

خدمات أكاديمية

كفاءات وطنية

معايير عالمية

دراسة
للإستشارات والدراسات والترجمة

UNIVERSITY

drasah 1 | 00966555026526

00966560972772

www.drasah.com | info@drasah.com

خدماتنا



توفير المراجع العربية والأجنبية



التحليل الاحصائي وتفسير النتائج

الاستشارات الأكاديمية




جمع المادة العلمية


الترجمة المعتمدة



 drasah1

 Info@drasah.com

 00966555026526

 00966560972772

 drasah.com



دراسة

للاستشارات والدراسات والترجمة



تواصل معنا



00966555026526

00966560972772



متواجدون على مدار الساعة

المحاضرة الرابعة:

التوزيع التكراري :

بعد أن تجمع البيانات وتدقق من قبل القائم بالإحصاء تتوافر لديه أعداد تمثل متغيراً إحصائياً مبحثاً، والأعداد هذه في غالب أمرها تكون غير مرتبة، وحتى يكون لهذه البيانات معنى، لابد من ترتيبها بصيغ معلومة أو تقسم إلى أصناف بحسب الصفات أو السمات المميزة، وكل صفة من هذه الصفات تسمى (فئة) أو (فترة فئوية). وقد يسمى التوزيع لهذه الفئات بـ (التوزيع التكراري). أي بمعنى أن التوزيع التكراري " عبارة عن تقسيم مفردات المجموعة الكلية إلى فئات وتكرارات " أو هو " تبويب وتوزيع وحدات معينة في فئات القيم الخاصة بظاهرة معينة تكون موضوعاً لدراسة التوزيع " .

والتوزيع التكراري من التوزيعات التي يمكن ترتيبها بشكل تصاعدي أو تنازلي بحيث تقسم إلى مصنفات بحسب الصفات المبحوثة، يسمى كل صنف منها (فئة). والفئات " مجاميع تقسم إليها قيم المتغير أو الظاهرة المبحوثة بحيث كل فئة تأخذ مدى معين من قيم ذلك المتغير. " والقيم أو الأعداد التي تقع في مدى أي من تلك الفئات فيمكن أن يطلق عليها (تكرار الفئة)، وإن مجموع هذه التكرارات يعبر عن العدد الكلي لمفردات أو قيم ذلك المتغير أو تلك الظاهرة. والجدير بالذكر هنا، أن طول الفئة الواحدة يختلف بحسب أعداد مفردات المتغير المبحوث أو المقاس، وكلما كان طول الفئة كبيراً ، كلما قلت أعداد الفئات. أي إن أعداد الفئات يعتمد على مدى هذه الفئات.

وعلى هذا أصبح بإمكان الباحث أن يستخرج مدى المتغير المبحوث، وأن يختار ويحدد عدد الفئات، مع بيان الحد الأدنى والحد الأعلى لكل فئة. يزداد على ذلك توضيح طرائق كتابة حدود الفئات وإيجاد مدى الفئة ومركزها. وبعد هذا كله يؤشر عدد التكرارات لكل فئة، ثم تكوين الجداول التكرارية.

وعلى ذكر الجداول، نجد أن الجداول نوعان، أول نوع منها يطلق عليه (الجداول البسيطة) والآخر (الجداول التكرارية) وهذه تتوزع فيها البيانات بحسب صفة واحدة، وتتألف من عمودين، أولهما يمثل المتغير أو الظاهرة المبحوثة، وثانيهما يمثل عدد المفردات المعينة بالمتغير، أو ما يطلق عليه (التكرارات). من هذا أصبح بالإمكان تسمية مثل هذه الجداول بجداول التوزيع التكراري.

إن الأساس في بناء التوزيع التكراري يأتي من خلال تقسيم مدى قيم البيانات (التي تمثل المجموعة الكبيرة) إلى فئات تمثل مجموعات صغيرة مختلفة ثم تحصر البيانات الواقعة ضمن كل فئة، وهذا يكون في حال البيانات النوعية والكمية على حد سواء عندما يراد بناء جداول ذات توزيع تكراري. والمثال التالي يبين توزيع البيانات النوعية وكيفية جدولتها.

المثال :

كۆن جدولاً بسيطاً للبيانات التالية، والتي تمثل فئات اللاعبين بكرة القدم لـ (٣٠) لاعباً.
(ناشى، شباب، شبل، متقدم، ناشى، متقدم، شباب، ناشى، ناشى، شباب، ناشى، متقدم، ناشى، شبل، متقدم، شبل، شباب، متقدم، شبل، شبل، شبل، شبل، متقدم).

الحل :

١/ نكۆن جدولاً بثلاثة أعمدة، الأول يمثل الصفة أو الظاهرة، والثاني يستخدم لتفريغ البيانات، أما الثالث فيمثل التكرار لكل مشاهدة أو مفردة.

٢/ نضع آلية لتفريغ المشاهدات في الجدول المنوه عنه في أعلاه، إذ نتبع السياقات الآتية منها :
أ/ نستعرض ونحصي الأعداد التي لدينا من البيانات الأصلية واحداً بعد الآخر، ونؤشر ذلك في مجال الصفة المخصص لها، وذلك بوضع إشارة (١) للتعبير عن كل عدد.
ب/ لمنع اختلاط الإشارات ببعضها - تفادياً لصعوبة عدّها عند الانتهاء من عملية تفريغ الأعداد في المجالات أو الفئات - نكتبها على شكل حزم أو مجموعات خماسية (IIII).
ج/ تترجم إشارات كل مجموعة أو فئة بمجاميعها الخماسية إلى أعداد في جدول مبسط، وكما أسميناه بـ (جدول التوزيع التكراري).

ولترجمة ما جئنا به أنفأ، سيكون جدول التوزيع التكراري لفئات لاعبي كرة القدم على النحو الآتي :

فئة اللاعبين	تفريغ البيانات	التكرارات
المتقدمين	IIII - IIII /	٩
الشباب	IIII - I /	٦
الناشئين	IIII - II /	٧
الأشبال	IIII - III /	٨
المجموع		٣٠

ولغرض بناء جدول التوزيع التكراري، لابد من التعرف على الآتي :

١/ تحديد مدى المتغير :

من المعروف، عند قياس أي من المتغيرات أو الظواهر، تكون هنالك قيم مختلفة في مقاديرها، فيوجد فيها القيم العالية والأخرى المتوسطة والصغيرة (الدنيا)، ولتحديد المدى لذلك المتغير، نوجد الفرق ما بين أكبر وأصغر قيمة في مجموعة نتائج قياسات ذلك المتغير. وبهذا يمكننا استخراج مدى المتغير من المعادلة الآتية :

$$\text{المدى} = \text{أعلى قيمة} - \text{أدنى قيمة}$$

٢ / اختيار عدد الفئات :

في هذا الموضوع، هنالك من يرى انه لا توجد قاعدة عامة في تحديد واختيار عدد الفئات. ولكن نجد من يقول: أنه يمكن اختيار ذلك العدد من الفئات بحسب تناسبه مع حجم البيانات، والأهداف المرجوة من التحليل، فضلاً عما تحدده خبرة الإحصائي المتمرس. ورأي آخر نجده يضع اختيار عدد الفئات افتراضياً، بحيث لا يقل عن (٥) فئات وألاً يزيد عن (١٥) فئة، ويأتي هذا التحديد بحسب طبيعة البيانات وعدد مفرداتها. ورغم هذا، إلا انه هنالك طرائق حسابية يمكن استخدامها، منها :

الأولى : طريقة يولي :

وفيها يحسب عدد الفئات من المعادلة الآتية :

$$\text{عدد الفئات} = ٢.٥ \times \text{عدد المفردات}$$

الثانية : طريقة سترجس :

ولمعرفة عدد الفئات بهذه الطريقة تعتمد المعادلة أدناه.

$$\text{عدد الفئات} = ١ + ٣.٣ \text{ لو عدد المفردات}$$

الثالثة : طريقة الدليل العام :

عندها يحسب عدد الفئات باعتماد العلاقة الرياضية الآتية :

$$\text{عدد الفئات} = ٥ \times \text{لو عدد المفردات}$$

والحق، أن مثل هذه الطرائق تعد طرائق حسابية افتراضية وتقريبية، إذ لكل منها مميزات وعيوب. لهذا عمد البعض من الإحصائيين إلى استخدام واختيار عدد (٥ - ١٥) فئة حسبما تستدعيه طبيعة البيانات وعدد مفرداتها (كما ذكرنا ذلك سابقاً) ويزيد على هذا ان هنالك من يفضل أن يتراوح عدد الفئات بين (١٢ - ١٥) فئة إذا ما كان عدد المفردات أو القيم يزيد عن (٥٠) مفردة.

/ تحديد طول الفئة (مدى الفئة) :

يقصد بطول الفئة، مقدار الفرق بين الحد الأعلى للفئة، والحد الأدنى لنفس الفئة إذا كانت البيانات مبوبة. وللتعريف بالحد الأدنى للفئة، نقول : هو الحد الذي يمثل اصغر قيمة ضمن الفئة الواحدة، أما الحد الأعلى للفئة، هو الحد الذي يمثل اكبر قيمة ضمن الفئة الواحدة.

وطول الفئة هذا، أمر يحدد من قبل الباحثين في أحيان كثيرة اعتماداً على خبراتهم، وكذلك هيئات البيانات. ولكن - عموماً - تستخدم أطوال فئات تساعد وتسهّل عملية الحساب لغرض الاعتماد عليها، كان يكون طول الفئة يساوي (٥ أو ١٠) وحدة، وهكذا. ورغم هذا قد يحصل الباحثون على مدى الفئة أو طولها من خلال حساب الفرق بين أكبر قيمة في مجموعة قيم واصغر قيمة عندها مضافاً له (١) واحد عدد صحيح مقسوماً على عدد الفئات، أو مدى التباين مقسوماً على عدد الفئات. وهنا يفضل أن يقرب الناتج إلى عدد صحيح أكبر. ومما تجدر الإشارة إليه ، غالباً ما يتقرر طول الفئة في ضوء عدد الفئات المطلوبة للتوزيع التكراري. وعند البدء بتوزيع قيم الظاهرة أو المتغير المبحوث إلى فئات لا بد من مراعاة الآتي :

أ/ دقة النتائج وصحتها تعتمد على عدد الفئات، فكلما زاد عدد الفئات جاءت النتائج بشكل صحيح، ولهذا لا بد من اختيار طول الفئة، وعدد الفئات بصيغة تلائم طبيعة وظروف البيانات.

ب/ يستحسن استخدام الفئات المتساوية الطول دون الفئات غير المتساوية وذلك لسهولة التداول الحسابي للأولى.
ج/ من المفضل استخدام الفئات التي تبدأ وتنتهي بأعداد صحيحة، وذلك للصعوبة التي يواجهها الباحثون عند استخدامهم للفئات ذات الأعداد الكسرية.

ولحساب طول الفئة، لا بد من أن نتبع السياق الآتي :

- ❖ نحدد القيمتين (الصغرى والكبرى) المتواجدين في مجموعة من قيم البيانات المعنية بالظاهرة المقاسة أو المبحوثة.
- ❖ نطرح القيمة الصغرى من القيمة الكبرى ونزيد على ناتج الفرق (١) واحد عدد صحيح، ومنه نحصل على المدى الكلي للقيم.
- ❖ نقسم الناتج من الخطوة في أعلاه، مرّة على (١٢) وأخرى على (١٥) لاسيما عندما يكون عدد القيم المعنية بالظاهرة المبحوثة يزيد على (٥٠) مفردة فأكثر، أما إذا كانت اقل من هذا العدد فللباحث الخيار في تحديد الرقمين المعنيين بالقسمة كأن يكون (٥ ، ٧) أو (٧ ، ٩) أو (٦ ، ٨)، وهكذا. المهم ألا يكون هنالك تطرف في القيم أو قصور. وغاية ذلك لتحديد الطولين (الأدنى والأعلى) للفئة.
- ❖ نختار طول الفئة بمقدار يتراوح ما بين الطول الأدنى، والطول الأعلى للفئة.
- ❖ لتحديد الفئة الصغرى، ينبغي معرفة اصغر قيمة، ويفضل أن يكون حدها الأدنى من مضاعفات طول الفئة المحدد بالخطوة السابقة.

٤/ بيان حدود الفئات :

سبق أن تعرضنا إلى حدود الفئة بشيء من الاختصار، ولتوضيح ماهيتها بشكل أوسع، نجد أن لكل فئة حدين، هما : الحد الأدنى للفئة، والحد الأعلى للفئة نفسها، ولكن حدود جميع الفئات تبدأ بأصغر قيمة، أو اقل منها بقليل، وهي تمثل الحد الأدنى للفئة الأولى، وتنتهي الفئة الأخيرة بالحد الأعلى والذي يمثل أكبر قيمة أو أكبر منها بقليل. ومن هذا يكون الأمر في كتابة الفئات بصيغ متعددة، ولكن أنسبها في الاستخدام أن يدخل الحد الأدنى للفئة ضمن الفئة المعنية، في حين لا يدخل الحد الأعلى فيها وإنما سيدخل في الفئة التي تليها ما عدا الفئة الأخيرة ستعلق الفئة عندها بالحد الأعلى ومثالها :

أي ٥ إلى أقل من ١٠	-٥
أي ١٠ إلى أقل من ١٥	-١٠
أي ١٥ إلى أقل من ٢٠	-١٥
أي ٢٠ إلى أقل من ٢٥	٢٥-٢٠

هذه الصيغة تستخدم مع البيانات المستمرة، ولكن يحصل أن يكون العمل مع بيانات منفصلة، فعندها تكتب الفئات بالصيغة الآتية :

$$\begin{aligned} 9 - 5 \\ 14 - 10 \\ 19 - 15 \\ 24 - 20 \end{aligned}$$

عموماً، في كلا الطريقتين يمكن حساب طول الفئة من المعادلة الآتية :

$$\text{طول الفئة} = \text{الحد الأعلى للفئة} - \text{الحد الأدنى للفئة}$$

٥/ استخراج مراكز الفئات :

مركز الفئة، ما هو إلا قيمة واقعة عند منتصف الفئة. أو أنها قيمة تمثل المتوسط للحد الأعلى والحد الأدنى لكل فئة. ومن هذا يمكن حساب مركز الفئة من المعادلة الآتية :

$$\text{الحد الأدنى للفئة} + \text{الحد الأعلى للفئة}$$

$$= \text{مركز الفئة}$$

٢

٦/ تفرغ البيانات وإيجاد عدد التكرارات لكل فئة :

سبق أن تناولنا عملية تكوين جداول التوزيع التكراري، لاسيما البيانات النوعية، وهكذا الأمر يكون مع البيانات الكمية، إذ لتشكيل جدول تكراري يعنى بتوزيع البيانات الكمية المتوافرة على عدد محدد من الفئات ثم تحديد عدد المفردات المفرغة في كل فئة، لابد من تسجيل القيمة الواحدة تلو الأخرى في الفئة الخاصة بها على شكل إشارة أو علامة أولاً ثم ترجمتها إلى أعداد وتكرارات، بعدها تجمع هذه التكرارات للتأكد من المجموع، الذي يمثل حجم العينة. وتجدر الإشارة هنا إلى أن العدد المعين من البيانات أو القيم التي تخص فئة معينة تسمى بـ (تكرار الفئة).

وهكذا أصبح بالإمكان بناء جدول للتوزيع التكراري في ضوء المؤشرات المذكورة آنفاً. وللتطبيق نسوق المثال

الآتي :

مثال :

البيانات التالية تمثل نتائج (٥٥) لاعب ناشئ بكرة القدم. المطلوب : تكوين جدول توزيع تكراري.

٥٢، ٥٧، ٥١، ٤٣، ٣٢، ٤٦، ٣١، ٢٤، ٢٩، ٤٤، ٤٧، ٣٨، ٥٦، ١٩، ٤٩، ٥٤، ٣٧، ٤٩، ٤١، ٥٧، ٤٧، ٢٩، ٤٥، ٥٣، ٤٢، ٢٨، ٤٩، ٢٤، ٢٨، ٤٥، ٤٣، ٣٤، ٤٢، ٣٩، ١٨، ٣٤، ٢١، ٣٧، ٢٩، ٤٣، ٢٦، ٣٧، ٢٣، ٣٥، ٣٩، ٤١، ٢٧، ٣٢، ٢٨، ٣٧، ٥٤، ٥٠، ٤٢، ٢٠، ٥٤.

الحل :

لعمل جدول تكراري، نتبع الخطوات الآتية :

أ/ استخراج المدى :

$$\text{المدى} = ٥٧ - ١٨$$

$$= ٣٩$$

ب/ إيجاد عدد الفئات : بما أن عدد القيم أكثر من (٥٠) مفردة، لذلك يجب استخدام المعادلة التالية للحصول على عدد الفئات.



$$\text{عدد الفئات} = ٥٥ \div ٢.٥$$

$$= ٢٠.٧٢٤$$

$$= ٦.٨١ \sim ٧$$

ج/ حساب طول الفئة : ويمكن استخراج طول الفئة من المعادلة التالية :

$$\frac{\text{المدى}}{\text{عدد الفئات}} =$$

$$\frac{٣٩}{٧} = \text{طول الفئة} =$$

$$= ٥.٥٧ \sim ٦$$

ملاحظة : بالإمكان الاستغناء عن الخطوتين السابقتين، والتعويض عنهما بالإجراء الآتي :

$$\frac{\text{الفرق بين أكبر قيمة وأصغر قيمة في المجموعة} + ١}{\text{عدد الفئات}} =$$

$$\text{طول الفئة} =$$

عدد الفئات

وبما أن عدد القيم يزيد على (٥٠) قيمة، لذلك نقدر عدد الفئات مرّة (١٢) ومرّة (١٥) ونقسم عليهما المدى من المعادلة أعلاه. وبالتالي نقرب ما بين الناتجين للحصول على طول الفئة.

$$\begin{array}{r} \text{المدى} = ٥٧ - ١٨ + ١ = ٤٠ \\ \text{تقدير طول الفئة الأول} = \frac{٤٠}{١٢} = ٣.٣٣ \\ \text{تقدير طول الفئة الثانية} = \frac{٤٠}{١٥} = ٢.٦٧ \end{array}$$

وبالتقريب ما بين الناتجين، يكون طول الفئة اقرب إلى الرقم الصحيح (٣) وبهذا يكون طول الفئة (٣)، والرقم (٦) في الخطوة (ج) يساوي طول الفئة، وهو من مضاعفات الرقم (٣).

د/ حدود الفئات : وهنا لابد من تحديد بداية تكوين الفئات. أي تعيين الحد الأدنى لأول فئة، وهذا يجب أن يكون مساوياً لأصغر قيمة في مجموعة القيم أو اقل منها بقليل. وبحساب مضاعفات طول الفئة (٣، ٦، ٩، ١٢، ١٥، ١٨، ...) نجد أن القيمة (١٨) وهي اصغر قيمة في مجموعة القيم، هي بذات الوقت من مضاعفات القيمة (٣). فعليه : يكون الحد الأول (الأصغر) للفئة الأولى يكون (١٨)، ثم يزداد له (٣) أي طول الفئة فيكون الحد الأعلى للفئة

الأولى (٢١). ولكن حيث أن بداية الفئة الثانية ستكون بالقيمة (٢١)، لذلك ستكون قيمة الحد الأعلى للفئة الأولى اقل من (٢١) كما اشرنا إلى ذلك في مبحث قبل هذا. والحق لتجاوز هكذا معضلة لابد من تعيين الحد الفعلي لهذه الفئة، والحد الأعلى الفعلي للفئة ذاتها نفسها. ويتم هذا بطرح نصف وحدة من قيمة الحد الأدنى للفئة الأولى فيكون الحد الأدنى الفعلي للفئة الأولى هو (١٧.٥) وبعد ذلك نحدد الحد الأعلى الفعلي للفئة الأولى من خلال زيادة طول الفئة للحد الأدنى للفئة فيصبح (١٨ + ٣) ثم نطرح منه نصف وحدة فيكون الحد الأعلى الفعلي للفئة الأولى (٢٠.٥) وهي بالوقت نفسه الحد الأدنى الفعلي للفئة الثانية، وهكذا.

ه/ تعيين الحدود الدنيا والعليا : وهذه المرحلة تكميلية لسابقتها، إذ تحدد الحدود الدنيا والعليا لجميع الفئات، التي تلي الفئة الأولى، وذلك من خلال زيادة طول الفئة لكل حد.

و/ تفرغ البيانات : تفرغ البيانات في الجدول بحسب طريقة الإشارات الخماسية ومنها نجد التكرارات المقابلة لكل فئة.

ز/ إيجاد مركز الفئات : ويتم هذا باستخدام القانون المعني بتقسيم حاصل جمع حدي الفئة على (٢). أي إن مركز الفئة يعبر عنه بمتوسط حدي الفئة.
ومن هذا كله، نحصل على جدول التوزيع التكراري للاعبين الناشئين.

الفئات	الحدود الفعلية للفئات	مركز الفئة	التكرار بالإشارة	التكرار بالعدد
١٨ -	١٧.٥ - ٢٣.٥	٢١	١١١١ -	٥
٢٤ -	٢٣.٥ - ٢٩.٥	٢٧	١١١١ - ١١١١	١٠
٣٠ -	٢٩.٥ - ٣٥.٥	٣٣	١١١١ - ١	٦
٣٦ -	٣٥.٥ - ٤١.٥	٣٩	١١١١ - ١١١١	٩
٤٢ -	٤١.٥ - ٤٧.٥	٤٥	١١١١ - ١١١١ - ١١١١	١٢
٤٨ -	٤٧.٥ - ٥٣.٥	٥١	١١١١ - ١١١١	٧
٥٤ - ٦٠	٥٣.٥ - ٥٩.٥	٥٧	١١١١ - ١	٦
مج				٥٥

الجدول الثنائية (التوزيع التكراري المزدوج) :

يقصد بالجدول الثنائية، تلك الجداول التي تتوزع فيها البيانات لظاهرتين في وقت واحد، فعندما يكون القصد تكوين مثل هذه الجداول، على الباحث أن يضع فئات الظاهرة الأولى في الخط العمودي من الجدول، وفئات الظاهرة الثانية في الخط الأفقي من الجدول، ثم توضع التكرارات المزدوجة في منتصف الجدول. فالجدول الثنائي يتكون من الصفوف، التي تمثل فئات أو مجاميع إحدى الظاهرتين، والأعمدة تمثل فئات أو مجاميع الظاهرة الأخرى. وهذه ينتج عنها مربعات تحتوي على عدد المفردات أو التكرارات المشتركة بين الظاهرتين. وهذا يعني إذا كانت البيانات معلومة للظاهرتين فيحسب طول فئة الظاهرة الأولى، وطول فئة الظاهرة الثانية، ثم يوضع جدول التوزيع التكراري المزدوج.

مثال : من البيانات المبينة في الجدول التالي، كَوْن جدولاً تكرارياً مزدوجاً، إذا علمت أن عدد فئات الوزن (٦)، وعدد فئات الطول (٥).

الطول (س)	١٦٠	١٧٠	١٥٧	١٦٥	١٦٥	١٥٧	١٧٠	١٦٠
الوزن (ص)	٥٦	٤٦	٦٥	٤٩	٤٨	٦٩	٧٤	٧٢

١٦٨	١٦٥	١٥٦	١٥٩	١٨٣	١٧٢	١٧٠	١٥٧	١٦٠	١٦٨
٦٧	٦٢	٥٤	٧٥	٧٠	٥٥	٦٩	٦٧	٥٦	٥٦

١٧١	١٦٥	١٧٥	١٧٧	١٨١	١٧٦	١٨٢	١٧٣	١٨٤	١٩١
٦٤	٥٧	٧٨	٧٩	٨٢	٧١	٨٥	٧٠	٨٢	٨٧

١٥٩	١٦٠	١٧٥	١٧٠	١٧٥	١٦٥	١٧٥	١٧٣	١٦٠	١٥٩
٦٠	٥٥	٦٥	٧٠	٧٥	٦٠	٩٠	٨٣	٦٥	٥٦

١٩٣	١٦٧	١٨٦	١٦٥	١٧٨	١٧٤	١٨٧	١٩٢	١٧٦	١٦٣
٨٤	٥٦	٧٤	٥٦	٧٢	٧٤	٨٣	٨٨	٧٥	٧٠

١٩٠
٩٠

العل : لوضع البيانات في الجدول التكراري المزدوج نتبع الآتي :

١/ نلاحظ أولاً قيم الطول (س) فنجد أن القيمة (١٥٠) سم هي الأصغر وأن القيمة (١٩٣) سم هي الأكبر عندها. ومن هذه القيم نستخرج طول الفئة (١٠) وعدد الفئات (٥) بحسب الطرائق المناسبة.

٢/ نلاحظ ثانياً قيم الوزن (ص) فنجد أن القيمة (٤٣) كغم هي الأصغر وأن القيمة (٩٠) كغم هي الأكبر عندها. ومن هذه القيم نستخرج طول الفئة (١٠) وعدد الفئات (٦) بحسب الطرائق المناسبة.

٣/ نعمل جدول التوزيع الثنائي بحيث يحتوي على (٣٠) خلية ، توزع على هذه الخلايا أزواج القيم، ويمثل كل زوج بإشارة (١) في الخلية المناسبة له. وبهذا تكون آلية تفرغ البيانات مؤدية إلى تكوين هذا الجدول وعلى الشكل الآتي:

مج	١٠٠-٩٠	- ٨٠	- ٧٠	- ٦٠	- ٥٠	- ٤٠	(س) الوزن (كغم) (ص) الطول (سم)
٧			I	III	II	I	- ١٥٠
١٤			I	- IIII	II - IIII	II	- ١٦٠
١٨	I	I	I - IIII - IIII	III	I	I	- ١٧٠
٧		- IIII	II	I			- ١٨٠
٤	I	III					٢٠٠ - ١٩٠
٥٠	٢	٨	١٥	١١	١٠	٤	مج

التوزيع التكراري النسبي :

من أساليب التوزيع التكراري المهمة هو التوزيع التكراري النسبي والتوزيع النسبي المئوي لكل فئة. لهذا نجد أن هذا النوع من التوزيعات يركز على الاهتمام بنسبة التكرار داخل الفئة الواحدة، وتحسب مثل هذه النسبة من قسمة تكرار الفئات على مجموع

التكرارات. أما الجدول الذي يعرض الفئة أو مراكز الفئات مع التكرار النسبي يسمى (جدول تكراري نسبي). وعلى هذا يمكن لأي من الباحثين أن يحسب التكرار النسبي كما في المعادلة الآتية :

تكرار الفئة

التكرار النسبي للفئة =

مجموع التكرارات

وفي حالة ضرب التكرار النسبي في (١٠٠) نحصل على التكرار النسبي المئوي. وهنا تجدر الإشارة إلى أن مجموع التكرارات النسبية يساوي (١). ولتوضيح هذا المفهوم نعود إلى المثال المعني بجدول التوزيع التكراري، إذ بالإمكان استنباط جدولاً تكرارياً نسبياً وتكرارياً مئوياً من بياناته وبحسب الآتي :

١/ يستخرج التكرار النسبي للفئات من المعادلة الآتية :

تكرار الفئة

التكرار النسبي للفئة =

مجموع التكرارات

٥

التكرار النسبي للفئة الأولى = $\frac{\text{تكرار الفئة}}{\text{مجموع التكرارات}}$ = ٠.٠٩١

٥٥

١٠

التكرار النسبي للفئة الثانية = $\frac{\text{تكرار الفئة}}{\text{مجموع التكرارات}}$ = ٠.١٨٢

٥٥

٦

التكرار النسبي للفئة الثالثة = $\frac{\text{تكرار الفئة}}{\text{مجموع التكرارات}}$ = ٠.١٠٩

٥٥

٩

التكرار النسبي للفئة الرابعة = $\frac{\text{تكرار الفئة}}{\text{مجموع التكرارات}}$ = ٠.١٦٤

٥٥

١٢

التكرار النسبي للفئة الخامسة = $\frac{\text{تكرار الفئة}}{\text{مجموع التكرارات}}$ = ٠.٢١٨

٥٥

٧

التكرار النسبي للفئة السادسة = $\frac{\text{تكرار الفئة}}{\text{مجموع التكرارات}}$ = ٠.١٢٧

٥٥

٦

$$\frac{0.109}{55} = \text{التكرار النسبي للفئة السابعة} =$$

٢/ من النتائج في أعلاه نوجد التكرار النسبي المئوي للفئات بحسب المعادلة الآتية :
تكرار الفئة

$$\frac{100 \times \text{التكرار النسبي المئوي للفئة}}{\text{مجموع التكرارات}}$$

٥

$$\frac{9.91}{55} = 100 \times \text{التكرار النسبي المئوي للفئة الأولى} =$$

١٠

$$\frac{18.182}{55} = 100 \times \text{التكرار النسبي المئوي للفئة الثانية} =$$

٦

$$\frac{10.909}{55} = 100 \times \text{التكرار النسبي المئوي للفئة الثالثة} =$$

٩

$$\frac{17.364}{55} = 100 \times \text{التكرار النسبي المئوي للفئة الرابعة} =$$

١٢

$$\frac{21.818}{55} = 100 \times \text{التكرار النسبي المئوي للفئة الخامسة} =$$

٧

$$\frac{14.727}{55} = 100 \times \text{التكرار النسبي المئوي للفئة السادسة} =$$

٦

$$\frac{\text{التكرار النسبي المؤي للفئة السابعة}}{100} = 100 \times \text{التكرار النسبي المؤي للفئة السابعة}$$

٥٥

٣/ ندرج البيانات وندرج نتائجها في جدول التوزيع التكراري، وكما يلي :

الفئات	التكرار المشاهد	التكرار النسبي	التكرار المؤي
١٨ -	٥	٠.٠٩١	٩.٠٩١
٢٤ -	١٠	٠.١٨٢	١٨.١٨٢
٣٠ -	٦	٠.١٠٩	١٠.٩٠٩
٣٦ -	٩	٠.١٦٤	١٦.٣٦٤
٤٢ -	١٢	٠.٢١٨	٢١.٨١٨
٤٨ -	٧	٠.١٢٧	١٢.٧٢٧
٥٤ - ٦٠	٦	٠.١٠٩	١٠.٩٠٩
مج	٥٥	١	١٠٠

التوزيع التكراري المتجمع :

تعرضنا لموضوعه جداول التوزيع التكراري للفئات، الذي يبين توزيع قيم الظاهرة المبحوثة. ولكن في أحيان معينة نحتاج إلى معرفة عدد المشاهدات أو المفردات التي تساوي أو تزيد عن قيمة معينة، أو قد نحل عن تلك القيمة. وحتى نتمكن من الحصول على مثل هذه المعلومات، لابد من تكوين جدول تكراري متجمع.

والجدول التكراري المتجمع، لا يتعدى أن يكون جدولاً تتجمع فيه التكرارات على التتالي من أحد طرفيه إلى طرفه الآخر وصولاً إلى التكرار الكلي. والتكرار المتجمع (التوزيعات المتجمعة) يكون بشكلين، فأما يكون تكراراً متجمعاً صاعداً أو تكراراً متجمعاً نازلاً طبقاً لترتيب القيم. وعلى هذا يمكن تكوين جدول تكراري متجمع يبين فيه التكرارات المتجمعة لأكثر من فئة بنوعين ، هما :

١/ الجدول التكراري المتجمع الصاعد.

٢/ الجدول التكراري المتجمع النازل.

التوزيع التكراري المتجمع الصاعد :

يتكون التوزيع التكراري المتجمع الصاعد، وذلك في حال جمعنا للتكرارات الموجودة في الجدول التكراري، مبتدئين من الفئة الأولى (الصغرى) إلى أن نصل إلى تكرار الفئة الأخيرة (الكبرى). بمعنى أن التكرار المتجمع الصاعد

يبدأ بأول تكرار وينتهي بمجموع التكرارات. وفي العادة نجد أن جدول التوزيع التكراري المتجمع الصاعد يتكون من عمودين، الأول يمثل حدود الفئات، والعمود الثاني يمثل التكرار المتجمع الصاعد. ولغرض بناء جدول تكراري متجمع صاعد، نتبع الخطوات الآتية :

- ١/ نزيد فئة سابقة على أن يكون تكرارها يساوي صفر.
- ٢/ نحول حدود الفئات إلى حدود فعلية إذا كانت الفئات منفصلة.
- ٣/ نحدث عموداً جديداً يحوي نهاية الفئات (الحدود العليا للفئات).
- ٤/ نقوم بتجميع التكرارات من الأعلى إلى الأسفل.

مثال :

الجدول التالي يمثل الرميات الناجحة من أصل (٢٠) رمية حرة بكرة السلة لـ (٢٥) لاعب ناشئ. المطلوب: تكوين جدول تكراري متجمع صاعد في ضوء هذه البيانات.

التكرار المتجمع الصاعد	الحدود العليا للفئات	الحدود الفعلية للفئات	التكرارات	الفئات
صفر	أقل من ٥.٥	٥.٥ - ٢.٥	صفر	٥ - ٣
٣	أقل من ٨.٥	٨.٥ - ٥.٥	٣	٨ - ٦
٨	أقل من ١١.٥	١١.٥ - ٨.٥	٥	١١ - ٩
١٥	أقل من ١٤.٥	١٤.٥ - ١١.٥	٧	١٤ - ١٢
٢١	أقل من ١٧.٥	١٧.٥ - ١٤.٥	٦	١٧ - ١٥
٢٥	أقل من ٢٠.٥	٢٠.٥ - ١٧.٥	٤	٢٠ - ١٨
			٢٥	مج

التوزيع التكراري المتجمع النازل :

يتكون التوزيع التكراري المتجمع النازل، وذلك عندما نضع التكرارات المتجمعة في جدول مبتدئين من مجموع التكرارات وانتهاءً بآخر تكرار. ويقصد به أيضاً، التوزيع الذي يعطي عدد المشاهدات (المفردات) التي تزيد قيمتها عن الحد الأدنى لفئة معينة. ويتكون مثل هذا التوزيع من عمودين أحدهما يمثل الحدود الدنيا للفئات والآخر يمثل التكرار المتجمع النازل.

ولغرض بناء جدول تكراري متجمع نازل، نتبع الخطوات الآتية :

- ١/ نضيف فئة لاحقة على أن يكون تكرارها يساوي صفر.
- ٢/ نحول حدود الفئات إلى حدود فعلية إذا كانت الفئات منفصلة.
- ٣/ نحدث عموداً جديداً يحوي على بداية الفئات (الحدود الدنيا للفئات).
- ٤/ نقوم بتجميع التكرارات من الأسفل إلى الأعلى.

وبعودة إلى مثالنا السابق، يكون تكوين الجدول التكراري المتجمع النازل كما يأتي :

التكرار المتجمع النازل	الحدود الدنيا للفئات	الحدود الفعلية للفئات	التكرارات	الفئات
٢٥	أكثر من ٥.٥	٨.٥ - ٥.٥	٣	٨ - ٦
٢٢	أكثر من ٨.٥	١١.٥ - ٨.٥	٥	١١ - ٩
١٧	أكثر من ١١.٥	١٤.٥ - ١١.٥	٧	١٤ - ١٢
١٠	أكثر من ١٤.٥	١٧.٥ - ١٤.٥	٦	١٧ - ١٥
٤	أكثر من ١٧.٥	٢٠.٥ - ١٧.٥	٤	٢٠ - ١٨
صفر	أكثر من ٢٠.٥	٢٣.٥ - ٢٠.٥	صفر	٢٣ - ٢١
			٢٥	مج

من الجدول في أعلاه ، يمكن أن نلاحظ الآتي :

- ١/ التكرار المتجمع النازل للفئة الأولى يساوي مجموع التكرارات.
- ٢/ التكرار المتجمع النازل للفئة الأخيرة يساوي تكرار الفئة الأخيرة.
- ٣/ عدد الذين كانت رمياتهم الحرة الناجحة تزيد عن (٨.٥) رمية، هو (٢٢) لاعباً، وهكذا.

العرض البياني :