٤. مقاييس التشتت (الاختلاف)
Measures of Dispersion (Variation)

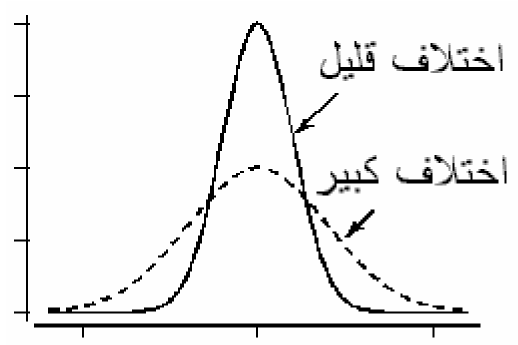
(٤–١) مقدمة:

لقد ذكرنا في الفصل السابق بعض مقاييس النزعة المركزية والتي تمثل مقاييس عددية لموضع أو مكان تركز البيانات لظاهرة ما. وقد ذكرنا بأن هذه المقاييس تستخدم لمقارنة مجموعات البيانات المختلفة. وفي الحقيقة فإن مقاييس النزعة المركزية غير كافية لإيجاد مقارنة شاملة بين مجموعات البيانات المختلفة. فقد تكون هناك مجموعات من البيانات لها نفس مقاييس النزعة المركزية (لها نفس الموضع) ولكنها تختلف في بعض الصفات الأخرى. فمثلاً المثال التالي يبين لنا مجموعتين من البيانات لهما نفس المتوسط ولكنهما مختلفتان في طبيعة تشتتهما.

مثال:

المجموعة	البيانات	المتوسط	
الأولى	59, 61, 62, 58, 60	60	-----------------●--●--●--●--●-----------
الثانية	50, 60, 66, 54, 70	60	-----------●-----●-----●-----●------●--- 60

بالرغم من أن المتوسط يساوي 60 للمجموعتين إلا أن التشتت (أو الاختلاف) بين القيم في كل مجموعة غير متساو. فمن الواضح أن بيانات المجموعة الأولى أكثر تقاربًا فيما بينها (أقل تشتتًا وتباعدًا فيما بينها) من بيانات المجموعة الثانية. لذلك دعت الحاجة لإيجاد مقاييس تقيس طبيعة تشتت (أو تفرق أو اختلاف أو تباعد) البيانات فيما بينها. هذه المقاييس تسمى مقاييس التشتت أو الاختلاف.



المضلعان التكراريان لتوزيعين لهما نفس مقاييس
النزعة المركزية ولكنهما مختلفين في التشتت

مقاييس التشتت هي مقاييس عددية تستخدم لقياس اختلاف أو تشتت البيانات. والاختلاف أو التشتت لمجموعة من البيانات هو مقدار تفرق أو تباعد أو انتشار البيانات فيما بينها. فتشتت البيانات يكون صغيرًا إذا كانت البيانات متقاربة فيما بينها والعكس بالعكس. وأما البيانات المتساوية فلا اختلاف ولا تشتت فيها. ومقاييس التشتت تستخدم لوصف مجموعة البيانات وكذلك لمقارنة مجموعات البيانات المختلفة إذ أن مقاييس النزعة المركزية لا تكفي وحدها لوصف مجموعة البيانات أو مقارنة مجموعات البيانات المختلفة. ومن أشهر مقاييس التشتت نذكر:

١. المدى: Range
٢. نصف المدى الربيعي Semi-Inter-quartile Range
٣. التباين: Variance
٤. الانحراف المعياري: Standard Deviation
٥. معامل الاختلاف (أو التغير): Coefficient of Variation

(٤-٢) المدى: Range

يعتبر المدى من أسهل مقاييس التشتت تعريفًا وحسابًا ويعطينا فكرة سريعة عن مدى تفرق البيانات. ويعرف المدى لمجموعة من البيانات بالصيغة التالية:

$$\boxed{\text{Range} = X_{max} - X_{min}}$$

حيث أن:

X_{max} = أكبر قيمة (للبيانات المفردة) = مركز الفترة العليا (للبيانات المبوبة)

X_{min} = أصغر قيمة (للبيانات المفردة) = مركز الفترة الدنيا (للبيانات المبوبة)

مثال (٤-١):

أوجد المدى للمشاهدات التالية والتي هي عبارة عن أوزان (بالكيلوجرام) مجموعة مكونة من سبعة أشخاص: 25, 30, 40, 45, 35, 55, 50

الحل:

$X_{max} = 55$
$X_{min} = 25$
$\text{Range} = X_{max} - X_{min} = 55 - 25 = 30$ (كيلوجرامًا)

مثال (٤-٢):

أوجد المدى لمستوى الهيموجلوبين في الدم لعينة مكونة من خمسين شخصا تم تلخيص مستوى الهيموجلوبين لهم كما في مثال (٢-٢).

الحل:

مستوى الهيموجلوبين	مركز الفترة x	التكرار f
12.95 – 13.95	**13.45**	3
13.9 5– 14.95	14.45	5
14. 95– 15.95	15.45	15
15. 95– 16.95	16.45	16
16. 95– 17.95	17.45	10
17. 95– 18.95	**18.45**	1

X_{max} = مركز الفترة العليا = 18.45

X_{min} = مركز الفترة الدنيا = 13.45

$$\text{Range} = X_{max} - X_{min}$$
$$= 18.45 - 13.45$$
$$= 5.00$$

بعض مميزات وعيوب المدى:

- **مميزات المدى:** سهل التعريف والحساب
- **عيوب المدى:**
  ١. يتأثر المدى بالقيم الشاذة أو المتطرفة.
  ٢. لا يأخذ المدى في الاعتبار جميع البيانات.

ملاحظات:

١. وحدة المدى هي نفس وحدة البيانات الأصلية.
٢. نظرًا لأن المدى يعتمد فقط على أكبر وأصغر قيمة ولا يأخذ في الاعتبار القيم الأخرى فهو مقياس غير جيد لقياس التشتت.

(٣-٤) نصف المدى الربيعي Semi-Inter-quartile Range:

رأينا أن المدى يتأثر كثيرًا بالقيم الشاذة أو المتطرفة. ولذلك دعت الحاجة لإيجاد مقاييس أخرى للتشتت لا تتأثر بالقيم المتطرفة. وأحد هذه المقاييس هو نصف المدى الربيعي. وحيث أن القيم المتطرفة هي تلك القيم الصغيرة جدًا أو الكبيرة جدًا فإنه عند حساب نصف المدى الربيعي لا يؤخذ في الاعتبار ربع البيانات الصغيرة (25%) ولا ربع البيانات الكبيرة (25%).

¼ n =25% ¼ n= 25%

-/-/-/-/-/-/-/-/-/-|----------------|----------------|-/-/-/-/-/-/-/-/-/-

ربع البيانات الصغيرة **Q_1** **Q_2** **Q_3** ربع البيانات الكبيرة

يرمز لنصف المدى الربيعي بالرمز Q ويعرف بالصيغة التالية:

$$Q = \frac{Q_3 - Q_1}{2}$$

حيث أن Q_1 هو الربيع الأول و Q_3 هو الربيع الثالث وقد مر معنا كيفية إيجادهما للبيانات المبوبة بالطريقة الحسابية والبيانية.

مثال (٤-٣):

أوجد نصف المدى الربيعي لمستوى الهيموجلوبين في الدم لعينة مكونة من خمسين شخصا تم تلخيص مستوى الهيموجلوبين لهم كما في مثال (٢-٢) باستخدام:

(أ) الطريقة الحسابية

(ب) الطريقة البيانية

الحل:

(أ) الطريقة الحسابية:

	مستوى الهيموجلوبين		التكرار المتجمع الصاعد	
	12.95	أقل من	0	
	13.9 5	أقل من	3	
$Q_1 \Rightarrow$	14. 95= A	أقل من	$8 = F_1$	$\leftarrow R = \frac{n}{4} = 12.5$
$Q_3 \Rightarrow$	15. 95= A^*	أقل من	$23 = F_2 = F^*_1$	$\leftarrow R^* = \frac{3n}{4} = 37.5$
	16. 95	أقل من	$39 = F^*_2$	
	17. 95	أقل من	49	
	18.95	أقل من	50	

حساب الربيع الأول Q_1:

$$R = \frac{n}{4} = \frac{50}{4} = 12.5 \ , \ A = 14.95, \ \ L = 1.00, \ \ F_1 = 8 \ , \ F_2 = 23$$

$$Q_1 = A + \left(\frac{R - F_1}{F_2 - F_1}\right) \times L = 14.95 + \left(\frac{12.5 - 8}{23 - 8}\right) \times 1.00 = 15.25$$

حساب الربيع الثالث Q_3:

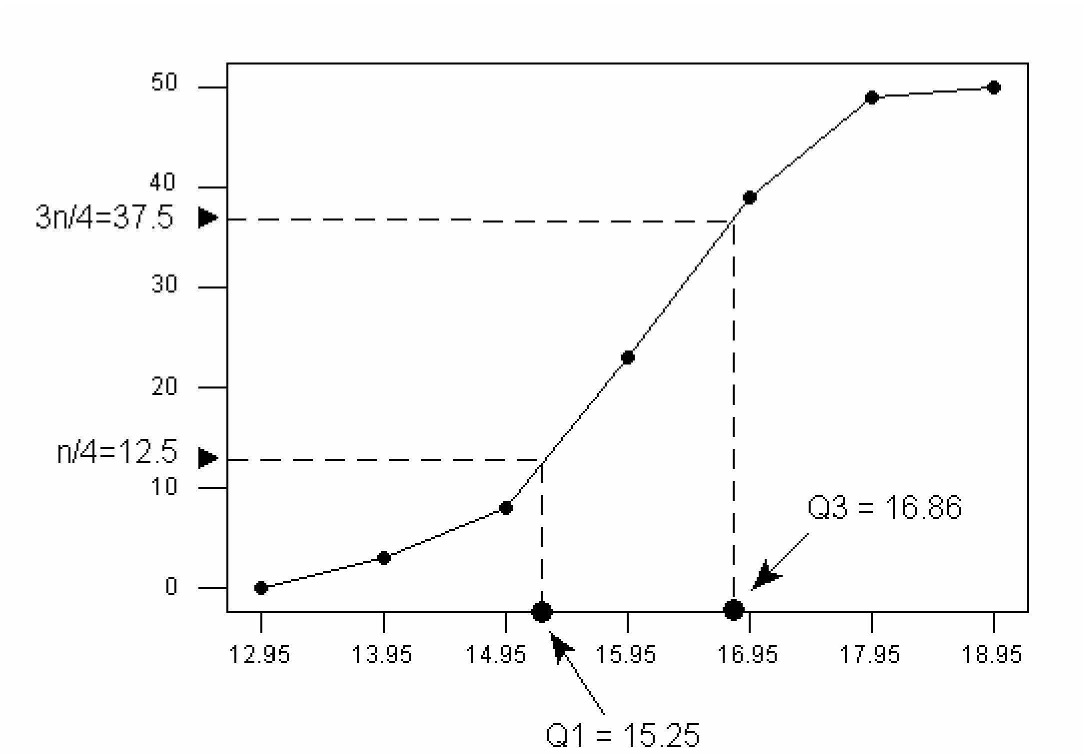
$$R^* = \frac{3n}{4} = \frac{3 \times 50}{4} = 37.5 \ , \ A^* = 15.95, \ \ L^* = 1.00, \ \ F^*_1 = 23 \ , \ F^*_2 = 39$$

$$Q_3 = A^* + \left(\frac{R^* - F_1^*}{F_2^* - F_1^*}\right) \times L^* = 15.95 + \left(\frac{37.5 - 23}{39 - 23}\right) \times 1.00 = 16.86$$

وباستخدام الصيغة فإن نصف المدى الربيعي هو:

$$Q = \frac{Q_3 - Q_1}{2} = \frac{16.86 - 15.25}{2} = 1.61$$

(ب) الطريقة البيانية:



وباستخدام الصيغة فإن نصف المدى الربيعي هو:

$$Q = \frac{Q_3 - Q_1}{2} = \frac{16.86 - 15.25}{2} = 1.61$$

<u>بعض مميزات وعيوب نصف المدى الربيعي:</u>

- **من المميزات:** لا يتأثر بالقيم الشاذة أو المتطرفة.
- **من العيوب :** لا يأخذ في الاعتبار جميع البيانات.

<u>ملاحظة:</u>

وحدة نصف المدى الربيعي هي نفس وحدة البيانات الأصلية.

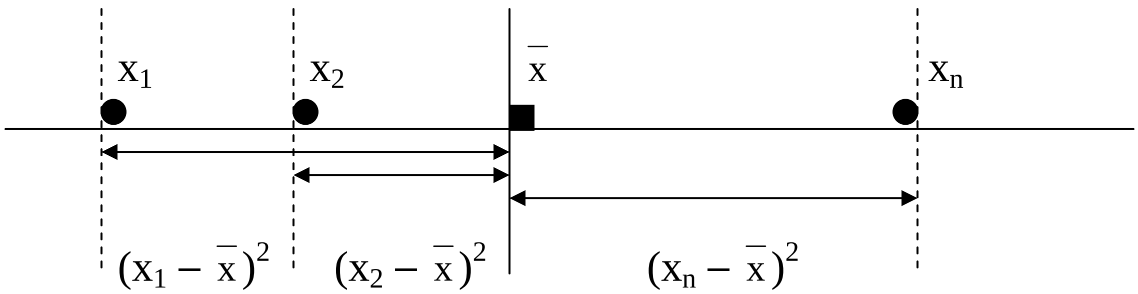
(٤-٤) التباين (Variance) والانحراف المعياري (Standard Deviation):

يعتبر التباين والانحراف المعياري من أهم وأفضل مقاييس التشتت ومن أكثرها شيوعًا واستخدامًا في التحليل الإحصائي وذلك لما يتمتعان به من خصائص وصفات إحصائية جيدة.

التباين: Variance

فكرة التباين تعتمد على تشتت أو تباعد البيانات عن متوسطها. فالتباين يكون كبيرًا إذا كانت البيانات متباعدة عن متوسطها والعكس بالعكس.

ويعرف التباين بأنه متوسط مربع انحرافات القيم عن الوسط الحسابي ويرمز له بالرمز S^2.



القيم (البيانات)	x_n	$\cdots$	x_2	x_1
انحرافات القيم عن المتوسط	$x_n - \bar{x}$	$\cdots$	$x_2 - \bar{x}$	$x_1 - \bar{x}$
مربع انحرافات القيم عن المتوسط	$(x_n - \bar{x})^2$	$\cdots$	$(x_2 - \bar{x})^2$	$(x_1 - \bar{x})^2$

الانحراف المعياري:

إن التباين من أهم وأفضل مقاييس التشتت ولكنه يقاس بوحدة البيانات الأصلية المربعة. وفي كثير من الأحيان نرغب في استخدام مقياس للتشتت يقاس بوحدة البيانات الأصلية ويتمتع بخصائص إحصائية جيدة مثل التباين. وأحد هذه المقاييس هو الانحراف المعياري. ويعرف الانحراف المعياري على أنه الجذر التربيعي للتباين ويرمز له بالرمز S.

حساب التباين والانحراف المعياري:

أولاً: التباين والانحراف المعياري للبيانات المفردة (غير المبوبة):

إذا كانت $x_1, x_2, \ldots, x_n$ عينه حجمها n وكان متوسطها هو $\bar{x}$ فإن تباين العينة يعرف كما يلي:

$$S^2 = \frac{(x_1-\bar{x})^2 + (x_2-\bar{x})^2 + \cdots + (x_n-\bar{x})^2}{n-1} = \frac{\sum_{i=1}^{n}(x_i-\bar{x})^2}{n-1}$$

وأما الانحراف المعياري فإنه يعرف بالصيغة:

$$S = \sqrt{S^2} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n}(x_i-\bar{x})^2}{n-1}}$$

ملاحظات:

١. $S^2 \geq 0$ (دائمًا) وكذلك $S \geq 0$ (دائمًا).

٢. $S^2 = 0 \Leftrightarrow S = 0 \Leftrightarrow$ جميع قيم العينة متساوية (لا يوجد اختلاف بين القيم).

٣. وحدة S^2 هي وحدة البيانات الأصلية المربعة.

٤. وحدة S هي نفس وحدة البيانات الأصلية.

٥. يمكن حساب التباين بالصيغة الحسابية التالية:

$$S^2 = \frac{\sum_{i=1}^{n}{x_i}^2 - \frac{\left(\sum_{i=1}^{n}x_i\right)^2}{n}}{n-1} = \frac{\sum_{i=1}^{n}{x_i}^2 - n\,\bar{x}^2}{n-1}$$

ولحساب تباين العينة باستخدام الصيغة الحسابية السابقة فإننا نحتاج إلى معرفة الكميات التالية فقط دون الحاجة لمعرفة البيانات الأصلية:

- حجم العينة = n .
- مجموع البيانات = $\sum_{i=1}^{n} x_i$.
- مجموع مربعات البيانات = $\sum_{i=1}^{n} x_i^2$.

والصيغة الحسابية السابقة تستخدم لحساب تباين العينة وذلك لسببين هما:

١. لأنها أكثر سهولة.

٢. لأنها أكثر دقة في الحساب عندما يكون هناك تقريب في حساب متوسط العينة.

مثال (٤-٤):

أوجد تباين العينة والانحراف المعياري لمجموعة الأوزان (بالكيلوجرام) التالية:

7.1, 2.5, 2.5, 5.4, 8.3

الحل:

نلخص الحل في الجدول التالي:

x_i	$(x_i-\overline{x})$	$(x_i-\overline{x})^2$	x^2
7.1	1.94	3.7636	50.41
2.5	–2.66	7.0756	6.25
2.5	–2.66	7.0756	6.25
5.4	0.24	0.0576	29.16
8.3	3.14	9.8596	68.89
$\sum_{i=1}^{n} x_i = 25.8$	0.00	$\sum_{i=1}^{n}(x_i-\overline{x})^2 = 27.832$	$\sum_{i=1}^{n} x_i^2 = 160.96$

$n = 5$

$$\sum_{i=1}^{n} x_i = 25.8$$

$$\sum_{i=1}^{n}(x_i-\overline{x})^2 = 27.832$$

$$\sum_{i=1}^{n} x_i^2 = 160.96$$

متوسط العينة هو:

$$\overline{x} = \frac{\sum_{i=1}^{n} x_i}{n} = \frac{25.8}{5} = 5.16 \text{ (كيلوجرامًا)}$$

حساب تباين العينة:

(أ) باستخدام التعريف:

$$S^2 = \frac{\sum_{i=1}^{n}(x_i-\overline{x})^2}{n-1} = \frac{27.832}{5-1} = 6.958 \text{ (كيلوجرامًا مربعًا)}$$

(ب) باستخدام الصيغة الحسابية:

$$S^2 = \frac{\sum_{i=1}^{n} x_i^2 - \frac{\left(\sum_{i=1}^{n} x_i\right)^2}{n}}{n-1} = \frac{160.96 - \frac{(25.8)^2}{5}}{5-1} = \frac{160.96-133.128}{4} = 6.958$$

الانحراف المعياري هو:

$$S=\sqrt{S^2}=\sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n}(x_i-\bar{x})^2}{n-1}}=S=\sqrt{6.958}=2.6378 \text{ (كيلوجرامًا)}$$

بعض خصائص التباين والانحراف المعياري:

١. يخضع التباين والانحراف المعياري لبعض العمليات الجبرية كما يلي:

المشاهدات	الانحراف المعياري	التباين
$x_1, x_2, \ldots, x_n$	S	S^2
$x_1\pm b, x_2\pm b, \ldots, x_n\pm b$	S	S^2
$ax_1, ax_2, \ldots, ax_n$	$\|a\| S$	$a^2 S^2$
$ax_1\pm b, ax_2\pm b, \ldots, ax_n\pm b$	$\|a\| S$	$a^2 S^2$

- مثال:

	المشاهدات	الانحراف المعياري	التباين
x :	2, 6, 4, 3, 5	$S = 1.581$	$S^2 = 2.5$
$x+5$:	7, 11, 9, 8, 10	1.581	2.5
$3x$:	6, 18, 12, 9, 15	$\|3\|\times1.581=4.743$	$9\times2.5=22.5$
$3x+5$:	11, 23, 17, 14, 20	$\|3\|\times1.581=4.743$	$9\times2.5=22.5$

- مثال:

إذا كان التباين للمشاهدات $x_1, x_2, \ldots, x_n$ هو 36 فإن التباين للمشاهدات $\frac{x_1-10}{2}, \frac{x_2-10}{2}, \ldots, \frac{x_n-10}{2}$ هو $\left(\frac{1}{2}\right)^2 36=\frac{36}{4}=9$ وأما الانحراف المعياري فهو $\sqrt{9}=3$.

٢. إذا كان لدينا مجموعتان من البيانات بحيث أن عدد بيانات المجموعة الأولى n_1 ومتوسطها $\bar{x}_1$ وتباينها S_1^2 وكان عدد بيانات المجموعة الثانية n_2 ومتوسطها $\bar{x}_2$ وتباينها S_2^2 وإذا كان $\bar{x}_1=\bar{x}_2$ (أي أن متوسطي المجموعتين متساويان) فإن تباين المجموعة الكلية المكونة من دمج هاتين المجموعتين يمكن حسابه بالصيغة التالية:

$$\boxed{S^2=\frac{(n_1-1)S_1^2+(n_2-1)S_2^2}{n_1+n_2-1}}$$

- مثال:

أوجد تباين المجموعة الكلية المكونة من دمج المجموعتين التاليتين:

	المجموعة الأولى	المجموعة الثانية
حجم العينة	$n_1 = 4$	$n_2 = 6$
المتوسط	$\bar{x}_1 = 5$	$\bar{x}_2 = 5$
التباين	$S_1^2 = 3$	$S_2^2 = 3.5$

الحل:

$$S^2 = \frac{(n_1 - 1)\, S_1^2 + (n_2 - 1)\, S_2^2}{n_1 + n_2 - 1}$$

$$= \frac{(4-1)(3) + (6-1)(3.5)}{4+6-1} = 2.944$$

ثانياً: التباين والانحراف المعياري للبيانات المبوبة:

إذا كان لدينا بيانات عددها n وكانت هذه البيانات ملخصة في جدول تكراري بحيث أن:

- عدد الفترات هو k
- مراكز الفترات هي $x_1, x_2, \ldots, x_k$
- تكرارات الفترات هي $f_1, f_2, \ldots, f_k$

بطريقة مشابهة لحسب المتوسط للتوزيع التكراري فإن التباين للتوزيع التكراري المبـــوب يمكـــن حسابه بشكل تقريبي بالصيغة التالية:

$$\boxed{S^2 = \frac{\sum_{i=1}^{k} f_i (x_i - \bar{x})^2}{n-1}}$$

حيث أن:

$$n = \sum_{i=1}^{k} f_i\,, \quad \bar{x} = \frac{\sum xf}{\sum f} = \frac{\sum xf}{n}\,,$$

كما يمكن استخدام الصيغة الحسابية التالية:

$$\boxed{S^2 = \frac{1}{n-1}\left(\sum_{i=1}^{k} x_i^2 f_i - \frac{\left(\sum_{i=1}^{k} x_i f_i\right)^2}{n}\right) = S^2 = \frac{\sum_{i=1}^{k} x_i^2 f_i - \frac{\left(\sum_{i=1}^{k} x_i f_i\right)^2}{n}}{n-1}}$$

ويكمن تلخيص عمليتي إيجاد المتوسط والتباين باستخدام الجدول التالي:

الفترة	مركز الفترة x	التكرار f	$x\,f$	$x^2\,f$	$f\,(x-\overline{x})^2$
الفترة رقم 1	x_1	f_1	$x_1\,f_1$	$x_1^2\,f_1$	$f_1\,(x_1-\overline{x})^2$
الفترة رقم 2	x_2	f_2	$x_2\,f_2$	$x_2^2\,f_2$	$f_2\,(x_2-\overline{x})^2$
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
الفترة رقم k	x_k	f_k	$x_k\,f_k$	$x_k^2\,f_k$	$f_k\,(x_k-\overline{x})^2$
المجموع		$\sum f = n$	$\sum x\,f$	$\sum x^2 f$	$\sum_{i=1}^{k} f_i\,(x_i-\overline{x})^2$

مثال (٤-٥):

أوجد التباين والانحراف المعياري لمستوى الهيموجلوبين في الدم لعينة مكونة من خمسين شخصا تم تلخيص مستوى الهيموجلوبين لهم كما في مثال (٢-٢).

الحل:

مستوى الهيموجلوبين	مركز الفترة x	التكرار f	$x\,f$	$x^2\,f$	$f\,(x-\overline{x})^2$ $f\,(x-16.01)^2$
12.95 – 13.95	13.45	3	40.35	542.708	19.6608
13.9 5– 14.95	14.45	5	72.25	1044.013	12.1680
14. 95– 15.95	15.45	15	231.75	3580.538	4.7040
15. 95– 16.95	16.45	16	263.20	4329.640	3.0976
16. 95– 17.95	17.45	10	174.50	3045.025	20.7360
17. 95– 18.95	18.45	1	18.45	340.403	5.9536
المجموع		$\sum f = 50$	$\sum x\,f = 800.5$	$\sum x^2 f = 12882.33$	$\sum_{i=1}^{k} f_i\,(x_i-\overline{x})^2 = 66.320$

$$\overline{x} = \frac{\sum xf}{\sum f} = \frac{\sum xf}{n} = \frac{800.5}{50} = 16.01$$

حساب التباين باستخدام صيغة التعريف:

$$S^2 = \frac{\sum_{i=1}^{k} f_i\,(x_i-\overline{x})^2}{n-1} = \frac{66.320}{50-1} = 1.3535$$

حساب التباين باستخدام الصيغة الحسابية:

$$S^2 = \frac{1}{n-1}\left(\sum_{i=1}^{k} x_i^2 f_i - \frac{\left(\sum_{i=1}^{k} x_i f_i\right)^2}{n}\right) = \frac{1}{50-1}\left(12882.33 - \frac{(800.5)^2}{50}\right)$$

$$= \frac{1}{49}(12882.33 - 12816.005) = \frac{66.325}{49} = 1.3536$$

حساب الانحراف المعياري:

$$S = \sqrt{S^2} = \sqrt{1.3536} = 1.163$$

(٤-٥) معامل الاختلاف (التغير): **Coefficient of Variation**:

ذكرنا سابقًا أن التباين والانحراف المعياري من المقاييس المفيدة لقياس التشتت لتوزيع متغير ما. ولكن في كثير من الأحيان نكون مهتمين بمقارنة التشتت والاختلاف لتوزيعي متغيرين مختلفين. وبما أن التباين والانحراف المعياري مقياسان يعتمدان على وحدة البيانات فإنه يصعب استخدامهما لمقارنة تجانس المجموعات المختلفة من البيانات وذلك لاختلاف الوحدة المستخدمة. وبشكل عام فإن مقاييس التشتت التي ذكرناها آنفًا تكون غير مناسبة لمقارنة تجانس مجموعات البيانات المختلفة في الحالتين التاليتين:

١. إذا كانت وحدتا المتغيرين مختلفتين حيث لا نستطيع مقارنة الوحدات المختلفة.

٢. إذا كان متوسطا المتغيرين مختلفين وذلك لأن تباين توزيع المتغير ذي المتوسط الصغير ينزع لأن يكون صغيرًا والعكس بالعكس.

لذلك دعت الحاجة إلى مقياس لا يعتمد على وحدة المتغير ويقيس ما يسمى بالتشتت النسبي. وأحد هذه المقاييس هو ما يسمى بمعامل الاختلاف أو معامل التغير. فمعامل الاختلاف هو أحد مقاييس التشتت النسبي وهو مقياس عديم الوحدة ويستخدم لمقارنة التشتت النسبي أو التجانس لمجموعات البيانات المختلفة. فمجموعة البيانات ذات معامل الاختلاف الأكبر يكون تشتتها النسبي أكبر أي أنها تكون أقل تجانسًا والعكس بالعكس. ويعرف معامل الاختلاف للعينة التي متوسطها $\bar{x}$ وانحرافها المعياري S بالصيغة التالية:

$$\boxed{C.V. = \frac{S}{\bar{x}}}$$

مثال (٤-٦):

الجدول أدناه يتضمن بيانات إحدى الدراسات التي طبقت على خمسة أشخاص لقياس الوزن (بالكيلوجرام) والطول (بالسنتيمتر). أي البيانات أكثر تشتتًا نسبًا (أقل تجانسًا) بيانات الأوزان أم بيانات الأطوال؟

رقم الشخص	1	2	3	4	5
الوزن	69	59	65	67	65
الطول	164	162	155	165	158

الحل:

أولاً نوجد المتوسط $\bar{x}$ والانحراف المعياري S لكل من بيانات الأوزان ولبيانات الأطوال كما مر معنا سابقاً. نلخص الحسابات في الجدول التالي:

البيانات	المتوسط $\bar{x}$	الانحراف المعياري S	معامل الاختلاف $C.V. = \frac{S}{\bar{x}}$
الأوزان	65.0 kg	3.7417 kg	0.0576
الأطوال	160.8 cm	4.2071 cm	0.026

بما أن معامل الاختلاف لبيانات الأوزان أكبر من معامل الاختلاف لبيانات الأطوال فإن التشتت النسبي لبيانات الأوزان أكبر من التشتت النسبي لبيانات الأطوال. أي أن بيانات الأوزان أقل تجانسًا من بيانات الأطوال.

(٤-٦) نظرية (متراجحة) تشيبيشيف Chebychev Inequality:

إن نظرية تشيبيشيف من النظريات المفيدة إذا أنها تعطينا حدًا أدنى لنسبة البيانات الواقعة في فترة معينة عند معرفة متوسط البيانات وانحرافها المعياري دون الحاجة لمعرفة البيانات الأصلية أو التوزيع الذي أخذت منه العينة. ونص النظرية هو:

> إذا كان لدينا عينة من البيانات متوسطها $\bar{x}$ وانحرافها المعياري S فإن نسبة البيانات الواقعة في الفترة $(\bar{x} - kS , \bar{x} + kS)$ لايقل عن $\left(1 - \frac{1}{k^2}\right)$ حيث أن $k>1$.

$$\underbrace{\bar{x} - kS \quad\quad \bar{x} \quad\quad \bar{x} + kS}$$

نسبة البيانات الواقعة في هذه الفترة لا يقل عن $\left(1 - \frac{1}{k^2}\right)$

ملاحظات:

١. تطبق نظرية تشيبيشيف للفترات التي منتصفها (مركزها) هو المتوسط.

٢. تستخدم نظرية تشيبيشيف بطريقتين(في كلا الحالتين لابد من معرفة قيمة k):

أ- تحديد النسبة (التقريبية) لعدد البيانات الواقعة في فترة معينة.

ب- تحديد الفترة التي يقع فيها ما لا يقل عن نسبة معينة.

مثال (٤-٧):

إذا كان لدينا مجموعة من البيانات متوسطها $\bar{x} = 7$ وانحرافها المعياري $S=5$ فما هي نسبة البيانات الواقعة في الفترة $(-4 , 18)$؟

الحل:

أولاً نلاحظ أن منتصف الفترة المعطاة $(-4 \,,\, 18)$ هو المتوسط $\bar{x} = 7$ لذلك نستطيع تطبيق نظرية تشيبيشيف. والآن:

$$(\bar{x} - kS \,, \bar{x} + kS) = (-4 \,, 18) \quad \Rightarrow \quad \bar{x} + kS = 18$$
$$\Leftrightarrow \quad 7 + k(5) = 18$$
$$\Leftrightarrow \quad 5k = 11$$
$$\Leftrightarrow \quad k = 11/5$$
$$\Leftrightarrow \quad \left(1 - \frac{1}{k^2}\right) = \left(1 - \frac{1}{(11/5)^2}\right)$$
$$\Leftrightarrow \quad \left(1 - \frac{1}{k^2}\right) = 0.7934$$

لذلك فإن نسبة البيانات الواقعة في الفترة $(-4 , 18)$ لا تقل عن 79.34%.

مثال (٤-٨):

إذا كان لدينا مجموعة من البيانات متوسطها $\bar{x} = 7$ وانحرافها المعياري $S=5$ فأوجد فترة يقع فيها ما لا يقل عن 75% من البيانات.

الحل:

$$\left(1 - \frac{1}{k^2}\right) = 0.75 \Leftrightarrow \frac{1}{k^2} = 1 - 0.75$$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{k^2} = 0.25$$

$$\Leftrightarrow k = \sqrt{\frac{1}{0.25}}$$

$$\Leftrightarrow k = 2$$

وبالتالي فإن الفترة التي يقع فيها ما لا يقل عن 75% من البيانات هي:

$$(\overline{x} - kS , \overline{x} + kS) = (7 - 2\times5 , 7 + 2\times5)$$

$$= (7 - 10 , 7 + 10)$$

$$= (-3 , 17)$$

(٤-٧) الدرجات (القيم) المعيارية:

لتكن $x_1, x_2, \ldots, x_n$ عينه من البيانات حجمها n ومتوسطها $\overline{x}$ وانحرافها المعياري S.

نعرف الدرجة (القيمة) المعيارية للمشاهدة x_i بالصيغة التالية:

$$\boxed{z_i = \frac{x_i - \overline{x}}{S} \quad i = 1, 2, \ldots, n}$$

أي أن الدرجات المعيارية للبيانات $x_1, x_2, \ldots, x_n$ هي:

$$z_1 = \frac{x_1 - \overline{x}}{S} , \ z_2 = \frac{x_2 - \overline{x}}{S} , \ldots, \ z_n = \frac{x_n - \overline{x}}{S}$$

ملاحظات:

١. $z_i = \frac{x_i - \overline{x}}{S}$ هي الدرجة المعيارية للمشاهدة الأصلية x_i.

٢. المشاهدة الأصلية للدرجة المعيارية z_i هي $x_i = \overline{x} + S z_i$.

٣. الدرجات المعيارية هي قيم عديمة الوحدة ولذلك فإنها تستخدم للمقارنة بين المشاهدات المختلفة في المجموعات المختلفة للبيانات.

٤. متوسط الدرجات المعيارية =0.

٥. الانحراف المعياري للدرجات المعيارية يساوي =1.

مثال (٤-٩):

إذا كان لدينا مجموعة من البيانات متوسطها $\overline{x} = 7$ وانحرافها المعياري $S=5$ فأوجد:

١. الدرجة المعيارية للقيمة $x = 9$.

٢. القيمة الأصلية للدرجة المعيارية $z = 0.1$.

الحل:

١. الدرجة المعيارية للقيمة $x = 9$ هي:

$$z=\frac{x-\bar{x}}{S} = \frac{9-7}{5}=\frac{2}{5}=0.4$$

٢. القيمة الأصلية للدرجة المعيارية $z = 0.1$ هي:

$$x = \bar{x} + S\,z = 7 + 5\times0.1 = 7 + 0.5 = 7.5$$

مثال (٤-١٠):

إذا كانت درجة أحد الطلاب في مقرر الإحصاء تساوي 82 ودرجته في مقرر الرياضيات تساوي 89، وإذا كان متوسط درجات الطلاب في مقرر الإحصاء يساوي 75 بانحراف معياري يساوي 10 ومتوسط درجات الطلاب في مقرر الرياضيات يساوي 81 بانحراف معياري يساوي 16، ففي أي المقررين كان أداء الطالب أفضل؟

الحل:

المقرر	المتوسط $\bar{x}$	الانحراف المعياري S	الدرجة x	الدرجة المعيارية $z=\frac{x-\bar{x}}{S}$
الإحصاء	75	10	82	$z=\frac{82-75}{10}=0.7$
الرياضيات	81	16	89	$z=\frac{89-81}{16}=0.5$

بما أن الدرجة المعيارية لمقرر الإحصاء 0.7 أكبر من الدرجة المعيارية لمقرر الرياضيات 0.5 فإن أداء الطالب في مقرر الإحصاء أفضل من أدائه في مقرر الرياضيات بالرغم من أن درجتـــه في مقرر الإحصاء أقل من درجته في مقرر الرياضيات.

المحمودي، محمد سرحان علي. (٢٠١٩). *مناهج البحث العلمي*. ط٣. دار الكتب.

الجادري، عدنان وقنديلجي، عامر وبني هاني، عبد الرازق وأبو زينه، فريد. (٢٠٠٦). *مناهج البحث العلمي الكتاب الاول أساسيات البحث العلمي*. مؤسسة الوراق للنشر والتوزيع.

عليان، ربحي مصطفى. (٢٠٠٨). *البحث العلمي أسسه مناهجه وأساليبه إجراءاته*. بيت الأفكار الدولية.

الدليمي، عصام حسن وصالح، علي عبد الرحيم، (٢٠١٤). البحث العلمي أسسه ومناهجه. دار الرضوان للنشر والتوزيع.

شحاتة، حسن، (٢٠٠١). البحوث العلمية والتربوية بين النظرية والتطبيق. مكتبة الدار العربية للكتاب.

الضامن، منذر،(٢٠٠٦). أساسيات البحث العلمي. دار المسيرة للنشر والتوزيع.

حسن، أحمد وماضي، أحمد ونجا، أحمد وسيد، أسامة وأبو جبارة، أمجد وحسين، إسلام والأشموني، خالد وسليمان، رشا وزهران، محمد وعطاالله، معتز، (٢٠١٨). أساسيات البحث العلمي الإصدار الأول. علماء مصر

سليمان، سناء محمد. (٢٠١٠). *أدوات جمع البيانات في البحوث النفسية والتربوية*. عالم الكتاب.

النعيمي، محمد عبدالعال، والبياتي، عبدالجبار توفيق وخليفة، غازي جمال. (٢٠١٥). *طرق ومناهج البحث العلمي*. الوراق للنشر والتوزيع.

عبدالعزيز، سلوى رمضان وعبدالعزيز، محمد عبدالعال. (٢٠٢٣). البحث في الخدمة الاجتماعية. جامعة الفيوم.

مركز البيان للدراسات والتخطيط. (٢٠١٧). *خطوات كتابة البحث العلمي في الدراسات الإنسانية*. سلسلة إصدارت مركز البيان للدراسات والتخطيط.

جاسم، غادة محمود. (٢٠٢٠). *عرض النتائج- تنظيمها وتحليلها ومناقشتها- الجداول والرسوم- بعض الأخطاء*. جامعة المستنصرية.

قلش، عبدالله. (٢٠١٧). *منهجية البحث العلمي*. جامعة حسيبة بن بوعلي الشلف

درويش، عطا حسن وصالح، نجوى فوزي وأبو صقر، وسيم خضر وكلخ، محمد راتب،(د.ت). *دليل معايير جودة البحث العلمي*.

عبيدو، علي ابراهيم على،(٢٠١٤). *جودة البحث العلمي الأخلاقيات- المنهجية- الأشراف- كتابة الرسائل والبحوث العلمية*. دار الوفاء لدنيا الطباعة والنشر.

عقيل، حسين عقيل، (٢٠١٠). *خطوات البحث العلمي من تحديد المشكلة إلى تفسير النتيجة*. دار ابن كثير للنشر والتوزيع.

زايد، مصطفى. (١٩٩٩). *قاموس البحث العلمي*. النسر الذهبي للطباعة.

بناي، نوال، وزايدي، غنية. (٢٠٢٢). أثر جودة الحياة الأسرية لدى المتفوقين دراسيًا (دراسة ميدانية). *مجلة دراسات وأبحاث، ١٥* (١)، ٦٢٧- ٦٣٧.

عبدالجليل، طواهر وعبدالباسط، ميدون. (٢٠٢٢). الدراسات السابقة في البحوث العلمية. *مجلة القبس للدراسات النفسية والاجتماعية، ١٣* (٤)، ١٠٤- ١١٥.

حيرش، أمينة وهزرشي، طارق. (٢٠٢٢). أهمية تحليل الدراسات السابقة لزيادة القيمة العلمية والعملية للبحث العلمي. *مجلة الرسالة للدراسات والبحوث الإنسانية، ٧* (٦)، ٣٨٨- ٣٩٩..

زروالي، وسيلة. (٢٠٢١). أهمية الدراسات السابقة في البحث العلمي. *مجلة القبس للدراسات النفسية والاجتماعية، ١٠* (١)، ٥٧- ٦٧.

بوترعه، بلال، وضيف، الأزهر. (٢٠١٩). استعراض الدراسات السابقة في البحث العلمي. *مجلة العلوم الإنسانية، ١٩* (١)، ٨٧-١٠١.

يحياوي، إبراهيم. (٢٠٢١). الدراسات السابقة أهميتها وكيفية توظيفها في بحوث العلوم الاجتماعية. *مجلة علوم الإنسان والمجتمع، ١٠* (١)، ٣١٩-٣٤١.

مليكة، ماقري. (٢٠٢٢). الأسس المنهجية لتوظيف الدراسات السابقة في البحث الاجتماعي. *مجلة الحكمة للدراسات الاجتماعية، ١٠* (٣)، ٦-٢٠.

حمودات، ثابت. (٢٠٢١). *الأطر النظرية والدراسات السابقة/ المنهج التاريخي في التربية الدينية*. جامعة الموصل.

الشرماني، علاء. (٢٠٢٠). *اعداد خطة بحث دليل إعداد خطة بحث*. جامعة تعز.

الداود، إبراهيم بن داود، والنقاش، ساره بنت عبد الله. (٢٠١٨). *دليل إعداد خطة البحث للرسائل العلمية لطلبة الدراسات العليا*. قسم الإدارة التربوية جامعة الملك سعود.

لجنة الخطط البحثية. (٢٠٢١). *دليل خطة البحث بقسم التربية الخاصة*. جامعة الملك سعود.

الظفري، عبد الجبار، والفقيه، عبد الكريم. (٢٠٢٢). *خطة البحث العلمي مفهومها، الأهمية*، العناصر. جامعة إب.

إبراهيم، عبد الله سليمان. (٢٠٠٥). خطة البحث وعناصرها. *مجلة كلية التربية بالزقازيق*، (٥٠)، ١-٧.

خضر، أحمد إبراهيم. (٢٠١٣). إعداد البحوث والرسائل العلمية من الفكرة حتى الخاتمة. القاهرة: جامعة الأزهر.

سالمه، محمد، شندي، إسماعيل، وعزام، أحمد. (٢٠٢١). دليل إعداد الرسائل العلمية والإشراف عليها. جامعة القدس المفتوحة.

الربيعة، عبد العزيز. (٢٠١٢). البحث العلمي حقيقته، ومصادره، ومادته، ومناهجه، وكتابته، وطباعته، ومناقشته (ط ٦). دار العبيكان.

نموذج رقم (١) عن إعداد خطة البحث هو نموذج بسيط يوضح مراحل إعداد الخطة البحثية بصورة مبسطة متضمنًا أهم عناصرها (تحميل نموذج إعداد خطة البحث العلمي pdf).

نموذج رقم (٢) عن إعداد الخطة البحثية يتضمن سرد عملي لجميع أجزاء الخطة البحثية بدايةً من صفحة الغلاف وصولًا إلى قائمة المراجع (تحميل نموذج إعداد الخطة البحثية pdf).

نموذج رقم (٣) نموذج توضيحي عن كيفية إعداد خطة البحث تم إصداره من جامعة الإمام بن سعود الإسلامية يمكنك تحميل هذا النموذج بطريقة مجانية (تحميل نموذج إعداد خطة البحث pdf)

الفجيه، زينب محمد. (٢٠١٨). المشكلات التي تواجه طلبة الدراسات العليا في تحليل البيانات في البحوث التربية. *Abjadia: International Journal of Education*، ٣ (١)، ٦٧-٨٠.

أبو نصرة، سناء. (٢٠٢١). *البرامج العامة المستخدمة في التحليل الإحصائي*. جامعة الملك سعود.

سليمان، عفاف. (٢٠١٩). فاعلية الفصل المعكوس في تنمية بعض مهارات التحليل الإحصائي لنتائج البحوث لدى طلاب الدراسات العليا بكلية التربية. *مجلة جامعة الفيوم للعلوم التربوية والنفسية، ٤* (١٢)، ٢٢١-٢٥٥.

محمد، أماني. (٢٠٠٧). *التحليل الإحصائي للبيانات*. مركز تطوير الدراسات العليا والبحوث في العلوم الهندسية.

Davis, P. M., & Walters, W. H. (2011). The impact of free access to the scientific literature: a review of recent research. *Journal of the Medical Library Association: JMLA*, *99*(3), 208–217. https://doi.org/10.3163/1536-5050.99.3.008

Horn, D. J., Fletcher Jr, R. J., & Koford, R. R. (2000). Detecting area sensitivity: a comment on previous studies. *The American Midland Naturalist*, *144*(1), 28-35. https://doi.org/10.1674/0003-0031(2000)144[0028:DASACO]2.0.CO;2.

Lederman.,N., G. (2017). What is a theoretical framework? A Practical Answer. *Journal of Science Teacher Education, 26* (7), 593- 597