a]	.335	6.767	8.143
2	6.500[a]	.606	5.254	7.745
3	8.454[a]	.337	7.762	9.147

a. Covariates appearing in the model are evaluated at the following values: y1 = 2.8667.

المصدر: حسبت بواسطة SPSS

يتضح من الجدول أن الفرق بين المتوسطات المعدلة يختلف بمقدار درجة واحدة

جدول (11-69) المقارنات للقيم المعدلة

(I) Group	(J) Group	Mean Difference (I-J)	Std. Error	Sig.[a]	95% Confidence Interval for Difference[a]	
					Lower Bound	Upper Bound
1	2	.956	.787	.553	-1.052-	2.963
	3	-.999-	.407	.062	-2.037-	.039
2	1	-.956-	.787	.553	-2.963-	1.052
	3	-1.955-	.841	.082	-4.100-	.190
3	1	.999	.407	.062	-.039-	2.037
	2	1.955	.841	.082	-.190-	4.100

المصدر: حسبت بواسطة SPSS

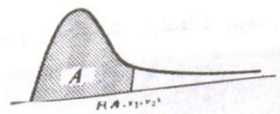
الملاحق

جدول معاملات الارتباط لسبيرمان

2.5758 0.01	2.3263 0.02	1.95996 0.05	1.64485 0.10	n
1.000	1.000	0.970	0.900	5
	0.943	0.886	0.829	6
0.881	0.893	0.786	0.714	7
0.833	0.833	0.738	0.643	8
0.818	0.783	0.683	0.600	9
0.794	0.745	0.648	0.564	10
0.780	0.736	0.623	0.523	11
0.745	0.703	0.591	0.497	12
0.716	0.673	0.566	0.475	13
0.689	0.646	0.545	0.457	14
0.666	0.623	0.525	0.441	15
0.654	0.601	0.507	0.425	16
0.625	0.582	0.490	0.412	17
0.608	0.564	0.476	0.399	18
0.591	0.549	0.462	0.388	19
0.576	0.534	0.450	0.377	20
0.562	0.521	0.438	0.368	21
0.549	0.508	0.428	0.359	22
0.537	0.496	0.418	0.351	23
0.526	0.485	0.409	0.343	24
0.515	0.475	0.400	0.336	25
0.505	0.465	0.392	0.329	26
0.496	0.456	0.385	0.323	27
0.487	0.448	0.377	0.317	28
0.478	0.440	0.370	0.311	29
	0.432	0.364	0.305	30

جدول توزيع فيشر

Entry is $F(A;\nu_1,\nu_2)$ where $P\{F(\nu_1,\nu_2) \le F(A;\nu_1,\nu_2)\} = A$



$$F(A;\nu_1,\nu_2)=\frac{1}{F(1-A;\nu_2,\nu_1)}$$

Den. df	A	1	2	3	4	5	6	7	8	9
		Numerator df								
1	.50	1.00	1.50	1.71	1.82	1.89	1.94	1.98	2.00	2.03
	.90	39.9	49.5	53.6	55.8	57.2	58.2	58.9	59.4	59.9
	.95	161	200	216	225	230	234	237	239	241
	.975	648	800	864	900	922	937	948	957	963
	.99	4,052	5,000	5,403	5,625	5,764	5,859	5,928	5,981	6,022
	.995	16,211	20,000	21,615	22,500	23,056	23,437	23,715	23,925	24,091
	.999	405,280	500,000	540,380	562,500	576,400	585,940	592,870	598,140	602,280
2	.50	0.667	1.00	1.13	1.21	1.25	1.28	1.30	1.32	1.33
	.90	8.53	9.00	9.16	9.24	9.29	9.33	9.35	9.37	9.38
	.95	18.5	19.0	19.2	19.2	19.3	19.3	19.4	19.4	19.4
	.975	38.5	39.0	39.2	39.2	39.3	39.3	39.4	39.4	39.4
	.99	98.5	99.0	99.2	99.2	99.3	99.3	99.4	99.4	99.4
	.995	199	199	199	199	199	199	199	199	199
	.999	998.5	999.0	999.2	999.2	999.3	999.3	999.4	999.4	999.4
3	.50	0.585	0.881	1.00	1.06	1.10	1.13	1.15	1.16	1.17
	.90	5.54	5.46	5.39	5.34	5.31	5.28	5.27	5.25	5.24
	.95	10.1	9.55	9.28	9.12	9.01	8.94	8.89	8.85	8.81
	.975	17.4	16.0	15.4	15.1	14.9	14.7	14.6	14.5	14.5
	.99	34.1	30.8	29.5	28.7	28.2	27.9	27.7	27.5	27.3
	.995	55.6	49.8	47.5	46.2	45.4	44.8	44.4	44.1	43.9
	.999	167.0	148.5	141.1	137.1	134.6	132.8	131.6	130.6	129.9
4	.50	0.549	0.828	0.941	1.00	1.04	1.06	1.08	1.09	1.10
	.90	4.54	4.32	4.19	4.11	4.05	4.01	3.98	3.95	3.94
	.95	7.71	6.94	6.59	6.39	6.26	6.16	6.09	6.04	6.00
	.975	12.2	10.6	9.98	9.60	9.36	9.20	9.07	8.98	8.90
	.99	21.2	18.0	16.7	16.0	15.5	15.2	15.0	14.8	14.7
	.995	31.3	26.3	24.3	23.2	22.5	22.0	21.6	21.4	21.1
	.999	74.1	61.2	56.2	53.4	51.7	50.5	49.7	49.0	48.5
5	.50	0.528	0.799	0.907	0.965	1.00	1.02	1.04	1.05	1.06
	.90	4.06	3.78	3.62	3.52	3.45	3.40	3.37	3.34	3.32
	.95	6.61	5.79	5.41	5.19	5.05	4.95	4.88	4.82	4.77
	.975	10.0	8.43	7.76	7.39	7.15	6.98	6.85	6.76	6.68
	.99	16.3	13.3	12.1	11.4	11.0	10.7	10.5	10.3	10.2
	.995	22.8	18.3	16.5	15.6	14.9	14.5	14.2	14.0	13.8
	.999	47.2	37.1	33.2	31.1	29.8	28.8	28.2	27.6	27.2
6	.50	0.515	0.780	0.886	0.942	0.977	1.00	1.02	1.03	1.04
	.90	3.78	3.46	3.29	3.18	3.11	3.05	3.01	2.98	2.96
	.95	5.99	5.14	4.76	4.53	4.39	4.28	4.21	4.15	4.10
	.975	8.81	7.26	6.60	6.23	5.99	5.82	5.70	5.60	5.52
	.99	13.7	10.9	9.78	9.15	8.75	8.47	8.26	8.10	7.98
	.995	18.6	14.5	12.9	12.0	11.5	11.1	10.8	10.6	10.4
	.999	35.5	27.0	23.7	21.9	20.8	20.0	19.5	19.0	18.7
7	.50	0.506	0.767	0.871	0.926	0.960	0.983	1.00	1.01	1.02
	.90	3.59	3.26	3.07	2.96	2.88	2.83	2.78	2.75	2.72
	.95	5.59	4.74	4.35	4.12	3.97	3.87	3.79	3.73	3.68
	.975	8.07	6.54	5.89	5.52	5.29	5.12	4.99	4.90	4.82
	.99	12.2	9.55	8.45	7.85	7.46	7.19	6.99	6.84	6.72
	.995	16.2	12.4	10.9	10.1	9.52	9.16	8.89	8.68	8.51
	.999	29.2	21.7	18.8	17.2	16.2	15.5	15.0	14.6	14.3