التحليل العاملي

في العلوم السلوكية

دكتور صفوت فرج

قسم علم نفس - جامعة القاهرة

الطبعة الثانية

١٩٩١

الناشر

مكتبة الأنجلو المصرية

١٦٥ ش محمد فريد - القاهرة

♦. مطالعة ممتعة / محمد عموش .

« لا يوجد فى التحليل العاملى بحث عن حقيقة تقع خارج حدود الزمان أو خارج حدود المكان ، أو حقيقة لا تقوم على وقائع ملاحظة . ويطرح التحليل العاملى فى حقيقة الأمر مشكلة الوصف المباشر والبسيط للظواهر فى صورة عدد من الأبعاد أو الفئات وبأسلوب محدد . وكل من يتوقع قراءة أوصاف أو خصائص نوعية عيانية مباشرة فى النتائج العاملية سيصاب بالكثير من خيبة الأمل » .

« كيللى ، ت . ل ، ١٩٤٠ »

♦. مطالعة ممتعة / محمد عموش .

تصـــــــدير

قام التحليل العاملى ، بوصفه أحد الأساليب الرياضية الهامة ، بتنمية قدرة الباحثين على تنظيم وتصنيف الظواهر العلمية فى المجالات المتعددة التى استخدم فيها ، والتى كان منحاها الأساسى تجريبياً قائماً على استقراء الملاحظات واستخدام المقاييس الكمية .

وقد أدى الاتجاه نحو استخدام هذه الأساليب الرياضية — من جانب آخر — إلى تطور المعالجات العاملية والطرق المختلفة ، التى يقوم كل منها على أساس نظرى معين ، بما يؤدى إليه هذا الأساس النظرى من تجديد فى زاوية الرؤية للملاحظات التجريبية أو زاوية الرؤية لأسس التصنيف وفقا للنسق الرياضى الذى يقوم عليه هذا الأساس النظرى .

وقد تزايدت الحاجة إلى مراجع عربية فى موضوع التحليل العاملى تضع فى اعتبارها أن هذا المنهج يستخدم أساساً بواسطة باحثين يفتقرون إلى التخصص الواسع فى الرياضيات ، وتصبح مخاطبتهم باللغة والمفاهيم الرياضية حائلا دون وصول المادة ومفاهيمها إلى الأذهان ، بل قد تؤدى إلى قدر من النفور والتردد إزاء مجال لا يبدو من السهل الخوض فيه .

وهذا الكتاب ليس كتابا فى الرياضيات ، ولا هو مخصص لدراسى الرياضيات ، بل لأولئك الذين يرغبون فى دراسة التحليل العاملى دون أن تتوفر لهم دراسة رياضية كافية ، وإن كان من الضرورى أن يكون القارىء ملما ببعض

• مطالعة ممتعة / محمد عموش .

المفاهيم الأساسية فى الإحصاء مثل المتوسطات والانحرافات المعيارية ، والدرجات المعيارية والتباين ومعاملات الارتباط .

ورغبة فى تقديم الجرعة المناسبة والمبسطة من الرياضيات المستخدمة فى السياق والتى تتضمن المفاهيم الأساسية فى الموضوع كالمصفوفات والمتجهات والمحددات وأساليب الجمع والطرح والضرب فيها ، فقد قدم الباب الثانى بفصوله الثلاثة بصورة تساعد القارىء الذى لا دراية له بالرياضيات على متابعة واستخدام هذه المفاهيم عند قيامه بتحليل عاملى فى دراسة معينة .

أساس هذا الكتاب هو المنطق الرئيسى للتحليل وقضاياه المنطقية والنفسية ، وليس من مهمته تقديم البراهين الرياضية أو الصياغات الجبرية المعقدة ، وهو — للأسباب التى ذكرناها — لا يقوم بتناول الأساليب والمفاهيم المختلفة ليقدمها للقارىء من خلال المعادلات ، ولكن من خلال خطوات العمل المتعاقبة التى يتعين عليه إتباعها للوصول إلى الحلول الصحيحة ، مع قدر ضئيل من التعبيرات الرياضية التى تكفى لربط القارىء المستزيد بالتراث الإحصائى والرياضى إذا رغب فى التقدم نحوه مستثمراً ما حصله من هذا الكتاب .

وقد تزايد الاهتمام بالتحليل العاملى فى الدراسات النفسية والاجتماعية والسياسية والجغرافية والطب خلال الفترة الأخيرة ، إلا أنه مما يلفت النظر أن هذا الأسلوب لم يقدم فى العربية إلى من خلال السيكولوجيين الذين استخدموه فى بحوثهم المتعددة ، فى مصر على وجه الخصوص .

وقد مر استخدام التحليل العاملى فى المجتمع العلمى العربى بعامة بمرحلتين:

مرحلة مبكرة استخدمت فيها الأساليب البسيطة ، السهلة الميسورة ، غير المعقدة سواء من حيث كمية العمل والجهد المطلوبة أو من حيث الإمكانات المتاحة وكان الباحثون يقومون خلالها بعمل حساباتهم بأنفسهم أو باستخدام الآلات الحاسبة المحدودة .

♦. مطالعة ممتعة / محمد عموش .

والمرحلة الحالية والتى حفلت باستخدام الأساليب المتطورة والمعقدة والتى تتطلب كية من العمل والإمكانات ، وقد صاحب استخدام هذه الأساليب دخول الحاسبات الالكترونية إلى البلاد وإسراع السيكلوجيين نحوها .

وترتب على الاتجاه إلى الحاسبات انخفاض فى ممارسة الباحثين للعمليات الحسابية بأنفسهم وبالتالى انتفاء الحاجة إلى التعرف على دقائق المنهج ، وأصبح الباحث يتعامل مع المنطق العام دون أن يكلف نفسه مشقة ممارسة حل مثال واحد مبسط لمجرد فهم خطوات العمل ، طالما يستطيع أن يطلب من الحاسب أن يقدم له الحل فيقدمه .

ويبدو أن هذا الوضع المحدد لسمات المرحلة الراهنة فى استخدام التحليل العاملى ، مع أفتقار المكتبة العربية للمراجع الميسرة * ، كان له نتيجة أسوأ من المرحله المبكرة التى كانت تستخدم فيها الأساليب البسيطة غير الفعالة أو العامة .

لكل هذا أصبح من الضرورى أن يتوفر للباحثين والطلاب مرجع مبسط لا يعرضهم للاحباط نتيجة لتكوينهم العلمى الذى يفتقر للرياضيات ، وهى ضرورة يؤدى إشباعها بجهود عديدة ومتتابعة من مؤلفين آخرين إلى نمو وتطور البحوث العاملية .

---

* يوجد ايضا بالعربية للدكتور عماد الدين سلطان : التحليل العاملى ، القاهرة ، دار المعارف ، ١٩٦٧ وهو من المراجع الميسرة لطلاب العلوم الانسانية .

♦. مطالعة ممتعة / محمد عموش .

مقدمة الطبعة الثانية

كان « للتحليل العاملى فى العلوم السلوكية » دوراً هاماً فى تطوير البحث فى مجال علم النفس منذ ظهور طبعته الأولى فى عام ١٩٨٠. ولهذا كان لابد من ظهور الطبعة الثانية التى هى فى الواقع بمثابة إعادة طبع للطبعة الأولى بمعنى أنها لا تتضمن أية تعديلات أو إضافات رغم أن المجال يحتاج للمزيد من التعمق والتوسع فى دراسة التحليل العاملى وقضاياه العديدة التى تشغل الباحثين والأسئلة الكثيرة المثارة بينهم .

ونتيجة لضرورة عدم اختفاء الكتاب من بين أيدى طالبيه كان الإسراع بهذه الطبعة والتى ظهرت الحاجة فجأة لاصدارها لحين إعداد طبعة جديدة موسعة ومتعمقة يمكن أن تشبع اهتمامات أولئك الذين قبلوا التحليل العاملى بوصفه أسلوباً متميزاً فى معالجة البيانات النفسية المختلفة وفى التوصل إلى الحقائق منها من خلال تصميمات تجريبية ذات كفاءة عالية .

ولا يسعنى إلا أن أعد القارئ باصدار مثل هذه الطبعة الجديدة خلال فترة وجيزة ليجد فيها الكثير من الاجابات ومناقشة العديد من القضايا التى شغلت المهتمون بعلم النفس وبحوثه المختلفة .

د. صفوت فرج

♦. مطالعة ممتعة / محمد عموش .

فهرست

♦. مطالعة ممتعة / محمد عموش .

الموضـــوع	الصفحة

♦. مطالعة ممتعة / محمد عموش .

♦. مطالعة ممتعة / محمد عموش .

الموضوع	الصفحة

♦. مطالعة ممتعة / محمد عموش .

الموضـــوع	الصفحة

♦. مطالعة ممتعة / محمد عموش .

♦. مطالعة ممتعة / محمد عموش .

مقدمة

التحليل العاملى أسلوب إحصائى يستخدم فى تناول بيانات متعددة ارتبطت فيما بينها بدرجات مختلفة من الارتباط ، لتلخص فى صورة تصنيفات مستقلة قائمة على أسس نوعية للتصنيف . ويتولى الباحث فحص هذه الأسس التصنيفية واستشفاف مابينها من خصائص مشتركة وفقاً للإطار النظرى والمنطق العلمى الذى بدأ به .

ونتيجة لتطور التحليل العاملى واتساع استخدامه فى علم النفس على وجه الخصوص ، اعتبر هذا الأسلوب - خطأ - بمثابة نظرية فى علم النفس ، وهو خطأ لايبدو قاصراً على من يقفون خارج مجال التخصص ، بل يتعداهم أحياناً إلى المتخصصين ، غير أن هذا الخطأ الذى أصبح منتشراً يجب أن لا يؤدى إلى التشكيك فى أهمية التحليل العاملى باعتباره نموذجا رياضيا مناسباً لتفسير الكثير من النظريات السيكلوجية سواء فى القدرات الإنسانية أو فى مجال السلوك ، ولعل نظريات سبيرمان C.E. Spearman وبيرت C. Burt وكيلى T.L. Kelley وثرستون L.L. Thurstone وهولزنجر K.J. Holizinger

♦. مطالعة ممتعة / محمد عموش .

وطومسون G. Thomson من أشهر هذه النظريات التى اعتمدت أساساً على استخدامات التحليل العاملى ومفاهيمه .

يبدأ التحليل العاملى بحساب الارتباطات بين عدد من المتغيرات مثل أ ، ب، حـ ، ء ، هـ أو الذكاء ، الانبساط ، شدة الدافع ، التذكر ، والتحصيل مثلا ، ونحصل على مصفوفة من الارتباطات بين هذه المتغيرات لدى عينه ما ، ثم نتقدم بعد ذلك لتحليل هذه المصفوفة الارتباطية تحليلا عاملياً لنصل إلى أقل عدد ممكن من المحاور Axes أو العوامل Factors تمكننا من التعبير عن أكبر قدر من التباين بين هذه المتغيرات ، ذلك أن توقفنا عند فحص هذه المصفوفة الارتباطية التى تتكون من عشرة معاملات ارتباط لا يؤدى إلى فهم كامل المجال المشترك فيما بينها جميعاً ، حيث يبين كل معامل من معاملات الارتباط فى المصفوفة علاقة بسيطة بين متغيرين فقط من متغيراتها دون أن ينبىء بأهمية أو دور هذه العلاقة بين هذين المتغيرين ومتغير ثالث ، وعلى ذلك لانستطيع عند هذا المستوى أن نصل لتقدير للعلاقة المشتركة بين ثلاثة متغيرات معاً أو بين متغيرات المصفوفة الخمس إذ أن حصولنا على معامل للارتباط بين ا ، ب قدره ٧ر. ومعامل آخر بين ب، حـ قدره ٧ر. أيضاً لايعنى بالضرورة أن الارتباط بين ا ، حـ يساوى ٧ر. كذلك ، فقد يكون ما هو مشترك بين ا ، ب غير ما هو مشترك بين ب ، حـ ، ولا تصلح العلاقة الثنائية بين ب وأى من المتغيرين ا ، حـ لتقدير العلاقة بينهما فى معاملات الارتباط البسيطة .

إذن فالاستخدام المباشر للتحليل العاملى يتجه نحو فحص العلاقات الارتباطية بين عدد من المتغيرات واستخلاص الأسس التصنيفية العامة بينها .

وتعد وظيفة تصنيف البيانات واحدة من أهم مراحل بناء النظرية العلمية ، بل إن عدداً من النظريات العلمية يعد فى حقيقته تصنيفاً للملاحظات والمتغيرات المتعلقة بالظواهر موضوع دراسته ، ويؤدى اكتشاف وتحديد أسس التصنيف

♦. مطالعة ممتعة / محمد عموش .

إلى إقامة الفروض العلمية التى تختبر هذه الأسس ، والمتغيرات فى الظاهرة ومنطق هذه المتغيرات وهو ما ننتهى منه إلى صياغة القانون العلمى .

وعلى هذا يعد التحليل العاملى أسلوباً مناسباً يستطيع عالم النفس استخدامه فى سعيه نحو حسن تصنيف الظواهر السيكلوجية ، والخروج منها بالقوانين الخاصة بهذه الظواهر .

يظهر من هذا أننا نستطيع أن نستخدم هذا الأسلوب الإحصائى فى تنظيم Structuring مجال نفسى جديد يحتاج للتعرف على خصائصه ومتغيراته ، وهى حاجة يسعى إليها الباحث عندما يطرق مجالا جديدا لايعرف كل متغيراته أو مدى تعلق المتغيرات المختلفة بظواهره الرئيسية ؛ والنتيجة المباشرة لهذه الخطوة الاستكشافية هى إعادة الدراسة والتناول للمتغيرات الهامة فى المجال ، وبناء الفروض التى تفسر العلاقات بين هذه المتغيرات .

وقد تطور استخدام التحليل العاملى فى السنوات الأخيرة تطوراً كبيراً (انظر الفصل التاسع عشر) بحيث استخدم استخدامات واسعة فى عدد من الأغراض المختلفة ، كما اتسع استخدامه فى علوم أخرى غير علم النفس ، وأصبح من الممكن العثور على دراسات عاملية فى مجالات أخرى ، وهى نتيجة قد تساعد الكثيرين على التخلص من الربط غير الصحيح بين علم النفس والتحليل العاملى .

يجب أن نضع نصب أعيننا فى النهاية أن التحليل العاملى أسلوب أو طريقة إحصائية تتطلب شروطا لاستخدامها ودقة فى مراعاة هذه الشروط ، وتعرفا لحدود الأسلوب وإمكاناته ، فليست كل دراسة عاملية مقبولة لمجرد أنها اتبعت هذا العدد الدقيق والمعقد من العمليات الحسابية الطويلة ، وليست كل نتيجة علمية سليمة لمجرد أنها آتية من التحليل العاملى دون غيره ، بل هناك عدد من

♦. مطالعة ممتعة / محمد عموش .

التصميات التجريبية لا يصلح التحليل العاملى لمعالجتها ويصبح من التعسف أحيانا اللجوء إليه إن لم يكن من الخطأ تماماً .

بقى أن نعرف بعد كل هذا، أن التحليل العاملى لا يستطيع تدارك أو علاج الأخطاء الناجمة عن سوء التناول أو عدم الدقة سواء فى القياس أو الضبط . إن تناولا خاطئاً للظواهر لا يصححه أسلوب إحصائى دقيق أو سليم ، كما أن نتائجا صحيحة لأسلوب إحصائى سليم تحتاج قبل كل شىء لباحث مدقق قادر على استخلاص دلالاتها من إطاره النظرى الأساسى وتكوينه العلمى والتراث العريض الذى يتحرك خلاله .

♦. مطالعة ممتعة / محمد عموش .

الباب الأول

الفصل الأول

تاريخ التحليل العاملى

♦. مطالعة ممتعة / محمد عموش .

يعزى ميلاد التحليل العاملي إلى تشارلس سبيرمان C.Spearman الذى ولد فى لندن فى سبتمبر سنة ١٨٦٣ ودرس فى فيرتسبورج وجتنجن وليبزج متنقلا بينهم ، وحصل على الدكتوراه من الأخيرة فى سنة ١٩٠٤ بعد أن درس على فونت Wundt ومولر Müller ونشر وهو فى ليبزج عدد من البحوث ذات الطابع التجريبى . وبمجرد عودته إلى لندن بعد حصوله على الدكتوراه وتشبعه بوجهة النظر الالمانية فى علم النفس ، عين محاضراً بجامعة لندن حيث شغل المنصب الذى كان يحتله مكدوجال W. McDougall فى المعمل الذى كان مجهزاً بأحدث الأجهزة المعروفة فى معامل القارة الأوربية والآتية من معمل مونستربرج بالذات .

ومنذ عودة سبيرمان لانجلترا ظل منشغلا بمشكلة الذكاء والارتباطات بين القدرات العقلية ، وكان الارتباط وحسابه أحد الإنجازات المتعددة التى قدمها جالتون Galton لعلم النفس والذى طوره بيرسون K. Pearson فيما بعد .

وكان أكثر مايثير دهشة وقلق العلماء، ذلك الارتباط المرتفع بين المقاييس

♦. مطالعة ممتعة / محمد عموش .

المختلفة للقدرات العقلية ، وقد استخلص سبيرمان من هذا الارتباط المرتفع ضرورة وجود شيء مشترك ينعكس على الأداء على هذه المقاييس فيحقق بينهما هذا الارتباط المرتفع بمعنى آخر أن الارتباط المرتفع بين أى عدد من مقاييس القدرات العقلية إنما يوحى بوجود عامل يقف خلف الأداء عليها ، ولا يقلل ذلك من حقيقة أن كل مقياس من هذه المقاييس إنما يقيس شيئاً مختلفاً أو يتضمن إلى جانب قياسه لهذا العامل العام قياساً لعامل خاص .

وكانت هذه الوجهة من النظر موضوعا لجدل استمر وقتاً طويلا فيما بعد بين سبيرمان وثورندايك E. Thorndike إذ يرى ثورندايك أن الذكاء ليس عاملا واحداً بل مجموعة قدرات خاصة ومتعددة لا ارتباط بينها إلا فى علاقتها بالتعلم ، أما سبيرمان فيرى ضرورة قبول وجود قدرة عامة مشتركة بين كل أنواع الأداء .

بناء على هذه الفكرة نشر سبيرمان فى سنة ١٩٠٤ مقالا اكتسب فيما بعد شهرة واسعة ، فى مجلة علم النفس الأمريكية بعنوان : « الذكاء العام تقريره وقياسه موضوعياً » :

« General Intelligence, objectively determined and measured »

تناول فيه تفسير الارتباط بين متغيرين بوصفه دالا على وجود عامل عام بين المتغيرين وعامل نوعى فى كل متغير ، بمعنى أن العامل العام المشترك بين المتغيرات المترابطة يوحى بوجود قدرة عامة شائعة بين كل أنواع الأداء على المقاييس وقد أطلق على هذا العامل العام الرمز G وهو ما فسر فيما بعد على أنه الذكاء .

ويمكن ملاحظة أن النشاط المبكر لسبيرمان لم يكن مصاغاً بوضوح بمفاهيم العامل بالصورة التى نعرفها الآن ، أو التى نجدها لديه بعد سنة ١٩١٢ .

وبالرغم من انتساب التحليل العاملى إلى سبيرمان فليس من السهل إغفال إضافة مبكرة سابقة عليه قدمها كارل بيرسون ، وهى إضافة لها أهمية حاسمة فى

♦. مطالعة ممتعة / محمد عموش .

معالجة الجوانب الإحصائية فى التحليل العاملى مقرراً فيها أسلوب المكونات الأساسية(١) التى عالجها هوتلينج Hotteling فيما بعد ووضع أسس معالجتها وحسابها ، وظهرت هذه الإضافة فى مقالة بيرسون التى لشرها سنة ١٩٠١ فى مجلة الدراسات الفلسفية بعنوان :

« On lines and planes of closest fit to systems of points in space »

إلاأن سبيرمان الذى كرس الأربعين عاما الباقية من حياته لتطوير التحليل العاملى يعد وحده الأب الشرعى لهذا الأسلوب الإحصائى :

وقد عمل سبيرمان وهارت Hart فى سنة ١٩١٢ على تطوير أسلوب مصفوفة الارتباط الهرمية والتى يمكن أن تميز فيها نوعيات من الأداء فى عامل عام G وعوامل نوعية أخرى $S_١$ ، $S_٢$ ، $S_٣$ ... إلخ .

وكان التطور التالى الهام قادما من مهاجمى سبيرمان وليس من تابعيه ، ففى سنة ١٩١٦ أشار طومسون G. Thomson إلى أنه إذا توفر لنا أكثر من نوعين من أنواع الأداء فمن المتوقع أن يوجد قدر من التداخل بين المتغيرات ، فالى جانب العامل G توجد عوامل عامة أخرى . فإذا كان لدينا ثلاث أشكال من الأداء فمن الممكن أن تتضمن ما هو شائع بينها جميعاً أى العامل العام G وما هو شائع بين كل اثنين منها $س_١$ (ما هو شائع بين الأول والثانى) و $س_٢$ (ما هو شائع بين الأول والثالث) و $س_٣$ (ما هو شائع بين الثانى والثالث) ثم عامل خاص لما هو نوعى وخاص فى كل منهما على حدة $S_١$ ، $S_٢$ ، $S_٣$

إذن فبين ثلاثة متغيرات يمكن الوصول إلى سبعة عوامل تقف خلف الأداء عليهم ، عامل عام وثلاث عوامل طائفية(٢) وثلاث عوامل نوعية(٣) .

---

(١) Principal components

(٢) Group Factors.

(٣) Specific.

♦ . مطالعة ممتعة / محمد عموش .

وظل هذا الخلاف الذى بدا بلا حل بين النظريتين إلى أن قام ماكسويل جارنيت Maxwell Garnett بإثبات أن نظرية العاملين لسبيرمان ما هى إلا الصورة الأبسط لنظرية العوامل المتعددة لطومسون ، وأنه لاتعارض حقيقى بين النظريتين ، ولم تنقض فترة طويلة حتى بدأ سبيرمان نفسه يقتنع بهذه الوجهة من النظر ووافق على فكرة العوامل العامة الأخرى وناقشها فى كتابه قدرات الإنسان فى سنة ١٩٢٧ « The abilities of man »

وببداية الثلاثينات بدأ التحليل العاملى يتطور بصورة واضحة فى إنجلترا : بقيادة طومسون ق أدنبره وسيرل بيرت C. Burt ف لندن وفى أمريكابقيادة ثرستون Thurstonee فى شيكاغو .

والتحليل العاملى ، شأنه شأن أية إضافة علمية للمعرفة الإنسانية ، يدين للكثيرين بوجوده ، وفى مقدور المؤرخ أن يضيف أسماء عديدة لتلك القائمة من العلماء التى وإن لم يكن لبعض أصحابها إسهامات مباشرة فى صياغة المنهج ، إلا أن إسهاماتهم كانت جزءاً أساسياً من البنيان الذى يمثله هذا المنحنى العام .. من هذه الأسماء لابلاس Laplace ، كاتليت Quetelet ، جالتون Galton ، بيرسون Pearson سبيرمان Spearman ، جارنيت Garnett ، بيرت Burt ، ثرستون Thurstone طومسون Thomson ، هولزنجر Holzinger .

♦. مطالعة ممتعة / محمد عموش .

الفصل الثاني

خصائص الدراسة العاملية

♦. مطالعة ممتعة / محمد عموش .

إزاء التقدم في أساليب القياس وتوفر المفاهيم السيكلوجية الخاصة بالظواهر المختلفة ، وإزاء العديد من البيانات التجريبية التي أمكن الحصول عليها أصبح من الضروري التقدم لإعادة صياغة هذه المعطيات صياغة نظرية ، أو صياغتها في صورة منظمة تسمح بالتعرف على جوانبها واختبارها بوسائل عديدة، وتسمح في نفس الوقت بتقديم صورة ملخصة ومركزة للعدد الكبير من النتائج الجزئية ، كما تسمح في النهاية ببناء فروض جديدة قائمة على هذه الأسس التصنيفية للبيانات الجزئية .

ولكي نتوصل إلى تحليل لقدرات العقل أو السمات السلوكية ، قائم على معالجة رياضية لبيانات تجريبية توفرت من خلال اختبارات للذكاء، أو القدرات المعرفية الأخرى أو من خلال مقاييس السمات المزاجية ، علينا أن نلجأ إلى التحليل العاملي وهو الأسلوب الذي ينفرد حتى هذه اللحظة بإمكانية تصنيف وتلخيص عدد كبير من الظواهر المترابطة .

♦. مطالعة ممتعة / محمد عموش .

وليس فى مقدورنا اعتبار التحليل العاملى قفزة بالامقدمات فى تاريخ العلم، بل هو فى حقيقة الأمر امتداد لتطور حركة القياس العقلى ونتيجة لازمة عنها .

وإذا أردنا أن نعود إلى الوراء لنضع تاريخاً لهذه الحركة العلمية التى نشأت فى مجال علم النفس ، فلن نبدأ بشكل تأكيد بسبيرمان ، ذلك أن البداية ليست هى بأى حال مجرد الصياغة الرياضية والمعالجة الجبرية التى يتضمنها الأسلوب .

البداية هى كيف بدأ الاهتمام يتركز فى قدرات العقل ، وفى القياس الموضوعى ، وفى محاولة وضع تفاصيل المعطيات التجريبية فى نسق منظم .

سنجد لهذا المنحى تاريخاً حافلا بالأسماء ، فمنذ تأكيد تشارلس دارون Darwin لأهمية العوامل العقلية فى التطور خلال العقد الثامن من القرن التاسع عشر ، إلى اهتمامات جالتون فى نفس الفترة التى اتسعت لتشمل دلالات نظرية دارون فى التطور العقلى والقياس الموضوعى لهذه القدرات، إلى استخدامه لاختبارات التداعى والتى نقلها عنه فونت واستخدمها فى معمله خلال الفترة الثانية من نشاط المعمل التى تلت إصداره لكتاب أصول علم النفس ، إلى كاتل J.M. Cattell الذى التقى بجالتون سنة ١٨٨٨ واهتم معه بدراسة القدرات واستخدام الاختبارات فى القياس العقلى .

إذن من مدرسة جالتون بدأ الاهتمام بمحاولة استخدام الصياغة الإحصائية للعلاقة بين القدرات المختلفة والمعالجة الكمية للمقاييس ، ولا يعنى هذا أن هذه المرحلة هى أول بداية للتعامل الكمى مع المعطيات النفسية فليس من السهل هنا إغفال فخنر Fechner أو قانون فيبر Weber فى السيكوفيزيقا Psychophysics حوالى سنة ١٨٥٨ وهو القانون الذى وضعه فخنر وأطلق عليه اسم فيبر ، ولانستطيع أن نغفل كذلك أهمية منهج التنبهات الثابتة الذى ندين فيه كذلك لفخنر منذ سنة ١٨٦٠ ثم ميلر Müller سنة ١٨٧٩ ثم أخيراً سبيرمان .

♦. مطالعة ممتعة / محمد عموش .

لعل هذه هى السلسلة الطويلة والصحيحة للانتقال من التعامل مع الاستجابات المفردة إلى التعامل مع عينات واسعة من الاستجابات ، إذ اتجه التفكير إلى أنه من الأفضل أن نصنف العديد من الاستجابات للمنبهات الثابتة ثم نحسب تكرار كل استجابة ، ونقسم التكرارات على عدد مرات حصولنا على الاستجابة الجزئية لكى نحصل على الاطراد أو الحدوث النسبي(١) لأنواع الاستجابات المختلفة ، فاطراد نسبي قدره ٤٦ ٪ يدل على حدوث الاستجابة ٤٦ مرة لكل مئة مرة لنفس المنبه ، وهكذا .

اهتم جالتون إذن بالعلاقات ، وصاغ بيرسون المعادلات الارتباطية ، ووضع سبيرمان نظرية العاملين أو الفروق الرباعية(٢) ومنذ ذلك التاريخ وامتداداً وتطوراً لهذه الحركة أصبحنا نملك العديد من المناهج والأساليب العاملية ومن الأنساق النظارية التى تصف وتفسر بناء العقل والشخصية وغيرهما من الجوانب السيكلوجية .

ملاحظة الخصائص وتكميمها :

سنتقدم بعد قليل للتعامل مع علاقات ومعاملات إحصائية وعدد من الأنساق الرياضية مبتعدين قليلا عن المفاهيم والظواهر السيكلوجية المباشرة ، وعلينا أن نتقدم من أساس واضح لكى نكون على بينة من الأمر عندما تتشابك الصورة ويصبح تعاملنا مقصوراً على الأرقام والعلاقات الرياضية .

يبدأ الباحث بمعطيات سيكلوجية بحت ، ويعبر عن هذه المعطيات فى صورة كمية ، ثم نترك معطياتنا جانبا ونتعامل مع هذه الكميات لندخلها فى علاقات ونستخلص منها عوامل ، ونتصورها من خلال أبنية رياضية ذات خصائص معينة .

---

(١) Relative frequency.

(٢) Teterad differences.

♦. مطالعة ممتعة / محمد عموش .

السؤال هنا ، هل يمكننا بعد كل ذلك أن نرتد من هذه الصورة الرياضية والمعالجة الجبرية المعقدة إلى صورة واقعية تصف سلوك إنسان فرد أو قدراته ؟ وهناك من يقف موقفا أكثر تطرفا منكرا أن نرتد من مرحلة مبكرة عن هذه وهى مرحلة الدرجة على مقياس أو اختبار لكى نصف الفرد ونفهمه .

الخصائص والأعراض :

لنتناول مثالا إيضاحيا من علم الطبيعة ، وسنتبين فى النهـــاية أن الأمر لايختلف عما يحدث فى علم النفس ، أمامى على مكتبى الآن تمثال معدنى صغير أستخدمه كثقل يحفظ الأوراق من التطاير ، وهو يبـــدو من الملاحظة المباشرة صغيراً ، ثقيلا ، لامعا ، سهل التحريك ، مقاوم للهواء ، متربا أحيانا ، به خدش جانبي ، وبالنسبة لى أو لغيرى من الأفراد تبدو مجموعة الأوصاف هذه مرئية ومحسوسة ومباشرة وقد لانختلف عليها بأية صورة من الصور فهى واقعية تماماً وفى متناولنا .

غير أننى إذا طلبت من صديق من علماء الطبيعة أن يعطينى الأوصاف العلمية لهذا التمثال فسيعود به إلى معمله ليقدم لى بعد ذلك جدولا يتضمن درجة الكثافة للمعدن ، ودرجة الصلابة ، والوزن الذرى ،والخصائص الكهرومغناطيسية وحركة الذرات وهكذا .

الفارق بين ملاحظتنا الواقعية وملاحظات عالم الطبيعة لنفس الظاهرة هى أننا نقدم معطيات الخبرة المباشرة ، أما هو فيقدم الخصائص(١) الأساسية . فى ضوء معطيات عالم الطبيعة هذا يمكن إقامة العلم ، ويمكن التعامل مع هذه المادة ، وفى ضوء ما أعرفه من أوصاف أو أعراض جزئية خاصة بتمثال بعينه أراه كل يوم وأحسن وصفه لايمكن إقامة علم ، وأقصى مايتوفر لى بأسلوبى فى الملاحظة والوصف إمكانية التناول المحدود فى ضوء الخبرة الجزئية .

(١) Proparities.

♦. مطالعة ممتعة / محمد عموش .

مهمة العالم إذن هى السعى نحو ملاحظة الخصائص الأساسية وليس الأعراض ، الخصائص العامة التى تتحول بين يديه إلى صياغات رياضية ومعادلات وصفية وتفسيرية ، وبالنسبة لنا إما أن نكون علماء نفس نستطيع التعامل مع الخصائص العلمية العامة للقدرات والسلوك مثل التشبعات والتباينات والانحرافات المعيارية والمتوسطات والارتباطات ، أو أن نكون من عامة الناس أصحاب الخبرة والفهم المباشر نبحث عن معارف تمنحنا قدرا من الاستبصار فى الحياة اليومية يدلنا عن من سيخدعنا ، ومن نلجأ إليه عادة فى مواقف معينة ، ومن يمكن أن يساعدنا فى حل تمرين فى الحساب .

إذن فالصورة التى نخرج بها من مثل هذه المعالجات الرياضية المعقدة لاتكاد تصلح لوصف حالة فردية محددة (مع بعض الاستثناءات مثلما نجد فى حال الـ P. Technique[(١)]) وعلينا أن لانلجأ إلى التعسف فى محاولة تطويع هذه الصورة العامة للوفاء بمطلب جزئى . إن أهم مانلجأ إليه هنا هو إمكانية التوصل إلى نسق تصنيفى للحقائق ، نسق قائم على معطيات تجريبية ، وقابل لتلخيص مئات من العلاقات بين هذه المتغيرات التى نقوم بقياسها ، فى صورة مؤشرات شديدة العمومية . وعلينا أن نتتبع خطوات الوصول إلى هذه العوامل لنتعرف على خصائص الصورة .

القياس الكمى للظاهرة النفسية :

يتلخص منطق القياس فى التعريف الشهير الذى قدمه كيمبل Campbell من أنه « تعيين الأشياء بالأرقام وفق قواعد محددة » وقد تكون هذه الأرقام بمثابة رموز لفئات منفصلة أو رموز لرتب متتابعة لاتتميز فيما بينها بوحدات كمية دقيقة فى شكل فروق بين رتبة وأخرى ، وقد تكون فى شكل كميات متصلة

---

(١) انظر الفصل السادس عشر .

♦. مطالعة ممتعة / محمد عموش .

تقبل الجمع والطرح . ويتعين دائماً التمييز بين طبيعة الظواهر التى نعين بالأرقام حتى يمكن التعرف على قواعد هذا التعيين بين حالة وأخرى .

ويترتب على التعامل مع الإعداد بمفاهيمها المختلفة (بوصفها رموز لفئات أو كميات متصلة . . الخ) أنواعا متعددة من الملاحظات والتناول للظواهر يختلف من حالة إلى أخرى .

ويوفر لنـــا القياس النفسى أساليب تصميم المقاييس المختلفة ومحكات قبولها كما يوفر لنا عددا من الأسس الموضوعية لتقدير صلاحية المقياس للاستخدام .

ورغم أن هذه الأسس ضرورية بصفة عامة فى مجال القياس الكمى للظاهرة النفسية إلا أنها تكتسب أهمية خاصة فى مجال الدراسات العاملية ، فنحن لا نستطيع أن نضمن مصفوفتنا الارتباطية التى سيتم تحليلها متغيراً منخفض الثبات ، إذ يؤدى هذا الثبات المنخفض إلى اختلال أساسى فى البناء العاملى بالإضافة إلى أنه قد يتضمن من جانب آخر عددا من العيوب فى قياسنا للظاهرة أو تحديد خصائصها التى نقوم بقياسها .

يجب إذن على الباحث أن يستبعد على الفور المتغيرات منخفضة الثبات ، وقد يكون السؤال هنا : ماهى النقطة التى نستطيع أن نعتبر أن الثبات حولها يعد منخفضا ؟ بالطبع نحن لا نملك تقديراً مطلقا لمثل هذه النقطة ؛ ومعامل الثبات لا يمكن تقديره بمحك دلالة معامل الارتباط بين مرحلتى عملية القياس أو جزئيها، ذلك أن الثبات بحكمه مثل نسعى للتوصل إليه وهو أن نصل إلى معامل يبلغ ١٫٠ وكلما اقتربنا من هذا المثل كلما حققنا المستوى المرجو من الثبات . إلا أنه ينصح عادة باستبعاد المتغيرات التى يقل ثباتها عن ٠٫٥ ، كما ينصح أيضاً باستبعاد المتغيرات التى قد يرتفع ثباتها عن ذلك ، إذا كانت هناك فروق واضحة بينها وبين بقية متغيرات الدراسة الأكثر منها ارتفاعا (كأن يكون ثبات المتغير ٠٫٦٥ مثلا بينما لا يقل ثبات أى من المتغيرات الأخرى عن ٠٫٩٠ مثلا) .

♦. مطالعة ممتعة / محمد عمرش .

وبالنسبة للصدق فالأمر لايقل أهمية ، فالمقياس الصادق يمكننا من التعرف على عناصر أو مصادر اشتراكه فى عامل معين مع بقية المتغيرات ، وإذا تضمنت الدراسة متغيرا أو متغيرات ينخفض صدقها فقد يؤدى ذلك إلى عدم قدرتنا على استشفاف طبيعة الجوانب المشتركة بين المتغيرات وحيث نحصل على تباينات متعددة غير قابلة للتفسير وكلما دققنا فى صدق المقياس وتأكد لدينا أن المقياس إنما يقيس ظاهرة واحدة وبقيسها بشكل جيد كلما تقدمنا نحو نتائج عاملية قابلة للتفسير متسقة فى كثير من جوانبها مع الأطر النظرية التى بدأنا منها .

البداية إذن فى الدراسات العاملية هى عملية القياس للظواهر المختلفة والحصول على تقدير كمى لهذه الظاهرة . ولنفترض الآن أننا أمام قدرة أطلقنا عليها اسم التجريد[1] وإن هذه القدرة تظهر فى إمكانية المفحوص التوصل إلى الفئات العامة التى تتضمن عددا من المسميات الجزئية التى تقدم إليه فى مقياس ثابت وصادق وعندما نقدم هذا المقياس لفرد واحد يمكننا أن نحصل على تقدير لقدرته على التجريد غير أن هذا التقدير لايفيدنا كثيراً طالما لايوجد حد أقصى يمكن أن نقول أنه قمة القدرة المقاسة كما أن هذا التقدير يكاد أن يكون بلاقيمة طالما لايقبل المقارنة بتقدير آخر يسمح لنا باستنتاج إذا ما كانت القدرة على التجريد لدى هذا الفرد مرتفعة أم منخفضة .

يضاف إلى كل ذلك أن هذه المعلومة حتى إذا توصلت إليها بالنسبة لفرد واحد قد تفيدنى فى فهم بعض جوانب قدرة هذا الفرد ولكنها لاتفيدنى فى فهم الظاهرة نفسها .

ولكى نفهم الظاهرة فإننا فى حاجة إلى خطوتين أساسيتين :

الخطوة الأولى : أن نطبق اختبارنا على عدد كبير من الأفراد ، على عينة عريضة تمكننا من تقدير الفروق الفردية ومقدار التباين الذى تتحرك فيه هذه

---

(1) Abstraction.

♦. مطالعة ممتعة / محمد عموش .

القدرة ، ونحصل على هذا التقدير فى شكل متوسطات وانحرافات معيارية ، وقد لايكون للتموسط نفسه وجود بوصفه معبرا عن درجة فرد معين ، إلا أنه المؤشر الذى نستخدمه لوصف هذه القدرة لدى هذه العينة ، وبهذا المتوسط والانحراف المعيارى نستطيع أن نتعامل مع مؤشر دقيق إلى حد كبير للظاهرة فى مجتمع معين .

الخطوة الثانية : قد يثيرها لدينا حقيقة وجود الفروق الفردية داخل عينة ما، ورغم أنها حقيقة مسلم بها ، إلا أنها تدفعنا باستمرار لاستكشاف متغيراتها . وقد يثيرها لدينا رغبتنا فى التعرف على العدد الآخر من المتغيرات الذى يعمل مع هذه القدرة مكونا لمناخ سيكلوجى معين يتفاعل بشكل ما ،وبحيث لانستطيع أن نفهم عنصراً من عناصره دون أن نفهم مكوناته المختلفة فى نفس الوقت وبقدر مايتيحه لنا التقدم العلمى من تكوين لمفاهيم جديدة وتوفير لمقاييس واختبارات تقيس هذه المفاهيم . الخطوة الثانية إذن هى أن نفترض عدداً آخر من المتغيرات التى قد ترتبط بهذه القدرة فنتجه إلى قياسها لدى نفس العينة ، فنفترض مثلا أن القدرة على التجريد قد ترتبط بالنسبة للفرد بقدرته على فهم الألفاظ فنضيف اختبارا للفهم اللفظى ، أو أنها ترتبط بذكائه فنضيف اختباراً للذكاء أو ترتبط بقدرته على تكوين المفاهيم فنضيف اختباراً آخر لهذه القدرة وهكذا .

وبقياس هذه القدرات المختلفة لدى كل فرد من أفراد العينة نحصل لكل فرد على درجة فى كل واحدة منها ولنطلق على متغيراتنا الرموز الآتية ا ، ب ، جـ ، د على الترتيب فإذا كانت عينتنا مكونة من مائة مفحوص فسنحصل على أربعة أعمدة تمثل المتغيرات الأربعة ومائة صف تمثل درجات الأفراد على كل المتغيرات كالآتى :

♦. مطالعة ممتعة / محمد عموش .

المفحوص / المتغير	ا	ب	جـ	د
١	١٢	٧	١١٤	٣
٢	١٥	٧	١٢١	٩
٣	١١	٢	٩٧	٥
الخ	١٤	٩	١٠٢	٧

والمتوسطات والانحرافات المعيارية لا تكفى هنا للاجابة عن السؤال الذى طرح منذ قليل عن العلاقة بين التجريد وبقية المتغيرات أو السؤال عن العامل الذى يقف خلف القدرة على التجريد ، الأسلوب المناسب هنا هو حساب الارتباطات .

♦. مطالعة ممتعة / محمد عموش .

الفصل الثالث

منطق الارتباط

♦. مطالعة ممتعة / محمد عموش .

معامل الارتباط :

كان لابتكار معامل الارتباط أهمية كبيرة فى مجال العلوم البيولوجية والسلوكية ، فمن خلاله اكتشفت علاقات عديدة بين ظواهر متباينة ، كما تأكدت علاقات أخرى لاحصر لها لم تكن واضحة أو مقدرة بشكل دقيق ، كما كانت تحوط بعضها أفكار غائمة وغير علمية أدت إما لنشوء نظريات لاتعتمد على حقائق واقعية وإما إلى تأخر فهمنا لظواهر مترابطة تدخل معا فى أنساق مشتركة .

وكان الارتباط بين سمات الآباء وسمات أبنائهم هو الحالة الكلاسيكية التى عرض من خلالها معامل الارتباط فى صورته العلمية كما ابتكره فرانسيس جالتون فى سنة ١٨٨٦ والذى استخدمه للكشف عن المدى الذى يرتبط به طول قامة الأبناء البالغين بطول قامة آبائهم .

ويعد التطور فى الإحصاء التطبيقى بصفة عامة خلال القرن التاسع عشر

♦. مطالعة ممتعة / محمد عموش .

نتيجة طبيعية ومباشرة لمكتشفات تشارلس دارون فى التطور ، إذ أصبحت الأساليب الاحصائية أداة ضرورية فى المجال لحل الكثير من المشكلات التى ظهرت نتيجة للاهتمام الكبير والتركيز الشديد على الملاحظات الاستقرائية ، واستخــــدام مقاييس الفروق الفردية ، لا فى مستوى الخصائص النباتية والحيوانية وحدها ، بل وفى مستوى سلوك الكائنات الحية ، بما فيها الإنسان ، وكان معامل الارتباط أحد أساليب الإحصاء التطبيقى الهامة التى ترتبت على نظرية التطور وما أثارته من مشكلات علمية متعددة تطلبت أبحاثاً لاحصر لها استخدم فيها معامل الارتباط .

ويستخدم أسلوب معاملات الارتباط فى الكثير من الدراسات ، بل إن الإنسان العادى يعرف جيدا من حياته اليومية منطق الارتباط بين الظواهر وما يترتب على هذا المنطق ، ويسلك وفق هذا المنطق بشكل متسق ، فسائق السيارة يعرف أن هناك ارتباطاً بين سرعته فى القيادة وبين الزمن الذى يحتاجه لقطع مسافة معينة ، وهو يزيد من سرعته عدة كيلومترات فى الساعة ليقطع المسافة المطلوبة فى فترة زمنية أقل ليصل مبكرا لمقصده .

ويعرف التلميذ أن هناك ارتباطا بين كمية تحصيله وبين درجاته فى امتحان نهاية العام الدراسى ، وهو ينظم سلوكه وتحصيله فى ضوء هذا الارتباط الواضح فى ذهنه .

نحن نتعامل فى هذين المثالين - مثال السائق ومثال التلميذ - مع متغيرين بينهما تباين ثنائى(١) أو تباين مشترك ، فى حالة السائق يوجد متغير السرعة التى يقود بها سيارته من ناحية وتوجد الفترة الزمنية التى يستغرقها للوصول إلى مقصده من ناحية أخرى وهناك تغير مشترك فى كلا المتغيرين ، فكلما زادت السرعة كلما قل الوقت المستغرق ، فالارتباط هنا ارتباط سلبى بين الظاهرتين نتيجة للقدر

---

(١) Bivariate.

♦ . مطالعة ممتعة / محمد عموش .

من الاتساق فى ارتفاع كم الظاهرة الأولى وانخفاض كم الظاهرة الثانية . وفى المثال الثانى لدينا المتغير الأول هو كمية التحصيل والمتغير الثانى هو درجات نهاية العام الدراسى ، وكلما ارتفع مقدار تحصيل التلميذ كلما ارتفعت درجاته فالارتباط هنا ارتباط إيجابى نتيجة لقدر مماثل من الإتساق فى الارتفاع المشترك لكل من التحصيل ودرجات الامتحان .

ويستخدم الحساب الإحصائى لمعامل الارتباط للإجابة على ثلاثة جوانب رئيسية يثيرها التباين الثنائى لمتغيرين .

<u>الجانب الأول</u> : هو هل هناك ارتباط بين المتغيرين أم لا ؟ بمعنى هل يوجد ذلك الاتساق بينهما فى الظهور والاختفاء أو الاتساق فى الزيادة والنقصان أم لا ؟ بغض النظر عن اتجاه هذا الإتساق ومقداره .

<u>الجانب الثانى</u> : إذا وجد هذا الارتباط بين المتغيرين فهل يسير الاتساق بينهما فى اتجاه واحد أم يسيران بشكل متسق كل منهما فى اتجاه عكس الآخر ، وبتعبير آخر هل الارتباط بينها إيجابى أم سلبي ؟

<u>الجانب الثالث</u> : ما هى درجة أو قوة الارتباط بين المتغيرين ، هل هو ارتباط قوى أم ارتباط ضعيف سواء أ كان موجباً أم سالباً ، ويحكم فكرتنا عن القوة والضعف احتمالية ظهور هذا الارتباط فى المجتمع الخارجى واحتمالات تكراره فى الحالات المختلفة .

وعندما يوجد تغير متسق بين متغيرين يسير فى نفس الاتجاه كما نجد فى الجدول التالى رقم (١ ، ١) بحيث يتزايدان معاً ويتناقصان معاً نستطيع أن نحصل على معامل ارتباط تام بينهما نعبر عنه رياضيا بالواحد الصحيح ولأنه ارتباط إيجابى

♦. مطالعة ممتعة / محمد عموش .

تام فالتعبير الأدق هو (+ ١٠ر) وإن كنا لا نضع عادة علامة الإيجاب (+) لأنها تفهم ضمنا .

جدول رقم (١) يبين حالات الاتساق فى التغير بين
مجموعتين من الدرجات لمتغيرين وحالة عدم اتساق

س	ص
٤	٦
٢	٣
٨	١٢
١	٢

(ا)
ارتباط إيجابي

س	ص
١٠	صفر
٥	٥
٨	٢
٣	٧

(ب)
ارتباط سلبي

س	ص
١٠	صفر
٩	٩
١	١٠
١	١

(ح)
لا ارتباط

أما إذا كان الارتباط منتظما وتاما بين المتغيرين ولكن الاتساق عكسى فى تغيرهما كما يظهر فى الجدول (١ ، ب) فإن قيمة معامل الارتباط ستكون — ١٠ر أى أن الارتباط سلبي . وفى الحالة التى لا يوجد فيها هذا الاتساق فى فى التغير بين الدرجات كما فى الحالة ح من الجدول فإن الارتباط يصبح صفرا أى لا ارتباط بين المتغيرين .

معنى هذا أن الارتباط بين متغيرين يتراوح عادة بين الارتباط الإيجابي التام + ١ر والارتباط السلبي التام — ١ر ، ويمكننا أن نجد ظواهر نفسية واجتماعية متعددة ترتبط ارتباطات إيجابية كالذكاء وحل المشكلات أو التعلم والانتباه ، كما نجد ظواهر أخرى ترتبط سلبيا كالتوتر وجودة الأداء ، والتعب

♦. مطالعة ممتعة / محمد عموش .

والمرحة ، والعصابية والتوافق وهكذا . غير أننا لانستطيع غالبا أن نجد ارتباطا تاماً بين أى ظاهرتين حيث يعنى الارتباط الإيجابى التام شكل من أشكال الهوية وفى حالة الهوية هذه نصبح أمام إيحاء قوى إننا نتعامل مع متغير واحد وليس متغيرين .

إذن، يتراوح معامل الارتباط بين أى ظاهرتين بين ±١ر١ وهو غالباً كسر الواحد الصحيح أى أنه قيمة إلى يمين العلامة العشرية دائماً ، وعندما تكون هذه القيمة صفر أو قريبة من الصفر فمعنى هذا أنه لا ارتباط بين المتغيرين .

وتتعدد أساليب حساب الارتباط بين المتغيرات المختلفة نتيجة لطبيعة هذه المتغيرات وما إذا كانت تخضع للقياس الكمى الدقيق أو الترتيب أو مجرد العد ويمكننا أن نجد خمس فئات رئيسية تنتظم فى أحدها العلاقات الثنائية بين أى متغيرين ، ويتوفر لكل فئة من هذه الفئات الخمس أساليب مختلفة لحساب الارتباط بين المتغيرين تقوم على أساس منطق العلاقة والنسق الرياضى الأساسى وراءها ، وتتلخص هذه الفئات فى الآتى :

الفئة الأولى : والتى يكون كلا المتغيرين فيها متضمنا لمفردات لاينتظمها ترتيب معين ولاتهم فيها الكمية ولكن تخضع مفرداتها للعد كأن نقوم بحساب الارتباط بين عدد الناجحين من فئة فريق كرة القدم وعدد الناجحين من فريق التمثيل .

الفئة الثانية : حيث يتضمن كلا المتغيرين مفردات قابلة للترتيب وفقاً لكمياتها بغض النظر عن هذه الكميات كأن نحسب الارتباط بين ترتيب النجاح لتلاميذ فصل دراسى وترتيب انتهاءهم من الامتحان خلال الوقت المسموح به دون أن نهتم أن درجة نجاح الأول كانت مئة درجة والثانى ٨٠ درجة والثالث ٧٩ ودون

♦. مطالعة ممتعة / محمد عموش .

أن نهتم ان الأول خرج بعد نصف الوقت مباشرة والثانى قبل الانتهاء من الامتحان بعشر دقائق وهكذا .

الفئة الثالثة : حيث يتضمن كلا المتغيرين مفردات قابلة للقياس الكمى وهى الحالة التى نجدها عند حساب الارتباط بين درجات الأفراد : أطوالهم وأوزانهم ، ذكائهم وتحصيلهم ، سرعتهم محسوبة بالدقائق أو الثوانى وكفاءتهم محسوبة بمقياس الأخطاء أو الجودة ذو وحدات كمية .

الفئة الرابعة : حيث نجد مفردات غير منتظمة ، لا فى الترتيب ولا فى الكمية كمفردات الفئة الأولى ولكنها مثلها قابلة للعد ، فى ارتباطها بمتغير قابل للقياس الكمى كمتغيرات الفئة الثالثة ، كأن نحسب الارتباط بين درجات اختبار للانتباه وبين كون أفراد تلامذة فصل دراسى أعضاء فى فريق كرة القـــدم أم لا .

الفئة الخامسة : حيث تخضع مفردات أحد المتغيرين لترتيب معين مثلما نجد فى مفردات الفئة الثانية بينما تخضع مفردات المتغير الآخر للقياس الكمى كالحالة التى نقوم فيها بحساب الارتباط بين ترتيب وصول عدد من السباحين لنقطة الهدف وبين عدد ضربات الزراعين للماء لكل منهم خلال الدقيقة الواحدة(١) .

---

(١) ويلاحظ أن لكل فئة من هذه الفئات أساليب معينة لحساب الارتباط تتفق مع طبيعة المتغيرات فى الفئة ولا تصلح طريقة واحدة لحساب الارتباط لكل الفئات ، كما تختلف كل طريقة فى حسن تقديرها للتباين الحقيقى بين المتغيرين .

♦. مطالعة ممتعة / محمد عموش .

التمثيل الهندسى لمعامل الارتباط :

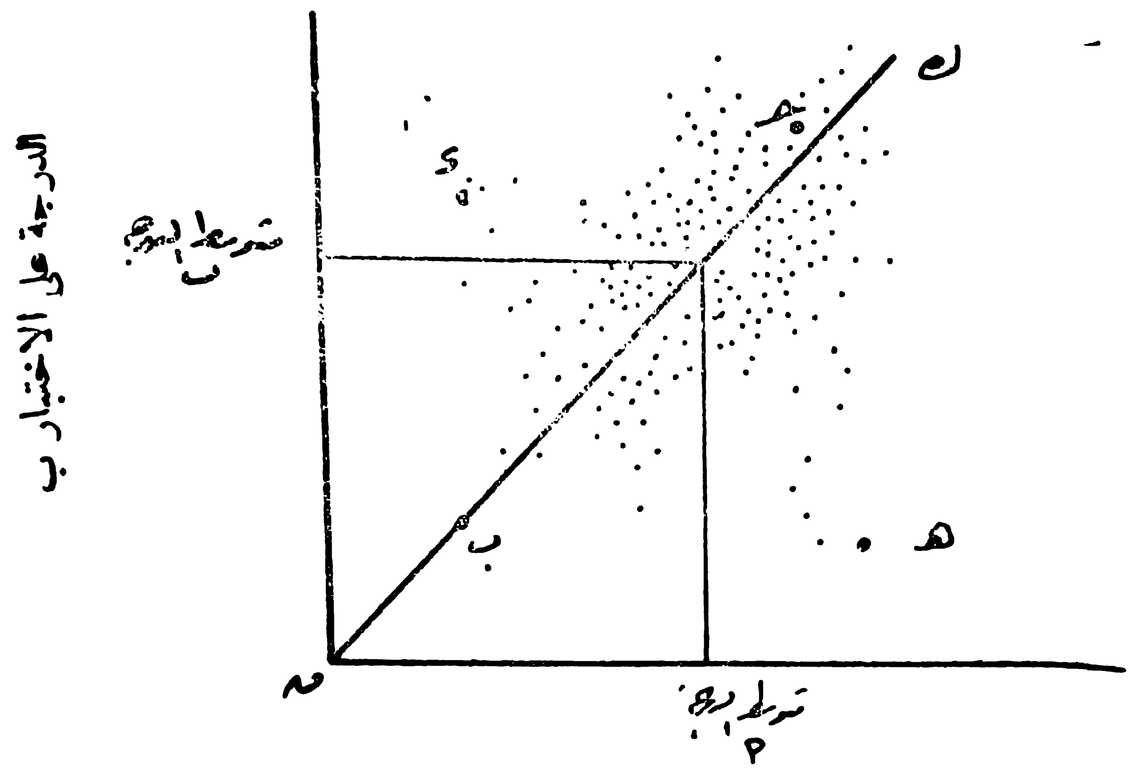
يذكر القارىء الذى سبق له دراسة معامل الارتباط الصياغة الإحصائية المألوفة للارتباطات وهى صياغة جبرية يمكن الرجوع إليها فى كتب الإحصاء المختلفة ، ويحتاج دارس التحليل العاملى لصياغة هندسية مبسطة لمعامل الارتباط بين متغيرين تسهم فى المراحل التالية فى تيسير فهمه الأفكار الخاصة بالمحاور والمتجهات وغير ذلك من المفاهيم التى سيلتقى بها خلال دراسته لجوانب المعالجة العاملية لمعاملات الارتباطات .

ويعد أسلوب التمثيل البيانى من الأساليب المفيدة والمناسبة لتصوير الارتباط بين متغيرين ، إذ نستطيع تمثيل درجات عينة من الأفراد على اختبارين باستخدام محورين متعامدين محور أفقى يمثل الاختبار الاول ومحور رأسى يمثل الاختبار الثانى وتقع درجة كل فرد من أفراد العينة على الاختبارين بين المحورين وتمثلها نقطة واحدة ، ويبين تشتت النقط أو الأحداثيات توزيع درجات الأفراد على المتغيرين وهو ما يظهر فى شكل رقم (١) .

وكل إحداثية بين المحورين (تسمى النقطة بين المحورين المحددة لدرجة شخص واحد على المتغيرين إحداثيه) تمثل درجتى أحد أفراد العينة على الاختبارين فإذا قمنا بتوصيل خط مستقيم من إحداثية معينة ليقطع المحور ا موازيا للمحور ب عرفنا درجة الفرد صاحب هذه الإحداثية على المتغير ا ونفس الأمر بتوصيل الإحداثية بخط مستقيم يقطع المحور ب مواز للمحور ا نعرف درجة الفرد على المتغير ب .

♦. مطالعة ممتعة / محمد عموش .

شكل رقم (١) لتوزيع درجات متغيرين
لعينة من الأفراد



الدرجة على الاختبار ا

ويلاحظ فى الشكل السابق (شكل رقم ١) أن إحداثيات الأفراد تميل إلى الشكل البيضاوى أو الاهليليجى وحيث نجد أن النقطة م تحتل مركز هذا الشكل واقعة داخل أكثر مناطق الشكل الاهليليجى كثافة بحيث تعبر عن متوسط الدرجات(١)، وهذه الحالة لاوجود لها فى الواقع الفعلى إلانادرا ونحن نستخدمها هنا بهدف إيضاح الخصائص المثالية للعلاقة بين متغيرين .

وإذا افترضنا أن شخصا ما حصل على درجة مناسبة على المتغيرين بحيث يقع فى وسط أعلى كثافة للاحداثيات ، فإننا نستطيع أن نتصور أن النقطة م هى موقعه وبالتالى تصبح هذه النقطة ممثلة فى حقيقة الأمر لمتوسط درجات أفراد العينة على الاختبارين ا ، ب .

---

(١) وهى نقطة التقاء متوسطى الدرجتين ا ، ب .

. مطالعة ممتعة / محمد عموش .

ويعطينا النمط أو الطريقة التى تحتشد بها الإحداثيات فكرة عن إشارة الارتباط وما إذا كان موجباً أم سالباً ، وقوة أو مدى هذا الارتباط بين درجات الاختبارين ، فالمحور الرئيسى للشكل البيضاوى يبين فى مروره من نقطة الأصل متخذاً الاتجاه ق ك ميل درجات الاختبارين للتزايد بصفة عامة من خطوة لأخرى ، كما أن النقطة ب (انظر الشكل) تمثل فرد منخفض الدرجـــة على الاختبارين ا ، ب ، بينما الفرد الذى تمثله النقطة حـ مرتفع الدرجة على الاختبارين وإذا عرفنا أن سائر الأفراد تتحدد إحداثياتهم بنفس النمط الذى تعبر عنه النقطتين ب ، حـ فنستطيع أن نقول فى هذه الحالة أنه يوجد ميل لارتباط إيجابى مرتفع بين المتغيرين وهى تقريباً الحالة التى يعبر عنها اهليليجى واضح كالمعروض فى الشكل السابق .

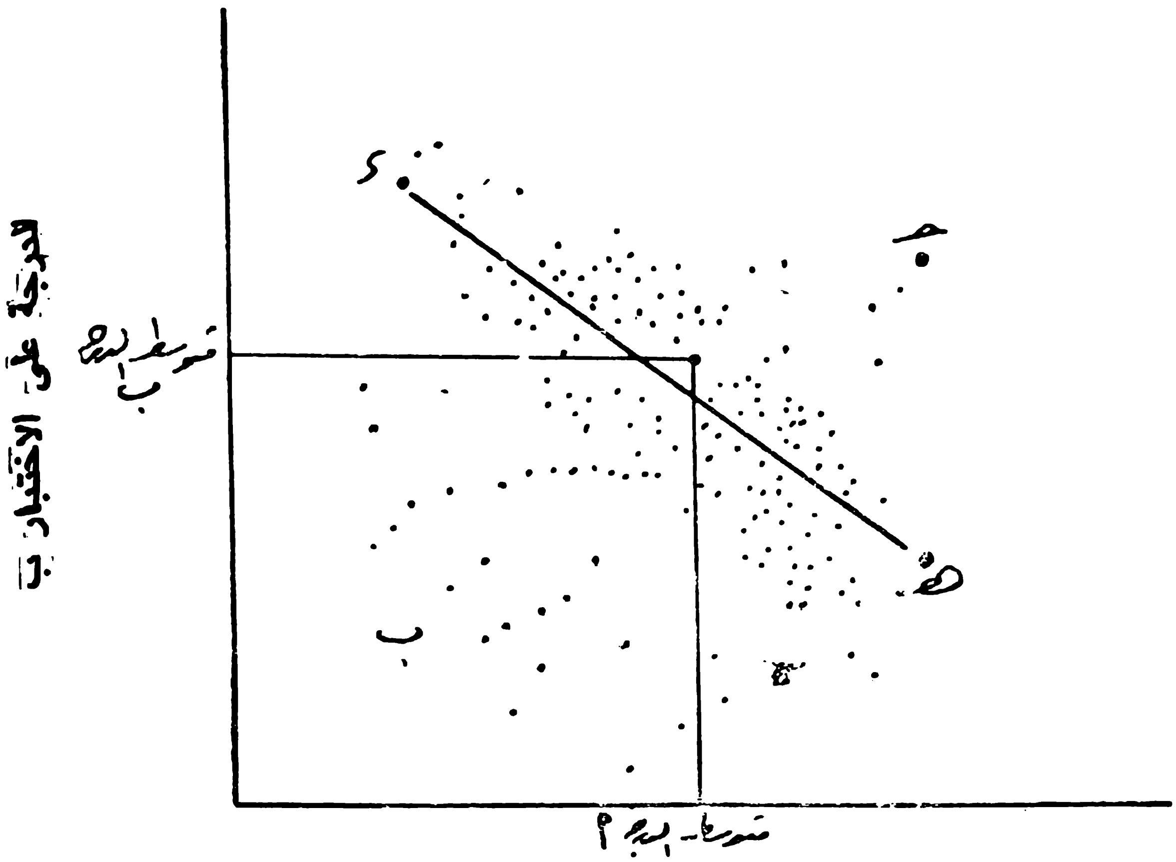
أما إذا أخذت الإحداثيات نمطاً آخر للتوزيع على المحورين بحيث نجد بعض الأفراد يأخذون موقعاً كموقع الفرد د (انظر الشكل) وهو موقع يعنى درجة منخفضة على المتغير ا ودرجة مرتفعة على المتغير ب أو كموقع الفرد هـ والذى يعنى درجة مرتفعة على المتغير ا ومنخفضة على المتغير ب فإن الارتباط الإيجابى ينخفض هنا بين درجات الأفراد على المتغيرين .

وإذا تراكمت النقط أو الإحداثيات حول خط جديد يصل بين النقطتين و ، هـ بدلا من ق ، ك بحيث نجد أغلب الأفراد وليس بعضهم فى هذا التوزيع الجديد فإن الارتباط هنا يصبح ارتباطاً سلبياً حيث تتزايد الدرجة على أحد المتغيرين بينما تتناقص على المتغير الآخر كما يظهر فى الشكل رقم (٢) الذى يوضح هذه الحالة والذى تلاحظ فيه أن أى نقطة حول الخط د هـ تمثل درجة مرتفعة على متغير تقابلها درجة منخفضة على المتغير الآخر .

غير أن هذه الطريقة لتمثيل الارتباط بين متغيرين لا تعد طريقة مثلى ، إذ نستطيع استخدام طرق أفضل من خلال تلخيص هذا التوزيع باستخدام خطوط

♦. مطالعة ممتعة / محمد عموش .

شكل رقم (٢) لتوزيع درجات متغيرين
بينهما ارتباط سالب لعينة من الأفراد



الدرجة على الاختبار ا

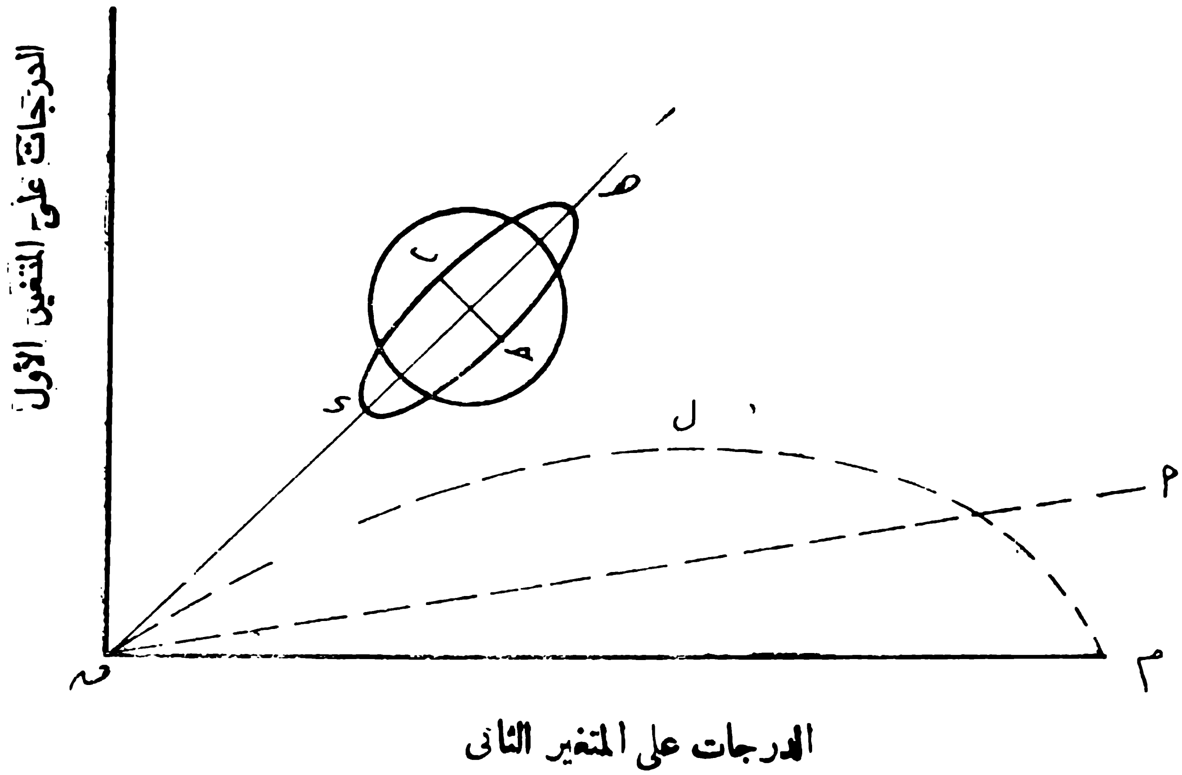
محيطية كتلك المستخدمة فى الجغرافيا نستطيع بواسطتها التوصل إلى تقدير دقيق لشدة الارتباط وليس لاتجاهه فقط وتمثل الخطوط المفردة والأشكال البيضاوية والدوائر هذه التوزيعات حيث تعبر عن تباينات مختلفة لكثافة النقط أو الإحداثيات ونمط توزيعها كما يمثلها الشكل التالى كمثال لهـــذه الطريقة فى التعبير .

وعندما تتجمع الإحداثيات فى حالة ما فى صورة قريبة من الخط المستقيم ق هـ فإن الارتباط يكون تاماً وموجباً (أى + ر ١) وتكون الزاوية الحادثة مع الخط الممثل للمحور الرئيسى معتمدة على مدى الدرجات ومقاييس الرسم المستخدمة للمتغيرين ، فمنذ استخدام مقياس رسم مختلف للمتغيرين ، وقد يكون ذلك نتيجة لمدى الدرجات على الاختبارين إذ قد تتراوح الدرجة على أحدها بين

♦. مطالعة ممتعة / محمد عموش .

شكل رقم (٣) مثال للتعبير بالخطوط المحيطية

عن توزيع إحداثيات متغيرين



١ ، ١٠ بينما تتراوح الدرجة على الآخرين ٦٠ ، ١٥٠ مثلا كالحالة التى نجدها فى اختبارين للمرونه والذكاء ، سنجد أن الخط الناتج سيأخذ الاتجاه العام ق ه أما فى حالة استخدام مقاييس متطابقة الوحدات على كلا المحورين فإن الخط سيكون على زاوية ٤٥° بينهما .

وكلما تشتت الإحداثيات بعيداً عن هذا الخط المستقيم بطريقة تؤدى إلى تحول محيط النقط إلى الشكل البيضاوى (راجع الشكل السابق) فإن معامل الارتباط يصبح إيجابى وبقيمة تقل عن الواحد الصحيح أى أن الارتباط لا يصبح إيجابياً وتاماً بل إيجابياً فقط ، وشكل البيضاوى واتساعه هو المحدد لحجم الارتباط فكلما كان البيضاوى ضيقاً (المحور الرئيسى متسعاً والمحور الأصغر ضيقاً) كلما كان معامل الارتباط الإيجابى مرتفعاً وكلما اتسع الشكل البيضاوى واقترب من الدائرة كلما اقترب الارتباط من الصفر ، وعندما يصبح المحيط دائرى تماماً

♦. مطالعة ممتعة / محمد عموش .

(راجع الشكل) نكون أمام حالة لا ارتباط فيها بين المتغيرين حيث لا يوجد خط محدد لاتجاه العلاقة نتيجة لتشتت مواقع الأفراد فى كل الاتجاهات فى أربعة أرباع الدائرة .

وبصفة عامة ، وعلى أساس ما نعرفه من الإحصاء عن أشكال التوزيع المتغيرات ، يمكننا أن نقول أن أغلب التوزيعات مقبولة فى التحليل العاملى بشرط إعادة تقدير درجاتها الاصلية وتحويلها إلى توزيع يقربها من خصائص التوزيع الاعتدالى ، وهو أمر مقبول بالنسبة لأغلب التوزيعات بدون حاجة إلى تحويلها[1] إلى توزيع اعتدالى باستثناء حالات الالتواء المفرط[2] والتوزيعات متعـــددة القمم[3] والتوزيعات الناقصة[4] والتى لا تصلح الارتباطات بين متغيراتها للتحليل العاملى ، فالعلاقة التى يمثلها الخط ق هـ فى الشكل السابق (شكل رقم ٣) علاقة مستقيمة[5] بين النقط مكونة من تراكم ملائم للاحداثيات حول المحور الرئيسى للأشكال المحيطية ، غير أنه يمكن أن تكون العلاقة منحنية[6] بين المتغيرين متخذه شكلا كالذى يعبر عنه الخط ق ل م (شكل رقم ٣) إذ بدلا من أن يكون الخط مستقيما كما فى حالة ق هـ يميل نحو أحد محورى الشكل مكونا ما يشبه القوس ، والعلاقات بين المتغيرات التى تأخذ هذه الصورة ليست مناسبة للتحليل العاملى لأن تعريف العامل وصياغته الإحصائية تقوم على فروض أساسية هى ان المعاملات المستخدمة هى لدرجات تعبر عن ارتباط مستقيم .

إذن فالخطوة الأولى كانت البدء بارتباطات مستقيمة بين المتغيرات وحتى

---

(١) Transformation.

(٢) Excessive skewed.

(٣) Multi model.

(٤) Truncated dispersions.

(٥) Rectilinear.

(٦) Curvilinear

♦. مطالعة ممتعة / محمد عموش .

يحسن تقدير العلاقة بين أى متغيرين فمن الأفضل توحيد أساس الدرجة بينهما بدلا من أن تكون درجات كل متغير من وحدات مختلفة ومدى مختلف ويتم ذلك بواسطة تحويل درجات كل متغير منهما من درجات خام إلى درجات معيارية(١) بواسطة قسمة الفرق بين درجة الفرد ومتوسط درجات العينة على المتغير على الانحراف المعيارى لهذا المتوسط(٢) ، ويترتب على هذه الخطوة أن تصبح الدرجات المعيارية لعدد من أفراد العينة درجات سالبة حيث كانت أصلا أقل من المتوسط، مما أدى لأن يكون الفرق بين درجاتهم ومتوسط العينة سالباً ونتيجة قسمته على الانحراف المعيارى سالبة، وتؤدى هذه الحالة الجديدة إلى موقف تصبح فيه درجات الأفراد على المتغيرات بعضها موجب وبعضها سالب وجميعها ذات وحدات منتظمة هى الوحدة الانحرافية المعيارية.

عند هذه النقطة نستطيع إعادة رسم التوزيع للمتغيرين باستخدام هذه الدرجات المعيارية والتى ستؤدى إلى ميزتين رئيستين إذ تؤدى من ناحية إلى تغيير طول المحورين الرأسى والأفقى للتوزيع المحيطى بحيث يصبحا محورين متساويين فى الطول وبوحدات التقسيم المعيارية كما تؤدى من ناحية أخرى إلى تغيير موضع نقطة الأصل فى الشكل لتضعها فى مركز الشكل المحيطى (سواء أكان خطا أو بيضاويا أو دائرة) نتيجة لأن أدنى درجة ليست هى الصفر ولأن عددا من الأفراد يحصلون على درجات معيارية سالبة ، ويبين الشكل رقم (٤) هذه الحالة الجديدة التى كان يعبر عنها الشكل السابق رقم (٣) قبل استخدام الدرجات المعيارية .

يمكننا الآن بمراجعة الشكل السابق أن نلاحظ أن نقطة الأصل م تظهر فى وسط الشكل فى الحالات الثلاث معبرة عن متوسط درجات الأفراد على المتغيرين والدرجات على امتداد المحورين م ا ، م د درجات موجبة والدرجات على امتداد

---

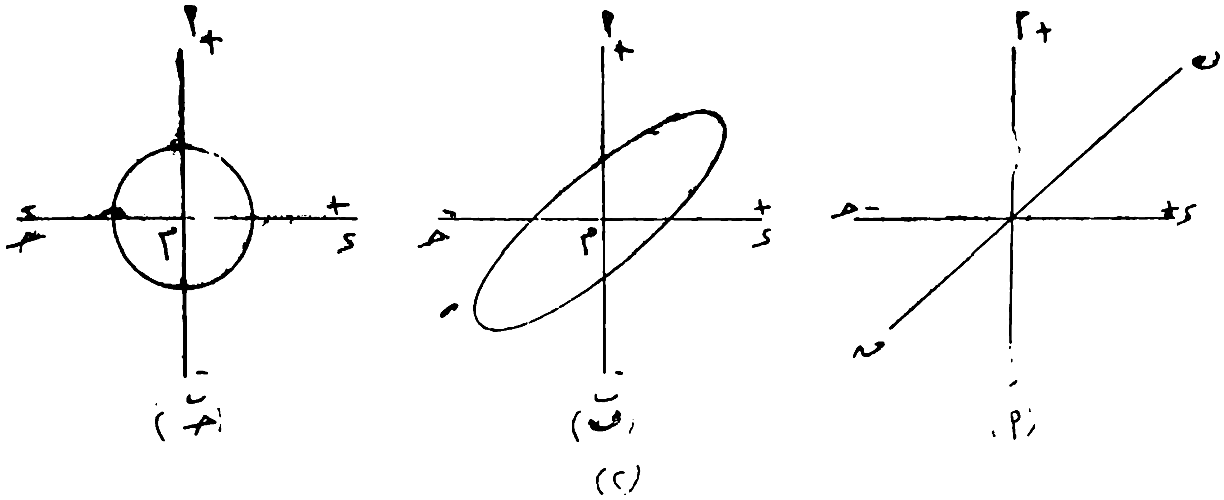
(١) Standard score

(٢) $\frac{\text{س} - \text{م}}{\text{ع}}$

♦. مطالعة ممتعة / محمد عموش .

شكل رقم (٤) يمثل استخدام خطوط محيطية

للتعبير عن الارتباط بين متغيرين باستخدام الدرجات المعيارية



المحورين م ب ، م جـ درجات سالبة وأي فرد يحصل على درجات أعلى من المتوسط في كل من الاختبارين يمكن التعبير عن درجته في الربع الأعلى الأيمن ، أما من يحصل على درجتين كلاهما أقل من المتوسط فيمكن وضع إحداثيته في الربع الأيسر الأسفل ، وبقدر مالدينا من أفراد في هذين الربعين بقدر ما تنخفض احتمالية حصولنا على معامل ارتباط سلبي وتزيد احتمالية حصولنا على معامل ايجابي والعكس صحيح في حالة زيادة الأفراد الواقعين في الربعين الأيسر الأعلى والأيمن الأسفل اللذان يدلان على وجود أفراد ترتفع درجتهم على متغير وتنخفض على الآخر مما يزيد من احتمال الحصول على معامل ارتباط سلبي .

بهذا نصل إلى وضع نستطيع فيه التعبير عن الارتباط بتعبيرات عدد الأفراد الذين يظهرون في كل ربع من أربعة أرباع الشكل ، والخط المستقيم ق ك في الشكل (٤ ، ا) يعبر عن علاقة إيجابية تامة لأنه لايوجد أي فرد من أفراد العينة تقع درجتيه في الربعين الأعلى الأيسر والأسفل الأيمن كما أن البيضاوي في الشكل (٤ ، ب) يشير إلى عدد اكبر من الأفراد في الربعين الأعلى الأيمن والأسفل الأيسر ، وهو مايؤدي إلى ارتباط إيجابي بصفة عامة ، بينما تتضمن الدائرة في الشكل (٤ ، جـ) عدد متساوي من الأفراد في كل ربع من الأربعة مما يؤدي إلى إلغاء كل ارتباط او لارتباط صفري .

جيب تمام الزاوية (جتا) ومعامل الارتباط :

يمكننا التعبير عن الارتباط بين أي متغيرين بوصفه زاوية بين خطين مستقيمين ويشار إلى هذين الخطين باعتبارهما متجهين(١) لهما خصائص مميزة لأنهما يمثلان المتغيرين من حيث الشدة والاتجاه في علاقتهما ، ويمكننا استخدام محوري البياني الذي سبق لنا استخدامهما لتمثيل الاختبارين من حيث الشدة بشرط استخدام نفس المقاييس في التعبير عن درجتي الاختبار(٢) على أن نقوم في نفس الوقت بتدوير هذين المحورين حتى يصل جيب تمام الزاوية(٣) بينهما (جتا) إلى درجة تساوي معامل الارتباط وبذلك يصبحا متجهين للاختبارين يمثلان العلاقة بينهما من حيث الشدة والاتجاه معاً ولإدراك الصلة بين الارتباط وجيب تمام الزاوية يمكننا الرجوع إلى جداول جيوب التمام (انظر الملحق) وسنجد في هذه الجداول أن جيب تمام الزاوية ٦٠ مثلا قيمته ٠٫٥٠٠ وبرسم خطين لهما نفس الطول (حيث أصبحت الدرجات على المتغيرين درجات معيارية) بزاوية قدرها ٦٠° فإننا نعبر بذلك عن ارتباط قدره ٠٫٥٠ بتعبير المتجهات . وللإحاطة بمدى العلاقة بين الارتباط وجيب تمام الزاوية سنفحص الزاويتين صفر ، ٩٠ درجة والأولى هي الزاوية التي نجدها إذا كان المتجهين متطابقين بمعنى أن الدرجات على الاختبارين متطابقة تماما وبالرجوع لجدول جيوب التمام سنجد أن جيب تمام الزاوية صفر يساوي ١٫٠٠٠ وهو ما يتفق مع معلوماتنا عن الارتباط التام بين المتغيرين ، وفي حالة الزاوية القائمة ٩٠° بين المتجهين المتعامدين الممثلين لعلاقة صفرية فسنجد أيضاً من الجدول أن جيب تمام الزاواة ٩٠° يساوي صفر . ومعنى هذا إنه كلما زادت الزاوية بين المتجهين من صفر إلى ٩٠ فإن الارتباط ينخفض

---

(١) Vectors.

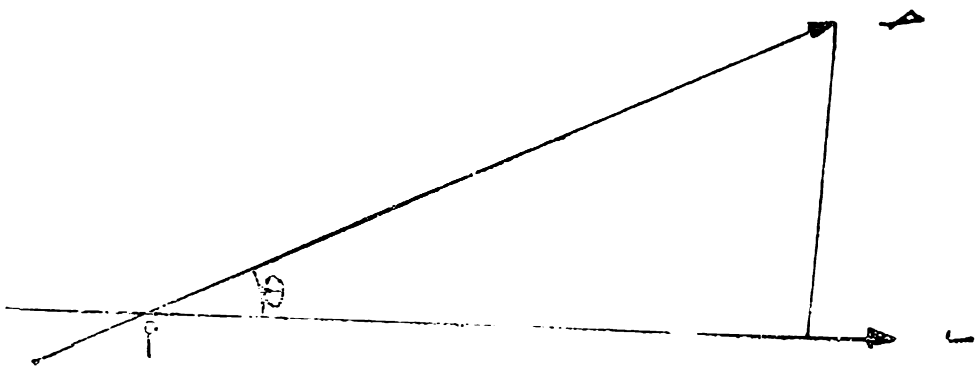
(٢) وذلك باستخدام الدرجات المعيارية كما سبق الاشارة الى ذلك

(٣) جتا = $\frac{\text{المجاور}}{\text{الوتر}}$

♦. مطالعة ممتعة / محمد عموش .

من الواحد الصحيح إلى الصفر ، وأى زاوية بين صفر و ١٨٠ فيما عدا الزاوية ٩٠° تسمى زاوية مائلة(١) والزوايا المنفرجة تقابل الارتباط السلبي ، لذا فزاوية قدرها ١٢٠° مثلا نجد أن جيب تمامها هو — ٥٠ر و يمثل الشكل الآتى رقم (٥) متجهين يعبران عن ارتباط إيجابي بين متغيرين (واستخدمنا هنا الجزئين من المتجهين المقابلين للربع الأعلى الأيمن فى أى من حالات الشكل ٤)

شكل رقم (٥) متجهان يعبران عن
ارتباط إيجابي بين متغيران



المتجهات والمصفوفة الارتباطية :

عرفنا حتى الآن أنه من السهل التعبير عن الارتباط بين متغيرين بتعبيرات المتجهات فنحن نستطيع رسم المتجهين على سطح من الورق أى صفحة الكراسة ذات البعدين الطول والعرض ، وفى حالة وجود عدد من الارتباطات بين أكثر من متغيرين فنحن نعبر عنها جبريا فى شكل مصفوفة ارتباطية فإذا كان لدينا ثلاثة متغيرات وكان الارتباط بينهم كالآتى ١ ، ٢ = ٩٣٩ر٠ ، ٢ ، ٣ = ٧٠٧ر٠ ، ١ ، ٣ = ٤٢٢ر٠ فإن المصفوفة التى تمثل هذه الارتباطات تأخذ الشكل الآتى (جدول رقم ٢) .

---

(١) Oblique.

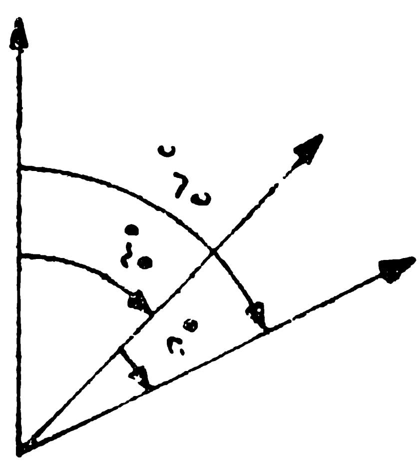
♦. مطالعة ممتعة / محمد عموش .

جدول رقم (٢)

مصفوفة ارتباطية لثلاثة متغيرات

م	١	٢	٣
١	١ر٠٠		
٢	٩٣٩ر	١ر٠٠	
٣	٤٢٢ر	٧٠٧ر	١ر٠٠

نستطيع استخدام هذه المعاملات الإيجابية فى التعرف على الزوايا بين المتجهات وسنجد بالرجوع إلى الجدول إنها كالآتى بالترتيب ١ ، ٢ = ٩٣٩ر زاوية قدرها ٢٠° ، ٢ ، ٣ = ٧٠٧ر زاويه قدرها ٤٥° ، ١ ، ٣ = زاوية قدرها ٦٥° ويمكننا أن نستخدم هذه الزوايا فى تحديد مواضع ثلاث متجهات لهم نقطة أصل واحدة ، ومن حسن الحظ فى هذه الحالة أنه يمكن التعبير عن العلاقة بين هذه المتجهات الثلاثة على مستوى مكانى واحـــد هو الصفحة التى نستخدمها الآن للرسم حيث يمكن تمثيلهم على الصورة التى يبينها الشكل الآتى رقم (٦) .



شكل رقم (٦) ثلاث
متجهات تعبر عن مصفوفة ارتباطية
لثلاث متغيرات موجبة الارتباط

♦. مطالعة ممتعة / محمد عموش .

المتجهات والفضاء المتعدد الأبعاد :

غير إننا لانتجح فى كل الحالات فى استخدام الفضاء ذو البعدين الذى يعبر عنه المكان المسطح لتصوير العلاقات الممكنة بين المتجهات المختلفة فى مصفوفة أخرى بين ثلاثة متغيرات أيضا ، ولكن بالشكل الذى نجده فى الجدول الآتى رقم (٣) نجد أنه يستحيل أن نجد وسيلة لرسم المتجهات الثلاثة لى نفس البعد المكانى .

جدول رقم (٣)

مصفوفة ارتباطية لثلاثة متغيرات

م	١	٢	٣
١	١ر٠٠		
٢	ر٣٠	١ر٠٠	
٣	ر٧٠	ر٤٠	١ر٠٠

حيث نجد أن الزوايا المقابلة لهذه القيم هى ٣٠ = ٧٣° ، ٧٠ = ٤٥° ، ٤٠ = ٦٦° ويستطيع القارىء أن يحاول وضع المتجهات فى مواضعها دون الإخلال بالزوايا بين كل منها والأخرى ولكنه لن يحقق نجاحا طالما يقوم بالرسم على صفحة مسطحة أما إذا تمكن من تصور حيز مكانى ثلاثى الأبعاد وفقاً لنظرية إقليدس Euclidus حيث لدينا طول ولدينا عرض ولدينا ارتفاع وإذا مثلنا المتجهين الأول والثانى على صفحة أمامنا فالوسيلة الممكنة لتمثيل المتجه الثالث هى أن نضعه فى وضع مناظر لعمود الإنارة على الأرض أى قائم بالنسبة للسطح الذى يقف عليه ولتخيل هذا الوضع يستطيع القارىء أن يضم أصابع يده اليمنى ثم يقوم بفرد الأصبعين الوسطى والسبابة بزاوية ٩٠° درجة بينهما ثم

♦. مطالعة ممتعة / محمد عموش .

يقوم بفرد الإبهام إلى أعلى بزاوية أخرى قدرها ٩٠° بينه وبين السبابة وسيرى أن الوسطى والسبابة معاً يشغلان حيزا مختلفاً عن الحيز المكانى للسبابة والإبهام والحيز الأخير بين الوسطى والإبهام وبهذا وحده يستطيع أن يمثل المتجهات الثلاث مع التحكم فى الزوايا بينهم وفقاً لحجم الارتباط بين المتغيرات .

وكلما زاد عدد الاختبارات والمتجهات التى تمثلها كلما زاد الأمر صعوبة ، والواقع أن أغلب المصفوفات الفعلية تتطلب أكثر من ثلاثة أبعاد لكى يمكن وضع كل المتجهات فى زواياها الصحيحة ، وهنا لابد من استخدام مفاهيم الفضاء المتعدد الأبعاد(١) وهو تصور لإمكانية رياضية تساعد على وضع المتجهات المختلفة فى أوضاعها الصحيحة وللقارىء أن يتصور مظلة مفتوحة وكل قوس من أقواسها وعصاها الرئيسية بمثابة متجهة يعبر عن زاوية معينة وعلاقة معينة مع غيره من المتجهات .

الارتباطات والعلية :

بعد أن نتوصل لتقدير للعلاقة بين متغيرين أو بين مجموعة من المتغيرات فعلينا أن نلاحظ أن معامل الارتباط الذى يعبر عن هذه العلاقة لا يتضمن بأية صورة تقديراً لوجود علاقة علية(٢) بين المتغيرين ، فنحن لا نستطيع من ارتباطهما أن نستنتج أن ا هو السبب و ب هو النتيجة ، كما لا نستطيع أن نؤكد أن ب متغير مستقل و ا متغير تابع ، وقد يكون المتغيرين معاً تابعين وهناك متغير ثالث أو رابع أو عدد آخر من المتغيرات يلعب دور المتغيرات المستقلة ، العلاقة الارتباطية لا تتضمن أكثر من وجود قدر محسوب فى شكل معامل إحصائى للتلازم بين ظاهرتين أدى لوجود تباين مشترك بينهما ويخلو تماما من أية معلومة

---

(١) Hyperspace.

(٢) Causality.

♦. مطالعة ممتعة / محمد عموش .

عن العلية ، وعلى ذلك لانستطيع أن نخرج من دراسة تستخدم فيها معاملات الارتباط بنتيجة عن أثر متغير أو متغيرات على ظاهرة معينة أو تأثير متغير أو عدد من المتغيرات فى ظاهرة ما ، كل ما نخرج به لايزيد عن تقدير للعلاقات بين المتغيرات أما أسباب هذه العلاقات أو الارتباطات فتخرج تماماً عن منطق معامل الارتباط وتدخل فى مجال تصميمات معملية أو تجريبية دقيقة ليس هنا مجالها .

وطالما يقوم التحليل العاملى على هذه الارتباطات فهو يخلو أيضاً من أية دلالة تتعلق بالعلية ولا نستطيع أن نستنتج من التحليل العاملى أية معلومة بهذا الشأن ، ويبقى أمامنا المعنى الأساسى للعوامل من أنها تصنيف للعدد الكبير من العلاقات الارتباطية ولنوعيات التباين المشترك بين المتغيرات التى تتضمنها المصفوفة الارتباطية التى نقوم بتحليلها عامليا .

دلالة معامل الارتباط :

عندما نحصل على معامل للارتباط بين متغيرين فإن هذا المعامل يتراوح بين ± ١ر وقد يرتفع معامل الارتباط إلى أكثر من ٦ر مثلا أو ينخفض إلى ٠٤ر وقد يكون موجبا أو سالبا ولا يكتسب معامل الارتباط دلالته من قيمته المطلقة فلا أهمية لهذة القيمة المطلقة طالما أن أحد المؤشرات التى تدخل فى حساب معامل الارتباط هى حجم العينة ، ودرجات الحرية المختلفة وقوانين الاحتمالات التى تصبح هى المحك لدلالة معامل الارتباط ، وعلى ذلك فمعامل ارتباط بين متغيرين فى عينة ذات حجم معين يبلغ ٤ر قد لا يكون ذا دلالة بينما معامل ارتباط آخر بين نفس المتغيرين وفى عينة ذات حجم أكبر يبلغ ٣ر٠ فقط قد يكون مرتفع الدلالة . ويتعين على الباحث أن يفحص دلالة معاملات الارتباط(*) التى يحصل عليها واحتمالية ظهور هذه المعاملات فى المجتمع ، وعادة ما تكون

(*) انظر جدول دلالة معاملات الارتباط بالملحق

♦. مطالعة ممتعة / محمد عموش .

معاملات الارتباط مقبولة الدلالة إذا كانت عند مستوى ٠٥ر وهو مستوى يعنى أن هذا المعامل يمكن ظهوره بين المتغيرين فى ٩٥ حالة من كل ١٠٠ حالة[١] وتقبل بالطبع وبتقدير أكبر لأهميتها معاملات الارتباط الدالة عند مستوى ٠١ر أو ٠٠٥ر أو ٠٠١ر

معاملات الارتباطات المختلفة :

يوفر لنا تراث الإحصاء عدد من أساليب حساب الارتباط بين المتغيرات ويقوم كل أسلوب من هذه الأساليب على خصائص المتغيرات التى نتعامل معها فإذا كان المتغير يقبل القياس الكمى وكانت درجاته فى شكل قيم خام متصلة يمكننا أن نستخدم معامل ارتباط بيرسون[٢] Pearson وإذا كانت فى شكل ترتيب لقيم الأفراد على المتغيرين أو ترتيبين لخصائص المتغيرين لدى عينة من الأفراد فنستطيع استخدام معامل ارتباط الرتب[٣] لسبيرمان Pearman S ، كما نستطيع استخدام معامل الارتباط الرباعى[٤] أوغيره من معاملات الارتباط لتقدير العلاقة بين المتغيرين وقد سبق أن ذكرنا طبيعة المتغيرات فى تصنيفنا للمجموعات الخمس وأساليب الحساب التى تتطلبها كل مجموعة .

والسؤال الهام الذى يواجهنا هنا ويتعين الإجابة عليه هو : أى أنواع معاملات الارتباط صالحة دون غيرها للتحليل العاملى ؟ وهل يمكننا أن نستخدم فى تحليل عاملى واحد ارتباطات بين متغيرات ناتجة عن أساليب مختلفة ؟ بمعنى أن يكون الارتباط بين بعض متغيرات المصفوفة محسوبا بطريقة بيرسون بينما الارتباطات بين البعض الآخر ارتباط للرتب أو بمعامل فاى[٥] .

---

(١) مع توفر نفس الظروف التجريبية التى استخلص منها هذا المعامل .

(٢) Product moment.

(٣) Rank order.

(٤) Tetracoric.

(٥) Phi.

♦. مطالعة ممتعة / محمد عموش .

الواقع أن كل أساليب معاملات الارتباط صالحة للتحليل العاملى ، فنحن نستطيع تحليل مصفوفة حسبت الارتباطات بين بعض متغيرتها بطريقة وحسبت بين البعض الآخر بطريقة أخرى ، وهو مايتضمن أن كل أساليب الارتباط صالحة للتحليل العاملى مع تحفظ وحيد فى هذه الحالة وهو أن تكون جميع معاملات الارتباط المستخدمة معاملات مستقيمة .

♦. مطالعة ممتعة / محمد عموش .

الفصل الرابع

المصفوفة الارتباطية

♦. مطالعة ممتعة / محمد عموش .

المصفوفة الارتباطية (١) :

عندما نقوم بتصميم دراسة بأسلوب التحليل العاملى فإننا نختار عددا من المتغيرات وفق اعتبارات مختلفة يفرضها إطارنا النظرى ومجموعة المفاهيم التى نبدأ بها ولا توجد دراسة يمكن أن تبدأ باختيار عشوائى لمجموعة من المتغيرات ، بل يتعين باستمرار أن نتحرك فى مجال متجانس بقدر ما فطالما أن مهمة التحليل العاملى هى التصنيف لمجموعة من التباينات أو أشكال الأداء أو السمات فلابد أن يكون هذا التصنيف لمجال متجانس(٢) إلى حد كبير . وقد يتضمن هذا المجال خمسة متغيرات مثلا أو عشرة أو عشرين متغيرا وبعد أن نقوم بعملية القياس

---

(١) Correlation matrix.

(٢) Homog nous.

♦. مطالعة ممتعة / محمد عموش .

متوخين لشروطها المنهجية نقوم بحساب معاملات الارتباط بالأسلوب المناسب بين كل متغير وآخر. وسنحصل نتيجة لهذه العمليات الحسابية بين عدد كبير من المتغيرات على عدد من معاملات الارتباط ، إذ سنقوم بحساب الارتباط بين المتغير الأول والثانى ثم الأول والثالث ثم الأول والرابع ثم الأول والخامس ، ثم نحسب الارتباط بين الثانى والذى يليه وهكذا . ولا يمكننا أن نتعامل مع قائمة من معاملات الارتباط لا يحكمها نظام معين سواء فى الحساب أو العرض . وهنا نلجأ إلى تمثيلها فى شكل مصفوفة(١)

فإذا كان لدينا متغيرين فقط وكان الارتباط بينهما ٧ر. فيمكننا أن نمثلهما بالشكل الآتى :

المتغيرات	١	٢
١		٧ر٠
٢	٧ر٠	

معنى هذا أن الارتباط بين المتغير الأول والثانى يبلغ ٧ر. إذ تقسم المصفوفة إلى عدد من للصفوف مناظر لعدد المتغيرات ، وعدد من الأعمدة يناظر نفس العدد من المتغيرات وفى تقاطع الصف المعين وليكن الصف رقم ١ مع العمود المعين وليكن العمود رقم ٢ نضع معامل الارتباط بين المتغيرين اللذين يحملان رقمى الصف والعمود ، وهذا مانجده فى مثالنا السابق فى الصف الأول والعمود الثانى نجد $ر_{١٢}$ أى الارتباط بين المتغير الأول والثانى ، وفى الصف الثانى والعمود الأول نجد $ر_{٢١}$ أى الارتباط بين المتغير الثانى والأول ، وبالطبع فإن الارتباط بين المتغير الأول والثانى هو نفسه الارتباط بين المتغير الثانى

(١) Matrix.

♦. مطالعة ممتعة / محمد عموش .

والأول ، ويطلق على هذا الجدول المربع اسم مصفوفه ، وهناك أنواع مختلفة من المصفوفات سندرسها فيما بعد ، إلا أن مايجب أن نعرفه هناهو أن جميع المصفوفات الارتباطية مصفوفات مربعة(١) .

نعود إلى المصفوفة السابقة التى تتضمن الإرتباط بين المتغير الأول والمتغير الثانى سنجد أن الخلية التى توجد فى الصف الأول والعمود الأول خالية، والخلية التى تقع فى الصف الثانى والعمود الثانى خالية أيضاً ، وطبقاً للقاعدة التى ذكرناها فيمكننا أن نضع فى كل منها معامل الارتباط بين المتغيرين اللذين يحملان رقمى الصف والعمود أى الارتباط بين المتغير الأول والمتغير الأول (فى الخلية ١، ١) والارتباط بين المتغير الثانى والمتغير الثانى (فى الخلية ٢ ، ٢) وستكون هذه المعاملات عبارة عن ١ر١ صحيح فى كل الحالات وبذلك يمكن استكمال الجدول أو المصفوفة السابقة لتصبح كالآتى :

المتغيرات	١	٢
١	١ر٠٠	٠ر٧
٢	٠ر٧	١ر٠٠

وبنفس الطريقة نستطيع أن نصمم مصفوفة ارتباطية تضم جميع معاملات الارتباط بين المتغيرات المختلفة ، وتحتوى المصفوفة الارتباطية على عدد من معاملات الارتباط قدره $\frac{ن \times ن - ١}{٢}$ حيث ن هى عـــدد المتغيرات المستخدمة فى الدراسة ، فإذا كانت متغيراتنا خمسة ، يصبح عـــدد معاملات الارتباط التى نخرج بها والتى تمثلها المصفوفة هى $\frac{٥ \times ٤}{٢} = ١٠$ معاملات ارتباط كما يبينها الجدول الآتى رقم (٤) .

---

(١) Square matrices.

♦. مطالعة ممتعة / محمد عموش .

جدول رقم (٤) شكل المصفوفة الارتباطية

المتغيرات	١	٢	٣	٤	٥
١	ر١١	ر٢١	ر٣١	ر٤١	ر٥١
٢	ر١٢	ر٢٢	ر٣٢	ر٤٢	ر٥٢
٣	ر١٣	ر٢٣	ر٣٣	ر٤٣	ر٥٣
٤	ر١٤	ر٢٤	ر٣٤	ر٤٤	ر٥٤
٥	ر١٥	ر٢٥	ر٣٥	ر٤٥	ر٥٥

غير أننا نلاحظ من فحص هذه المصفوفة أن هناك قيم بجميع خلاياها ، وبما أنها تتكون من خمسة صفوف وخمسة أعمدة (٥ × ٥) فتصبح عناصرها بذلك ٢٥ عنصراً ، ومع ذلك فهى تحتوى فى حقيقة الأمر على عشرة معاملات ارتباطية فقط وهذا صحيح فى ضوء ملحوظتين هامتين .

الأولى : هى أننا نستبعد من حسابنا قيم معاملات الارتباط القطرية(١) ويقصد بالمعاملات القطرية ، معاملات الارتباط التى تشغل الخلايا القطرية فى المصفوفة ، وهى الخلايا التى تحمل رقما واحدا للصف والعمود معا مثال ذلك الخلايا ١ ، ١ و ٢ ، ٢ و ٣ ، ٣ و ٤ ، ٤ و ٥ ، ٥ وتمثل هذه المعاملات القطرية ارتباط المتغير بنفسه ولا تعد معاملات ارتباط تجريبية حيث يمكن استنباطها بدون حساب وبدون جمع ملاحظات من الظاهرة لأن هذا المعامل إنما يعبر عن ثبات الهوية .

---

(١) Diagonal.

♦. مطالعة ممتعة / محمد عموش .

الثانية : هى أن هذه المعاملات القطرية تقسم المصفوفة المتماثلة[١] أو المربعة[٢] إلى نصفين متماثلين بحيث نلاحظ أن معامل الارتباط بين المتغيرين ٤ ، ٥ أى ر٤٥ = معامل الارتباط بين المتغيرين ٥، ٤ أى ر٥٤ لأن العلاقة الارتباطية بين أى متغيرين علاقة تبادلية أى أن الارتباط بين ا،ب = الارتباط بين ب ، ا وبهذا يصبح عدد معاملات الارتباط فى أى مصفوفة هو ماتحدده المعادلة السابقة $\frac{ن \times ن - ١}{٢}$

خصائص المصفوفة الارتباطية المناسبة للتحليل العاملى :

رغم أننا ذكرنا من قبل إن فى مقدورنا أن نضمن مصفوفتنا الارتباطية أنواع مختلفة من معاملات الارتباط إلا أن هناك عدد من الخصائص التى يجب توفرها فى المصفوفة الارتباطية أو فى مصادر هذه المصفوفة لكى تكون صالحة للتحليل العاملى ، ولا يقصد بكون المصفوفة صالحة للتحليل العاملى أن مصفوفة أخرى لاتستوفى هذه الخصائص لاتقبل المعالجة الإحصائية ، بل نقصد من ذلك أن المصفوفة الارتباطية التى لاتستوفى هذه الشروط بشكل جيد تؤدى إلى نتائج متضاربة تفتقد إلى حد كبير القابلية لإعادة الإنتاج[٣] فى التحليلات العاملية التالية لدى باحثين آخرين بالإضافة لفساد نتائجها . وهذه الخصائص هى :

---

(١) Symetrical

(٢) Square.

(٣) Replicability.

♦. مطالعة ممتعة / محمد عموش .

الخاصية الأولى :

هى ضرورة أن تمثـل المصفوفة الارتباطية معاملات ارتباط مستقيمة بين المتغيرات ، ذلك أن الارتباط المنحنى أو غير المستقيم يعبر عن وجود مناطق ذات مستويات أو درجات ارتباطية مختلفة بين توزيعى المتغيرين ويترتب على ذلك أن لايتمكن معامل الارتباط المستقيم - إذا استخدم — من التعبير عن التباين الحقيقى بين المتغيرين والارتباطات المختلفة بين المناطق ، أما إذا استخدم معامل الارتباط المنحنى فإن النتائج لاتؤدى إلى صورة متسقة ذلك أن التشبعات الخاصة بالمتغيرات على العوامل - كما سنرى فيما بعد - إنما هى فى حقيقة الأمر ارتباطات مستقيمة ، وبالتالى لايمكننا أن نبدأ بارتباطات مستقيمة لتقدير علاقة منحنية ثم نعبر عنها عامليا فى شكل تشبعات تتضمن مفهوم الاستقامة ، كما لايمكننا أن نبدأ بارتباطات منحنية لننتهى بنتيجة مستقيمة عامليا .

وأولى أساليب الفحص المباشر التى يمكن أن يلجأ إليها الباحث هنا هى أن يقارن بين المتوسط والانحراف المعيارى المتغيرات المرتبطة فإذا وجد أن الانحراف المعيارى لأحدها يساوى أو يزيد عن المتوسط ، فعليه أن يختبر الاستقامة بين المتغيرين ليتبين صحة فرض عدم الاستقامة فى العلاقة بين هذا المتغير وبقية المتغيرات . وذلك بحساب نسبة الارتباط(١) بين المتغيرين ليتبين إذا

---

* تستخدم فى هذه الحالة المعادلة الآتية : $ر^{٢} = \frac{١ - ع^{٢}_{س ص}}{ع_{ص}^{٢}}$ أو

$ر^{٢} = \frac{١ - ع^{٢} ص}{ع^{٢} ص^{٢}}$ وحيث درجة الارتباط تعد دالة لتباين خطأ التقدير بالنسبة للتباين الكلى للمتغير المعين أو المحدد بعلاقة خطية مستقيمة .

(١) eta او Correlation ratio

♦. مطالعة ممتعة / محمد عموش .

ما كانت العلاقة مستقيمة أم منحنية(١) . أما إذا وجد أن الانحراف المعيارى أصغر من المتوسط فلا مبرر هنا للشك فى عدم استقامة العلاقة .

الخاصية الثانية :

هى ضرورة أن تتضمن المصفوفة الارتباطية عددا من المعاملات الصفرية بين المتغيرات بمعنى أن توجد ارتباطات دالة بين بعض المتغيرات وارتباطات صفرية أو لا ارتباط بين البعض الآخر ، ذلك أن افتراضنا لوجود عوامل خلف هذه الارتباطات ، يترتب عليه أن يوجد أساس للتصنيف ، أى فئات تصنيفية تشمل بعض المتغيرات المترابطة بينما تخرج عنها متغيرات أخرى منخفضة أو معدومة الارتباط بالفئة التصنيفية الأولى ، ولكى تحتل هذه الأخيرة فئة تصنيفية مستقلة أو عامل مستقل ، معنى هذا أن أحد مؤشرات هذا الأساس التصنيفى هو وجود هذه العلاقات الصفرية بين بعض المتغيرات ، ووجود علاقة دالة بين عدد آخر من المتغيرات ، وكلما كان فى المصفوفة عدد من الارتباطات الصفرية كلما تمكنا من التوصل إلى عوامل مستقلة متمايزة إلى حد كبير .

الخاصية الثالثة :

هى ضرورة استخدام معامل الارتباط المناسب فى المصفوفة التى نبغى تحليلها وتحدد استخدامنا لمعامل الارتباط طبيعة الدرجة على المقياس ، وما إذا كانت عبارة عن قيم متصلة فيصلح لها هنا معامل ارتباط بيرسون أو قيم منفصلة لا يصلح لها هذا المعامل فنستخدم هنا أسلوبا آخر من أساليب الارتباط سواء الثنائى(٢) أو أحد صور معاملات التوافق الممكنة .

---

(١) Curve linear.

(٢) Biserial.

♦. مطالعة ممتعة / محمد عموش .

وفى حالة ما إذا كانت لدينا متغيرات حصلنا على تقدير لها فى شكل قيم متصلة بينما حصلنا على تقدير لمتغيرات أخرى فى شكل قيم متقطعة ، فيمكننا أن نستخدم أحد الأساليب التى توفر لنا معاملات ارتباط لهذين النوعين من القيم (راجع الفصل الثالث) ويمكننا أن نضمن المصفوفة الواحدة معاملات ارتباط مختلفة طالما تتوفر لدينا تقديرات لتصحيح هذه المعاملات لما تساويه بطريقة القيم المتصلة للعلاقات المستقيمة .

وعلى ذلك فلا حرج من استخدام أى نوع من أنواع الارتباطات أو أكثر من معامل ارتباط فى المصفوفة الواحدة بما يتلاءم مع طبيعة الدرجات على المتغيرات المختلفة .

الخاصية الرابعة :

تفرضها طبيعة أهدافنا من التحليل العاملى ، فطالما نؤكد أن العوامل المستخلصة تعبر فى حقيقة الأمر عن أشكال التباين المتعددة بين المتغيرات وهى التباينات التى تعبر عنها مقاييسنا المستخدمة فى المرحلة الأولى لجمع الملاحظات ، فيتعين فى هذه الحالة أن نحرص على إلغاء الآثار الناتجة عن عدم تجانس العينات حتى نتخلص من القدر الأكبر من أنواع التباين غير المقيس الذى يتضمنه عدم تجانس العينة وهو ما لا تستطيع الاختبارات أن تعبر عنه بوضوح .

ويتسع مفهوم التجانس بحيث يمكن أن يؤدى إلى تثبيت عدد لا حصر له من المتغيرات ، ويلجأ الباحث المدرب إلى تثبيت المتغيرات المختلفة التى يتوسم أنها تؤدى لعدم تجانس أفراد العينة لكى يتيح الفرصة لأنواع التباين بين المتغيرات التجريبية للظهور فى العوامل العامة التى تعبر عن مناطق التباين بين المتغيرات .

ويمكن أن يضيق مفهوم التجانس بحيث يقتصر على تثبيت عدد محدود

♦. مطالعة ممتعة / محمد عموش .

من المتغيرات ويرى جيلفورد Guilford فى هذا المجال أنه من المرضى أن يقوم الباحث بتثبيت أهم المتغيرات التى تميز العينات تمييزاً جوهرياً مثل السن والجنس والمستوى التعليمى ، وهو حل مناسب بالنسبة للبحوث المتادة التى تستخدم عينات متوسطة الحجم ، وقد يقتصر الباحث على تثبيت عدد محدود من المتغيرات التى يعتقد أنها ذات صلة بخلق أشكال من عدم التجانس بين الأفراد بناء على نتائج بحوث سابقة ولا يقوم بتثبيت متغيرات أخرى مثل الجنس أو السن مثلا نتيجة لوجود دلائل من دراسات سابقة على عدم ارتباط متغيراته بهذين المتغيرين مثلا .

إلا أن حسن السياسة يتطلب منا أن نستوفى دائما الشروط المناسبة فى العينات وفقاً لأصول التصميم التجريبى للدراسة ، ولا تتضمن نظرية التحليل العاملى تيسيرات إضافية فى هذا الشأن ، ويتعين على الباحث أن يراعى شروط اختيار العينة الجيدة من ناحية ، وأن يتنبه - من خلال فحصه للتراث - لمجال الظاهرة والمتغيرات المتعلقة بها من ناحية أخرى .

الخاصية الخامسة :

هى ضرورة أن تكون الارتباطات التى تتضمنها المصفوفة لمتغيرات مستقلة تجريبياً ويقصد بالاستقلال التجريبى بين المتغيرات ، أن لانقوم بقياس متغير لدى عينة معينة ثم نقوم بقياس خاصة أخرى مترتبة بشكل أو بآخر على هذا المتغير لنعتبرها متغيراً جديدا ذلك أن ترتب الخاصية الثانية على الخاصية الأولى يؤدى فى حقيقة الأمر إلى استخدامنا لمتغيرين مرتبطين أولياً وبالتالى لا يكون للتباين الذى يتولى معامل الارتباط تقديره دور هام فى التصنيفات العاملية التى نسعى للتعرف عليها .

ومثال للمتغيرات المرتبطة واقعياً أو أولياً طول الشخص أثناء وقوفه

♦. مطالعة ممتعة / محمد عموش .

وطوله أثناء جلوسه ، فطوله أثناء الجلوس مرتبط تماما بطوله فى وقوفه وبحيث لانستطيع أن نتصور أن طول شخص قصير القامة أثناء جلوسه يمكن أن يكون أكثر من طول شخص طويل القامة أثناء جلوسه ، إذن فالعلاقة تكاد أن تكون ثابتة بين الطول أثناء الوقوف والطول أثناء الجلوس .

إذن يجب أن لاتتضمن مصفوفتنا ارتباطات لمتغيرات مترابطة أوليا . بل يجب أن تكون معاملاتنا الارتباطية لمتغيرات مستقلة تجريبيا ، وكلما كانت المتغيرات المقاسة مستقلة تجريبيا كلما كان تصميمنا العاملى جيداً .

الخاصية السادسة :

ولا يقل أهمية عن الخاصية السابقة ضرورة استخدام مقاييس مستقلة لقياس كل بعد من الأبعاد المختلفة التى تشترك فى المصفوفة الارتباطية ، فاستخلاص أكثر من درجة من الاختبار أو المقياس الواحد يؤدى إلى ارتباط زائف بين المتغيرات التى يقيسها هذا الاختبار فعندما نستخدم اختباراً واحداً لقياس الأصالة والطلاقة معاً على سبيل المثال ، بحيث نعتبر عدد الاستجابات على بنود الاختبار ، مقياساً للطلاقة بينما نعتبر جودة الاستجابة أو مهارتها وفقاً للمحكات المستخدمة بمثابة تقدير للاصالة ، يترتب على استخلاص الدرجتين من نفس المقياس ارتباط زائف(١) بين المتغيرين ، فهو من ناحية ارتباط إيجابى ، وهو ما لا نملك دلائل تؤكد أن التجربة أو الواقع الخارجى يوحى به ، وهو من ناحية أخرى ارتباط مرتفع دائماً ، وهو أيضا أمر لا يمكن التحقق منه تجريبياً . ويعود كلا الأمرين إلى أن عدد إجابات الأصالة على المقياس ستظل دائماً نسبة أو كسر من عدد استجابات الطلاقة ، ووفقاً لقوانين الاحتمالات فان زيادة عينة الاستجابات التى يقدمها المفحوص أى طلاقته ستصحبها زيادة نسبية فى عــدد

---

(١) Artificial.

. مطالعة ممتعة / محمد عموش .

الاستجابات التى يمكن أن تقبل وفقاً لمحكات الجودة أو المهارة أى درجة الأصالة .

وعلى ذلك ينصح دائماً أن نتوخى استخدام مقاييس مستقلة لقياس كل متغير على حدة فى الدراسات العاملية حتى نتجنب التشبعات المشتركة للمتغيرات على نفس العامل دون توفر دلائل تجريبية على الاستقلال بينهما أثناء عملية القياس .

الخاصية السابعة :

هى طبيعة معاملات الخلايا القطرية فى المصفوفة ، فالمصفوفة العاملية تستخلص باستمرار نسبة معينة من تباين المصفوفة الارتباطية . وأقصى تباين للمصفوفة الارتباطية تحدده معاملات الخلايا القطرية(١) ولأن التباين هنا عبارة عن أقصى ارتباط بين المتغير ونفسه وهو ما نضعه عادة فى الخلايا القطرية للمصفوفة الارتباطية ، (وهى الخلايا التى تحمل رقماً واحداً يشير لرقم الصف والعمود الذى تحتله الخلية فى المصفوفة) فيصبح أقصى تباين للمصفوفه الارتباطية فى هذه الحالة عبارة عن مجموع قيم الخلايا القطرية لأنه يمثل مجموع تباينات المتغيرات التى تضمها المصفوفة .

ولدينا فى هذه الحالة ثلاثة اختيارات نحدد وفقا لأى منها قيم الخلايا القطرية وعلينا أن نلاحظ أن كل اختيار من هذه الاختيارات الثلاثة يترتب عليه اختلاف محدودفى تفسير العوامل الناتجة ، ويترتب عليه أيضاً ضرورة أن يذكر الباحث فى نتائجه العاملية أى الحلول استخدم فى تحليله وطبيعة القيم التى أدرجها فى الخلايا القطرية ، أما الاختيارات الثلاثة فهى كالآتى :

---

(١) Diagonal cells.

♦. مطالعة ممتعة / محمد عموش .

(ا) الاختيار الأول : الوحدات (١)

الاختيار الأول هو أن نشغل الخلايا القطرية فى المصفوفة الارتباطية بالوحدات ، أى الواحد الصحيح باعتبار أن الواحد الصحيح هو أقصى ارتباط بين المتغير ونفسه وفقا لمفاهيمنا المنطقية عن الهوية ، وباعتبار أن الشىء هو نفسه دائما ويرتبط بنفسه ارتباطاً إيجابياً تاماً من خلال قياس دقيق وسليم ، وبذلك يكون حجم تباين المصفوفة الارتباطية عبارة عن مجموع الوحدات فى الخلايا القطرية ، بمعنى آخر ، أن كل متغير سيكون تباينه أو ارتباطه بنفسه «١» ، ويصبح تباين المصفوفة فى هذه الحالة مساوى لعدد المتغيرات ، فمصفوفةارتباطية لعشرة متغيرات يكون تباينها الكلى أو الارتباطى ١٠ وهكذا .

(ب) الاختيار الثانى : معاملات الثبات (٢)

الاختيار الثانى هو أن نشغل الخلايا القطرية فى المصفوفة بمعاملات الثبات الخاصة بالمتغيرات ، فالخلية القطرية للمتغير الأول (الخلية ١ ، ١) يدرج فيها معامل ثبات هذا المتغير والذى سبق حسابه فى الدراسة التى يجرى تحليل ارتباطاتها عامليا ، ومهما كان نوع الأسلوب الذى حسب به الثبات ، والخلية القطرية للمتغير الثانى (الخلية ٢،٢) يدرج فيها معامل ثبات المتغير الثانى وهكذا . والمنطق خلف هذا الإجراء هو أن معامل الثبات يعبر عن التباين الحقيق للمتغير ، وأن الفرق بين معامل الثبات (أى التباين الحقيق) والواحد الصحيح (أى التباين المفترض أو المنطقى) عبارة عن تباين الخطأ ، وبالتالى فإن حجم تباين المصفوفة الارتباطية يجب أن يكون تعبيراً عن التباين الحقيق فقط للمتغيرات متمثلا فى معاملات ثباتها ، وبالتالى تدرج معاملات الثبات فى الخلايا القطرية للمتغيرات ، ومجموع هذه القيم هو حجم التباين الارتباطى .

---

(١) Units.

(٢) Reliabilities

♦. مطالعة ممتعة / محمد عموش .

(ج) الاختيار الثالث : اقصى ارتباط (١)

يعتمد الاختيار الثالث على نفس المنطق ، وإن كان يدعو إلى تضمين الخلايا القطرية لا بمعاملات الثبات ، ولكن بأقصى ارتباط بين المتغير وأى متغير آخر فى المصفوفة باعتبار أن أقصى ارتباط هنا يدل على التباين التجريبى بين المتغير والمتغير الآخر الآتيان من نفس العينة ، والفكرة هنا هى أن أقصى ارتباط يعبر عن الحجم الأعظم من تباين المتغير الذى أمكن استخلاصه فى تباين مشترك مع متغير آخر ، وبحيث نستطيع أن نقول أن الجزء المتبقى من تباين هذا المتغير يعبر عن نوعية لم تظهر فى شكل خاصية مشتركة مع أى متغير من متغيرات المصفوفة ، وعلى الباحث فى هذه الحالة أن يقوم بفحص المصفوفة الارتباطية ثم وضع أقصى ارتباط فى كل عمود أو صف فى الخلية القطرية الخاصة بالمتغير الموجود فى هذا الصف أو العمود ، مع الاحتفاظ بنفس المعامل فى مكانه بالمصفوفة ، بمعنى أنه إذا كان الارتباط بين المتغيرين ٣ ، ٩ هو ٨ر. وكان هذا المعامل هو أعلى معاملات الارتباط بين المتغير الثالث وبقية متغيرات المصفوفة نقوم بوضع الـ ٨ر. فى الخلية القطرية للمتغير الثالث (أى الخلية رقم ٣ ، ٣) مع إبقاء نفس المعامل فى مكانه الأصلى أى فى الخليتين (٣ ، ٩) و (٩ ، ٣) .

ويجدر أن نشير هنا إلى إننا فى حساباتنا لاستخلاص العوامـــل نستخدم المصفوفة بجزئيها أى النصف الذى يعلو الخلايا القطرية والنصف الذى يقع تحت الخلايا القطرية لأن المعالجة الحسابية تقوم على أساس وجود معامل الارتباط فى خليتين متقابلتين تتحددا بتبادل رقم الصف والعمود فى المصفوفة بالإضافة إلى قيم الخلايا القطرية .

النقطة الأخيرة التى يجب أن نتبينها بعد أن عرفنا خصائص المصفوفة الارتباطية المناسبة للتحليل العاملى ، هى أن نعرف إجابة السؤال الآتى : نحن

---

(١) Maximal correlation.

♦. مطالعة ممتعة / محمد عموش .

نبدأ من معاملات ارتباط وتنتهى إلى عوامل تعد بمثابة فئات تصنيفية ، وكل عامل منها يتضمن مؤشر أو تقديرا لمدى إسهام المتغير فيه ، وهذا المؤشر أو التقدير هو ما نطلق عليه اسم التشبع[1] ، فما هى علاقة التشبع بمعامل الارتباط ؟ تشبع المتغير على العامل هو فى حقيقة الأمر معامل ارتباط بين المتغير والعامل ، وطالما نستطيع استخلاص عدد من العوامل فسنجد على كل عامل تشبع لكل متغير من متغيرات المصفوفة ، معنى هذا أنه يوجد قدر من الارتباط (سواء دال أو غير دال) بين المتغير وبين العوامل المختلفة ، ومجموع مربعات هذه التشبعات (أو مجموع مربعات ارتباطات المتغير على العوامل) تمثل القدر من التباين الذى أمكن استخلاصه عامليا فى التحليل العاملى الذى قمنا به . وهى صورة سنتبين تفاصيلها فيما بعد .

(١) Saturation أو Loading

♦. مطالعة ممتعة / محمد عموش .

الباب الثاني

الفصل الخامس

جبر المصفوفات

(أ) تعريفات

♦. مطالعة ممتعة / محمد عموش .

يحتاج دارس التحليل العاملى لقدر من المعلومات الأساسية فى الرياضيات حتى يمكنه التعامل مع المفاهيم العاملية والتعرف على كيفية التوصل للنتائج من خلال البدايات السيكولوجية التى بدأ بها . وتشمل هذه المعلومات الرياضية دراسة جبر المصفوفات(١) والمحددات(٢) والهندسة التحليلية(٣) وحساب المثلثات .

وهى جميعاً دراسات متشعبة ومتصلة فيما بينها ، ويحتاج الدارس للتخصص فيها لدراسة نظامية طويلة ومتقدمة ، إلا أن دارس التحليل العاملى الذى تنصب

---

(١) Matrices.

(٢) Determenants.

(٣) Analytic Geometry.

♦. مطالعة ممتعة / محمد عموش .

اهتماماته الرئيسية على مجال تخصصه وهو علم النفس أو غيره . يحتاج فقط للإلمام بالأساليب اللازمة لفهم نظرية ومفاهيم وإجراءات التحليل العاملى ، دون الدخول فى تفاصيل هذه الدراسة الرياضية أو التدريب على حـــل تمارينها المختلفة .

وسنراعى هنا أن نقدم الحد الأدنى من المعلومات والمفاهيم والمعالجات التى يؤدى فهمها بصورة مبسطة إلى التقدم فى دراسة التحليل العاملى وفهم خطوات وإجراءات حسابه .

الجانب الهام الذى ستتركز دراستنا فيه فى هذا المجال هو جبر المصفوفات والمتجهات(١) والوحدات القياسية(٢) .

وقد رأينا منذ قليل أننا بدأنا فى التعامل مع المصفوفة الارتباطية ، وتعرفنا على أهمية خصائص هذه المصفوفة فى التحليل العاملى .

ونتقدم الآن للتعرف على الخصائص الجبرية للمصفوفات بصفة عامة وأسلوب التعامل معها من حيث الجمع والطرح والضرب ، كما سنتناول بنفس الأسلوب جبر المتجهات والوحدات القياسية .

(أ) ما هى المصفوفة (٣) :

لا تخرج المصفوفة عن كونها تنظيم مستطيل أو مربع لمجموعة من الأرقام ، لا تختلف فى جوهرها عن الجداول التى نستخدمها فى رصد بياناتنا المختلفة ، ويأخذ

---

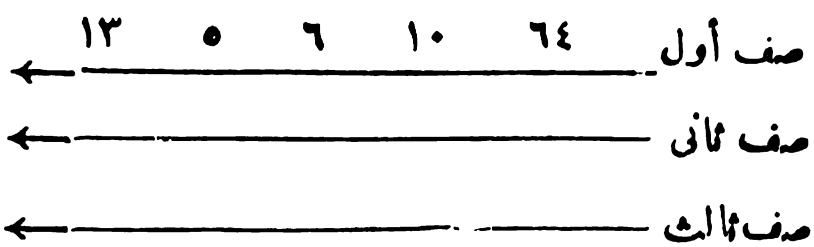
(١) Vectors.

(٢) Scalers.

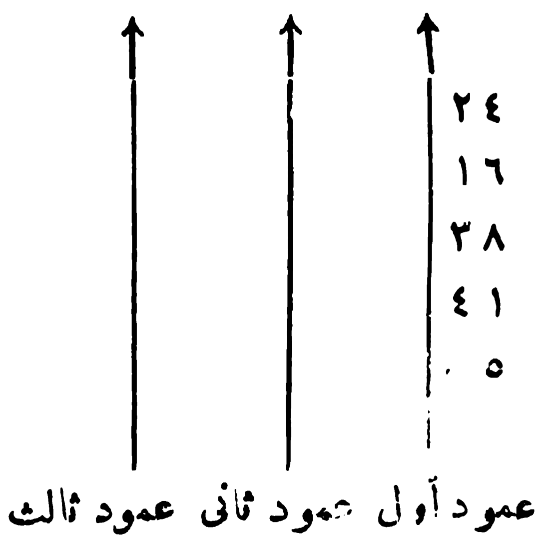
(٣) Matrix.

♦. مطالعة ممتعة / محمد عموش .

هذا التنظيم شكل صفوف[١] وأعمدة[٢] ويبين الشكل الآتى رقم (٧) المقصود بالصفوف :



كما يبين الشكل الآتى رقم (٨) المقصود بالأعمدة :



وإذا تساوى عدد صفوف المصفوفة بعدد أعمدتها سميت مصفوفة مربعة[٣] أو متماثلة[٤] . وإذا لم تتساو كانت مصفوفة مستطيلة .

ويبين الجدول الآتى رقم (٥) مصفوفة مربعة ٤ × ٤ أى مكونة من أربعة صفوف وأربعة أعمدة .

---

(١) Rows.

(٢) Columns

(٣) Square

(٤) Symetrical

. مطالعة ممتعة / محمد عموش .

جدول رقم (٥) مصفوفة مربعة ٤ × ٤

	عمود ١	عمود ٢	عمود ٣	عمود ٤
صف أول ←	١	٤	٢	٦
صف ثانى ←	٣	٥	١	٩
صف ثالث ←	٦	٧	٣	٢
صف رابع ←	٢	٩	٠	١

كما يبين الجدول رقم (٦) مصفوفة مستطيلة ٤ × ٣ أى مكونة من أربعة صفوف وثلاثة أعمدة .

جدول رقم (٦) مصفوفة مستطيلة ٤ × ٣

٥	٤	٧
٦	٩	٩
٢	٨	٣
١	٢	٥

وتكتب المصقوفة فى شكل صفوف وأعمده وتحد بخطين رأسيين من جانبيها ولا يفترض أن تعبر الأرقام المختلفة فى المصفوفة عن علاقة ما . أى أن المصفوفة ما هى إلا تنظيم لمجموعة من الأرقام التى لا علاقة بينها والتى يمكن التعامل معها كلها من خلال أساليب حسابية (من جمع وطرح وضرب وقسمة) تتناول المصفوفة كلها .

♦. مطالعة ممتعة / محمد عموش .

ويلاحظ أيضا أن المصفوفة نفسها ليست بمثابة معادلة أى أنها لاتحل بواسطة عدد من الصيغ الرياضية ، هى مجرد تمثيل أو تنظيم فقط لمجموعة من القيم .

ويشار إلى المصفوفة برمز معين مثل ا أو ب أو ج وعادة ما تستخدم الحروف اللاتينية الكبيرة للإشارة إليها مثل A, B, C إلا أننا سنشير إليها باستمرار باستخدام الحروف العربية .

وتحدد المصفوفة بعدد صفوفها ، عدد أعمدتها على الترتيب بحيث يبين الرقم الأول المرافق لرمز المصفوفة عدد صفوفها بينما يبين الرقم التالى عدد أعمدتها فالمصفوفة ا مثلا يشار إليها بالرمز الآتى ا٤٤ أى مصفوفة مربعة تتكون من أربعة صفوف وأربعة أعمدة والمصفوفة ب مثلا يشار إليها بالرمز الآتى : ب٤٣ أى مصفوفة مستطيلة مكونة من أربعة صفوف وثلاثة أعمدة . والمصفوفة كن م عبارة عن مصفوفة مكونة من عدد من الصفوف هو ن وعدد من الأعمدة هو م كالآتى شكل رقم (٩) .

شكل رقم (٩) مصفوفة كن م

$$\begin{bmatrix} \text{ام١} & \text{ا٣١} & \text{ا٢١} & \text{ا١١} \\ \vdots & \leftarrow \cdots & \cdots & \text{ا١٢} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ \vdots & \leftarrow \cdots & \cdots & \text{ا١٣} \\ \text{انم} & \downarrow & \downarrow & \text{ا١ن} \end{bmatrix}$$

ويلاحظ هنا إننا نشير إلى كل عنصر من عناصر المصفوفة بحرف ا والرمز ا٢٤ يعنى العنصر الذى يحتل موضعا عند التقاء الصف الرابع والعمود الثانى وسنستخدم منذ الآن حرف " ص " للإشارة إلى الصفوف وحرف " ع

♦. مطالعة ممتعة / محمد عموش .

اللاشارة إلى الأعمدة وعلى هذا فالعنصر اص م هو عنصر المصفوفة الذى يقع فى الصف ص والعمود ع .

ونستطيع استخدام المصفوفات فى تمثيل قيم خاصة بعدد من معادلات الخط المستقيم فمثلا إذا كانت لدينا المعادلات الثلاث الآتية :

٢ س + ص = ٥

٤ س + ٥ ص = ٦

٧ س + ٨ ص = ١٠

فإننا نستطيع تمثيلها فى المصفوفة المستطيلة الآتية :

$$\begin{bmatrix} ١ & ٢ \\ ٥ & ٤ \\ ٨ & ٧ \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} س \\ ص \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} ٥ \\ ٦ \\ ١٠ \end{bmatrix}$$

يمكننا أن نلاحظ أن هذا الشكل فى تمثيل المعادلات الثلاث يأخذ الخصائص الآتية :

١ ــ أن المصفوفة التى تتمثل فيها حدود المعادلة هى التى تحتل الجانب الأيسر .

٢ ــ إذا قمنا بالنظر فى العمود الأوسط ، سنجد أنه يمثل رموز المعادلة المستخدمة بحيث أن قيم العمود الأول فى المصفوفة (فى الجانب الأيسر) هى القيم السينية فى المعادلة الأولى لدينا ٢ س والثانية ٤ س والثالثة ٧ س ، بينما قيم العمود الثانى هى القيم الصادية فلدينا فى المعادلة الأولى ص وفى الثانية ٥ ص والثالثة ٨ ص .

♦. مطالعة ممتعة / محمد عموش .

٣ ـ إذا قمنا بالنظر فى العمود الأيمن سنلاحظ نتيجة المعادلات الثلاث على التوالى .

إذن نستطيع أن نلاحظ أن عدد الصفوف يمثل عدد المعادلات ، كما يمثل عدد الأعمدة عدد المتغيرات فى هذه المعادلات (أى س ، ص) كما نجده فى المصفوفة اليسرى .

معنى هذا أن المصفوفة عبارة عن تمثيل لمجموعة من البيانات (التى لايفترض مسبقا أنها ترتبط أوتدخل فى أى علاقات محددة) فى عددمن الصفوف من ١ إلى ن وفى عدد من الأعمدة من ١ إلى م .

(ب) انواع المصفوفات :

ذكرنا فى الفقرة السابقة أن المصفوفة أما أن تكون مربعة حيث يكون عدد صفوفها مساوى لعدد أعمدتها ، كما هو مبين فى المصفوفة ا فى الشكل الآتى (١٠) .

شكل رقم (١٠) مصفوفة مربعة

ا [ن × م]

أو أن تكون مصفوفة مستطيلة حيث لا يساوى عدد الصفوف عدد الأعمدة ، ودون تحديد لأى منهما الأكبر وأى منهما الأصغر ، أى يمكن أن تكون المصفوفة مستطيلة لأن عدد صفوفها أكبر من أعمدتها شكل رقم (١١) أو لأن عدد أعمدتها أكبر من عدد صفوفها شكل رقم (١٢) .

♦. مطالعة ممتعة / محمد عموش .

شكل رقم (١١) مصفوفة مستطيلة   شكل رقم (١٢) مصفوفة مستطيلة

ل $\begin{bmatrix} \text{م} \neq \text{ن} \end{bmatrix}$ هـ $\begin{bmatrix} \text{م} \neq \text{ن} \end{bmatrix}$

ولا تصنف المصفوفات المختلفة من حيث شكلها فقط أى مربعة أو مستطيلة ، بل يمكن أن تصنف بناء على قيمها وليس بمجرد شكلها وهو تصنيف كبير الأهمية يجدر أن نتعرف عليه .

فاذا كانت المصفوفة عبارة عن تمثيل لمجموعة من القيم متعددة العناصر وهذه القيم عبارة عن مقادير جبرية تزيد غالباً عن الواحد الصحيح ، فكيف يمكننا أن نجد مصفوفة تقوم مقام الصفر ومصفوفة تقوم مقام الواحد الصحيح فى الجبر ؟

المصفوفة الصفرية (١) :

تقوم المصفوفة الصفرية مقام الصفر فى الجبر وهى تتكون من عناصر صفرية فى كل صفوفها وأعمدتها كما يبينها الشكل الآتى رقم (١٣) .

شكل رقم (١٣) مصفوفة صفرية

$$\begin{bmatrix} ٠ & ٠ \\ ٠ & ٠ \end{bmatrix}$$

---

(١) Null matrix.

♦. مطالعة ممتعة / محمد عموش .

مصفوفة الوحدة (١) :

وتقوم هذه المصفوفة بقيمها مقام الواحد الصحيح معبرا عنه جبريا ، وتتكون من أصفار فى جميع عناصرها ما عدا الخلايا القطرية التى يشغل كل منها ١ حسب الشكل الآتى رقم (١٤) :

شكل رقم (١٤) مصفوفة الوحدة

$$\begin{bmatrix} ٠ & ٠ & ١ \\ ٠ & ١ & ٠ \\ ١ & ٠ & ٠ \end{bmatrix}$$

المصفوفة القطرية (٢) :

المصفوفة القطرية عبارة عن مصفوفة مربعة جميع عناصرها صفرية فيما عدا الخلايا القطرية ، وهى تختلف عن مصفوفة الوحدة فى أن الخلايا القطرية فى مصفوفة الوحدة تشغل بالوحدات أى الواحد الصحيح أما فى المصفوفة القطرية فان الخلايا القطرية قد تكون واحد صحيح أو أى أرقام أخرى كما يبينها الشكل الآتى رقم (١٥) :

(١) Identity or unit matrix.

(٢) Diagonal matrix.

• . مطالعة ممتعة / محمد عموش .

شكل رقم (١٥) مصفوفة قطرية

$$\begin{bmatrix} ٠ & ٠ & ٣ \\ ٠ & ٤ & ٠ \\ ٧ & ٠ & ٠ \end{bmatrix}$$

وتعد المصفوفة القطرية مصفوفة متماثلة[1] والتماثل حالة خاصة فى المصفوفة المربعة تسمح بتحويل المصفوفة[2] بحيث تكون المصفوفة مماثلة لصورتها بعد التحويل وسنتناول بعد قليل تحويل المصفوفة وإجراءاته .

المصفوفة القياسية [3] :

المصفوفة القياسية عبارة عن وحدة قياسية يمكن تعريفها على أنها مصفوفة من صف واحد وعمود واحد فقط كما يمثلها الشكل الآتى رقم (١٦) .

شكل رقم (١٦) مصفوفة قياسية

[٤]

وتعتبر الوحدة القياسية بمثابة مصفوفة رغم أن معاملة هذه القيمة تختلف عن معاملة الاشكال الأخرى من المصفوفات .

---

(١) Symetrical.

(٢) Transposition.

(٣) Scaler matrix.

• مطالعة ممتعة / محمد عموش .

مصفوفة المتجه[١] :

المتجه أيضا ـ شأنه شأن المصفوفة القياسية ـ حالة خاصة من المصفوفات وهو عبارة عن مصفوفة مكونة من صف واحد وعدد من الأعمدة ، شكل رقم (١٧) ، أو مكونة من عمود واحد وعدد من الصفوف ، شكل رقم (١٨) .

شكل رقم (١٧) مصفوفة متجه

$$\begin{bmatrix} ٧ & ٢ & ١ & ٤ & ٥ \end{bmatrix} \quad \text{ا}$$

شكل رقم (١٨) مصفوفة متجه

$$\begin{bmatrix} ٣ \\ ٠ \\ ٥ \\ ٦ \\ ١ \end{bmatrix} \quad \text{ب}$$

ويطلق على المتجه ا اسم متجه صفى[٢] لأنه يتكون من صف واحد وعدد من الأعمدة ، كما يطلق على المتجه ب اسم متجه عمودى[٣] لأنه يتكون من عمود واحد وعدد من الصفوف .

---

(١) Vector matrix.

(٢) Row vector.

(٣) Column vector.

♦. مطالعة ممتعة / محمد عموش .

الفصل السادس

جبر المصفوفات

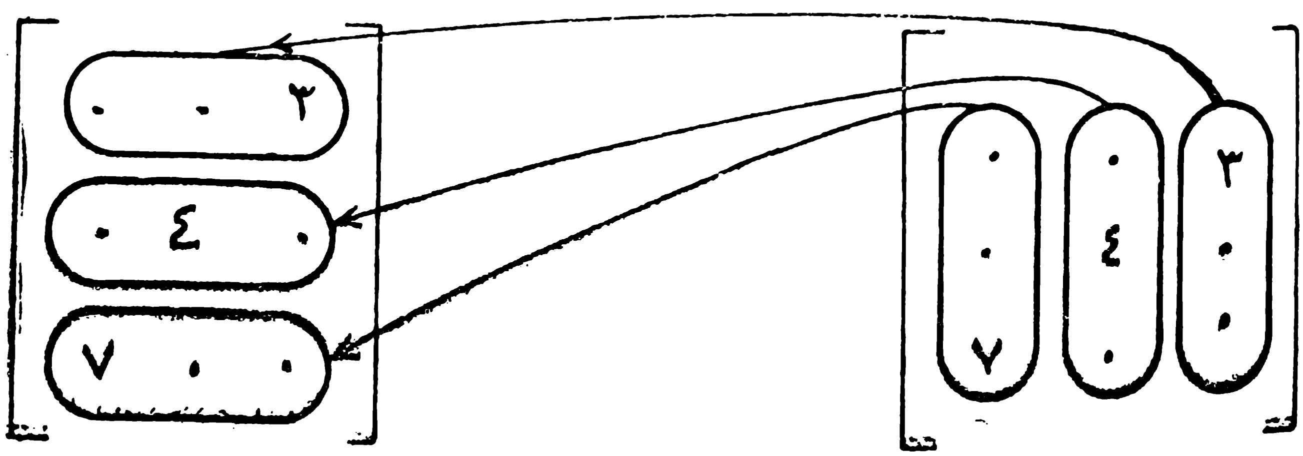
(ب) طرق الحساب

♦. مطالعة ممتعة / محمد عموش .

(ا) ـ تحويل المصفوفة :

ذكرنا فى حالة المصفوفة القطرية المتماثلة أنها تؤدى إلى الحصول على نفس الصورة عند تحويلها ويقصد بالتحويل ، أن نجعل أعمدة المصفوفة مكان الصفوف ، والصفوف مكان الأعمدة ، ويمكن ملاحظة أن تحويل المصفوفة القطرية السابقة (الفصل الخامس ، شكل رقم ١٥) لايغير من قيم صفوفها أو أعمدتها ، ويبين الشكل التالى رقم (١٩) المصفوفة المذكورة قبل وبعد التحويل ومنه نتبين عدم تغير مواضع القيم القطرية .

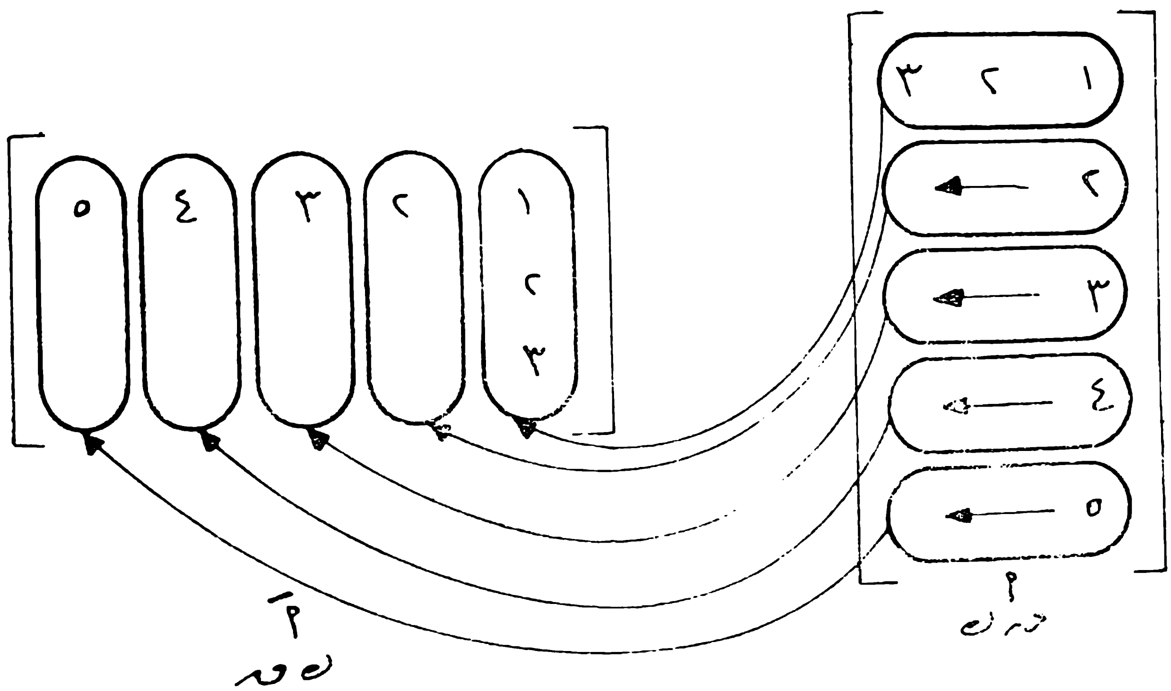
شكل رقم (١٩) مصفوفة قطرية قبل وبعد التحويل



♦. مطالعة ممتعة / محمد عموش .

والقاعدة العامة أن كل مصفوفة تقبل التحويل بحيث تحل صفوفها محل أعمدتها وتصبح أعمدتها صفوفها ويشار للصورة المحولة للمصفوفة بنفس رمزها مع إضافة (َ) فالمصفوفة ا هى اَ بعد التحويل أى أن $ا_{ق ك} = اَ_{ك ق}$. أى أن عدد الصفوف ق فى المصفوفة الأولى أصبح عدد الأعمدة فى المصفوفة الثانية وعدد الأعمدة ك فى المصفوفة الأولى أصبح عدد الصفوف فى الثانية بعد التحويل ويبين الشكل الآتى رقم (٢٠) خطوات تحويل مصفوفة ٥ × ٣

شكل رقم (٢٠) تحويل مصفوفة



وعلى ذلك فالقيمة التى تتحدد فى المصفوفة ا * بالرمز $أ_{ص غ}$ هى نفسها القيمة التى تتحدد فى صورتها المحولة فى المصفوفة اَ بالرمز $أ_{غ ص}$ أى أن العنصر فى المصفوفة ا الذى يمثل الخلية $أ_{٥٢}$ هو نفسه فى المصفوفة اَ العنصر $أ_{٢٥}$ والمثال الرقمى الآتى لمصفوفة ٥ × ٣ محولة . يقدم صورة أوضح لعملية التحويل كما يبينها شكل رقم (٢١) .

★ نستخدم هنا الحروف ا ، ب كمقابل للحروف اللاتينية A , B بينما نستخدم أ ، ب كرموز بديله للحروف اللاتينية الصغيرة a,b

. مطالعة ممتعة / محمد عموش .

شكل رقم (٢١) تحوال مصفوفة ب

$$\text{ب} = \begin{bmatrix} ٧ & ٤ & ٥ \\ ٤ & ٧ & ٦ \\ ٢ & ٨ & ٢ \\ ٢ & ٩ & ٤ \\ \boxed{٧} & ١ & ٩ \end{bmatrix} \qquad \text{بَ} = \begin{bmatrix} ٩ & ٤ & ٢ & ٦ & ٥ \\ ١ & ٩ & ٨ & ٧ & ٤ \\ \boxed{٧} & ٢ & ٢ & ٤ & ٧ \end{bmatrix}$$

ويمكننا أن نلاحظ هنا أن العنصر $\text{ب}_{٢٤}$ فى المصفوفة (داخل الدائرة) أصبح هو نفسه العنصر $\text{ب}_{٤٢}$ ، وكذلك العنصر $\text{ب}_{٣٥}$ أصبح هو نفسه العنصر $\text{ب}_{٥٣}$ (داخل المربع).

ب ـ جمع المصفوفات :

يمكن إجراء عمليات الجمع بين مصفوفتين ، ويشترط فى هذه الحالة أن تكونان من نفس الرتبة ، ويقصد بالرتبة أن يكون لهما نفس عدد الصفوف ونفس عدد الأعمدة وتتم عملية الجمع بواسطة جمع العناصر المتناظرة فى المصفوفتين بحيث تجمع العنصر الذى يشغل الصف الأول والعمود الأول على العنصر المناظر فى المصفوفة الثانية أى العنصر الذى يشغل الصف الأول والعمود الأول وهكذا فى بقية عناصر المصفوفة على التوالى وتكون نتيجة عملية الجمع مصفوفة جديدة وبنفس الرتبة أيضا كما نتبين فى الشكل التالى (٢٢)

شكل رقم (٢٢) جمع مصفوفتين

$$\begin{bmatrix} ٧ & ٧ \\ ٨- & ٣ \end{bmatrix} \text{ج} = \begin{bmatrix} ٤ & ٥ \\ ٧- & ٢ \end{bmatrix} \text{ب} + \begin{bmatrix} ٣ & ٢ \\ ١- & ١ \end{bmatrix} \text{ا}$$

♦. مطالعة ممتعة / محمد عموش .

ويلاحظ فى المثال المبين إننا نقوم بالجمع الجبرى العادى بين القيم المتناظرة بمعنى أن (− ١) + (− ٧) = − ٨ أو (−٣) + ٩ = ٦ وهكذا .

(جـ) طرح المصفوفات :

لا تختلف عملية طرح المصفوفات عن عملية الجمع ، ويجب أن يتم الطرح بين مصفوفتين من نفس الرتبة أيضا وحيث نقوم بالطرح بين العناصر المتناظرة فى المصفوفتين كما فى المثال الآتى شكل رقم (٢٣) .

شكل رقم (٢٣) طرح مصفوفتين

$$\text{أ} \begin{bmatrix} ٧ & ٨ \\ ٩ & ٤ \\ ٦ & ٥ \end{bmatrix} - \text{ب} \begin{bmatrix} ٣ & ٢ \\ ٥ & ١ \\ ٤ & ٣ \end{bmatrix} = \text{جـ} \begin{bmatrix} ٤ & ٦ \\ ٤ & ٣ \\ ٢ & ٢ \end{bmatrix}$$

(د) ضرب المصفوفات :

ضرب المصفوفات أكثر تعقيداً من عمليتى الجمع أو الطرح ، ويتطلب ضرب مصفوفتين ضرورة توفر عدد من الشروط بدونها لا يمكن إجراء عملية الضرب ، وتتلخص هذه الشروط أو القواعد فى الآتى :

القاعدة الأولى : تشترط أن يكون عدد أعمـــدة المصفوفة الأولى الضاربة[١] مساوى لعدد صفوف المصفوفة الثانية المضروبة[٢] فإذا كانت

---

(١) Post multiplied.

(٢) Premultiplied.

• مطالعة ممتعة / محمد عموش .

المصفوفة الضاربة هى أقك فلابد أن تكون المصفوفة الثانية المضروبة هى مثلا بكن أى أن المصفوفة الضاربة بها ك من الأعمدة والمصفوفة المضروبة بها ك من الصفوف .

وفى هذه الحالة ستكون المصفوفة الناتجة مكونة من عدد صفوف المصفوفة الأولى الضاربة ، وعدد أعمدة المصفوفة الثانية ، المضروبة ، فإذا ضربنا مثلا المصفوفتين الآتيتين أقك ، بكل فستكون النتيجة حقل

القاعدة الثانية : هى إننا نتبع فى عملية الضرب أسلوبا خاصاً وهو أن نقوم بضرب صفوف المصفوفة الأولى ، الضاربة ، فى أعمدة المصفوفة الثانية ، وفى هذه الخطوة نقوم بضرب العنصر الأول من الصف الأول فى المصفوفة الأولى فى العنصر الأول فى العمود الأول من المصفوفة الثانية ، ثم العنصر الثانى من الصف الأول فى المصفوفة الأولى ، فى العنصر الثانى من العمود الأول من المصفوفة الثانية ويتكون كل عنصر من عناصر المصفوفة الناتجة من حاصل جمع مضروب عناصر صف ما من المصفوفة الأولى فى عناصر عمود ما من المصفوفة الثانية ويمثل الشكل التالى (٢٤) هذا الإجراء .

شكل رقم (٢٤) خطوات ضرب مصفوفتين

$$\text{أ}_{\text{قل}} \begin{bmatrix} ٤ & ٣ & ٢ & ٥ \\ .. & .. & .. & .. \\ .. & .. & .. & .. \end{bmatrix} \times \text{ب}_{\text{لن}} \begin{bmatrix} ٦ & .. & .. \\ ٧ & .. & .. \\ ٨ & .. & .. \\ ٣ & .. & .. \end{bmatrix} = \text{ح}_{\text{كن}} \begin{bmatrix} ٧٦ & .. & .. \\ .. & .. & .. \\ .. & .. & .. \end{bmatrix}$$

♦. مطالعة ممتعة / محمد عموش .

نلاحظ من هذا المثال أن عملية الضرب تتم بين مصفوفتين عدد أعمدة الأولى، أى المصفوفة الضاربة ا أربعة أعمدة ، بينما عدد صفوف المصفوفة المضروبة ب أربعة أيضا وأن عملية الضرب تمت على الوجه الآتى :

العنصر الأول فى الصف الأول من المصفوفة الأولى × العنصر الأول فى العمود الأول فى المصفوفة الثانية

أى ٤ × ٦ = ٢٤

+ ٣ × ٧ = ٢١

+ ٢ × ٨ = ١٦

+ ٥ × ٣ = ١٥

والمجموع ٧٦ يشغل العنصر الأول فى الصف الأول والعمود الأول من المصفوفة الناتجة .

القاعدة الثالثة : هى أن نضرب الصف الأول من المصفوفة الأولى فى العمود الأول من المصفوفة الثانية عنصراً بعد عنصر ونضع مجموع حواصل الضرب الخاصة بكل صف وعمود فى عنصر المصفوفة الناتجة الذى يحمل رقم صف المصفوفة الأولى ، ورقم عمود المصفوفة الثانية على التوالى وتبين الأمثلة الآتية قواعد الضرب على الترتيب .

(١) أق ك ، ب ك ل مصفوفتين قابلتين للضرب ، حيث عدد أعمدة ا تساوى عدد صفوف ب . ويلاحظ أن العكس غير صحيح أى أن المصفوفة ب

♦. مطالعة ممتعة / محمد عموش .

لاتقبل الضرب فى ا ، أى أن ترتيب المصفوفتين له أهميته لأن الحالة الأولى التى تنطبق عليها قاعدة الضرب هى ا ق ك عدد أعمدتها ك تليها ب ك ل عدد صفوفها ك أيضا ، أما إذا قلبنا الوضع لنقوم بضرب ب ك ل فى ا ق ك فسنجد أن عدد أعمدة الأولى الضاربة ل لا يساوى عدد صفوف الثانية ق وبذلك لا تكونا قابلتين للضرب .

ويمكننا أن نلاحظ أنه توجد حالة واحدة لا يؤثر فيها أى المصفوفتين ضاربة وأيهما مضروبة وهى الحالة التى نستخدم فيها مصفوفتين متماثلتين ومن نفس الدرجة أى مصفوفتين ٤ × ٤ أو ٥ × ٥ وهكذا .

(ب) المصفوفتين ب ع ف ، ا ف ل مصفوفتين قابلتين للضرب بحيث تكون ب ضاربة و ا مضروبة ويمكن تمثيلهما رقمياً فى الشكل الآتى رقم (٢٥) .

شكل رقم (٢٥) مصفوفتين ب ، ا

قابلتين للضرب

بع ف

$$\begin{bmatrix} ٥ & ٢ & ٤ \\ ٢ & ٠ & ١ \\ ٣ & ١ & ٧ \\ ٠ & ٤ & ٥ \\ ٦ & ٧ & ٢ \end{bmatrix}$$

أف ل

$$\begin{bmatrix} ١ & ٦ & ٥ & ٣ \\ ٣ & ٨ & ٠ & ٤ \\ ٥ & ٤ & ١ & ٦ \end{bmatrix}$$

ويلاحظ هنا أن عدد أعمدة ب هو ثلاثة وعدد صفوف ا هو ثلاثة أيضا أى أن عدد أعمدة ب يساوى عدد صفوف ا (ثلاثة فى الحالتين)

. مطالعة ممتعة / محمد عموش .

(حـ) الخطوة الثالثة هى تطبيق قاعدة الضرب ، وحتى نسهل لأنفسنا العمل ولكى لا نخطئ فلنبدأ بتكوين أو تصميم شكل المصفوفة الناتجة من خلايا أو عناصر فارغة أولا ، وسنطلق على المصفوفة الناتجة جـ وهى تتكون من عدد من الصفوف يساوى صفوف ب (خمسة صفوف) وعدد من الأعمدة يساوى عدد أعمدة ا (أربعة أعمـــدة) أى أن بع ف × أف ل = حـع ل ولتكن هذه المصفوفة كالآتى شكل رقم (٢٦) .

شكل رقم (٢٦)

يبين درجة المصفوفة جـ ع ل الناتجة من ضرب مصفوفتين

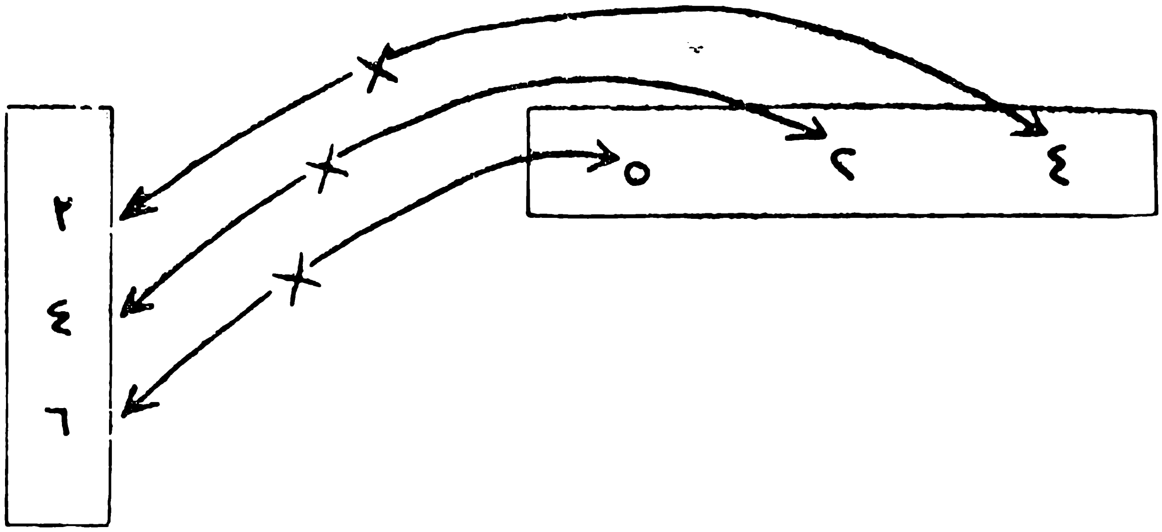
$$\begin{bmatrix} \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \end{bmatrix}$$

سنبدأ الخطوة الأولى بتناول العنصر الأول فى مصفوفة الناتج حـ (المحاط بدائرة) لنرى كيف نضع القيمة الخاصة به وهو يمثل الصف الأول والعمود الأول ، وبذلك يتكون من حاصل جمع نواتج ضرب عناصر الصف الأول فى المصفوفة الأولى (المصفوفة ب) فى العمود الأول من المصفوفة الثانية (المصفوفة ا) . ولنقم هنا بنقل هذين الصف والعمود من مكانهما (لمجرد الإيضاح) لنتعرف على كيفية ضربها .

♦. مطالعة ممتعة / محمد عموش .

شكل رقم (٢٧)

يبين الصف الأول فى المصفوفة ب ، والعمود الأول فى المصفوفة ا وطريقة ضربهما



(٤ × ٣) + (٢ × ٤) + (٥ × ٦) = ١٢ + ٨ + ٣٠ = ٥٠

أى أن العنصر الواقع فى الصف الأول والعمود الأول فى مصفوفة الناتج ـ (شكل ٢٦) يوضع فيه ٥٠

وبنفس الطريقة يكون العنصر الواقع فى الصف الثانى والعمود الأول فى مصفوفة الناتج وهو المكون من مجموع حواصل ضرب الصف الثانى فى المصفوفة الأولى ب ، والعمود الأول فى المصفوفة الثانية ا هو :

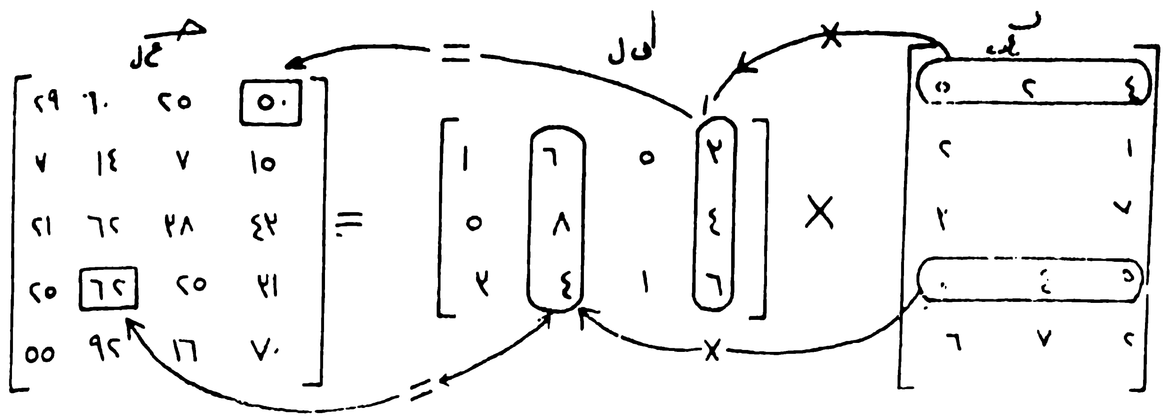
(١ × ٣) + (٠ × ٤) + (٢ × ٦) = ٣ + ٠ + ١٢ = ١٥

والعنصر الذى يقع فى الصف الرابع والعمود الثالث من مصفوفة الناتج هو : (٥ × ٦) + (٤ × ٨) + (٠ × ٤) = ٣٠ + ٣٢ + ٠ = ٦٢

وهكذا فى كل خلايا المصفوفة لنتمكن من تحديد جميع قيم المصفوفة الناتجة لتصبح كما يبينها الشكل التالى شكل رقم (٢٨)

♦. مطالعة ممتعة / محمد عموش .

شكل رقم (٢٨) حاصل ضرب مصفوفتين ب ، ا



(و) ضرب كمية قياسية فى مصفوفة :

سبق أن ذكرنا أن الكمية القياسية[١] تعد حالة خاصة من المصفوفات إذ تعتبر مصفوفة من صف واحد وعمود واحد ، فمثلا ا كمية قياسية كالآتى :

$$ا \quad [\,٩\,]$$

وعندما نقوم بضرب كميه قياسية فى مصفوفة فاننا نضربها فى كل عنصر من عناصر المصفوفة على التوالى ، فاذا كانت لدينا كمية قياسية هى س وسنقوم بضربها فى المصفوفة ا فتتم العملية على الوجه الآتى شكل رقم (٢٩)

شكل رقم (٢٩) ضرب كمية قياسية فى مصفوفة

$$س\,ا = س \begin{bmatrix} أ_{٢١} & أ_{١١} \\ أ_{٢٢} & أ_{١٢} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} س أ_{٢١} & س أ_{١١} \\ س أ_{٢٢} & س أ_{١٢} \end{bmatrix}$$

---

(١) Scaler.

♦. مطالعة ممتعة / محمد عموش .

ويوضح المثال الرقمى التالى عملية ضرب بين كمية قياسية ومصفوفة

فلدينا كمية قياسية قدرها ٦ ومصفوفة اكالآتى شكل رقم (٣٠)

شكل رقم (٣٠) ضرب كمية قياسية فى مصفوفة

$$\begin{bmatrix} ١٨ & ٢٤ \\ ٤٢ & ١٢ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ٣ & ٤ \\ ٧ & ٢ \end{bmatrix} ٦ = |٦$$

(ز) ضرب متجه فى مصفوفة :

المتجه وفقاً للتعريف الرياضي عبارة عن حالة خاصة أيضا من المصفوفات ويأخذ المتجه أحد شكلين كما سبق أن ذكرنا .

١ ــ اما أن يأخذ شكل مصفوفة مكونة من صف واحد وعديد من الأعمدة و نطلق عليه فى هذه الحالة اسم المتجه الصفى .

٢ ــ وأما أن يأخذ شكل مصفوفة مكونة من عمود واحد وعديد من الصفوف ونطلق عليه اسم المتجه العمودى .

ولا تختلف قاعدة الضرب هنا عن قاعدة ضرب مصفوفة فى مصفوفة وحيث يتعين مراعاة القاعدة الخاصة بالمصفوفة الضاربة والمصفوفة المضروبة .

فإذا كان لدينا متجه صفى فيجب معاملته بوصفه مصفوفة ضاربة وتكون المصفوفة المضروبة مكونة من عدد من الصفوف يساوى عدد عناصر المتجه (وهى الخلايا أو العناصر التى تعد هنا بمثابة أعمدة) حتى نراعى قاعدة أن يكون عدد أعمدة المصفوفة الأولى مساوى لعدد الصفوف من المصفوفة الثانية ويوضح المثال الآتى هذه الحالة شكل رقم (٣١)

♦. مطالعة ممتعة / محمد عموش .

شكل رقم (٣١) ضرب متجه فى مصفوفة

أ — ب — جـ

$$\underbrace{\begin{bmatrix} 2 & 3 & 4 & 2 \end{bmatrix}}_{\text{متجه صفى}} \begin{bmatrix} 1 & 3 & 2 \\ 3 & 5 & 0 \\ 5 & 4 & 3 \\ 2 & 1 & 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 35 & 39 & 20 \end{bmatrix}$$

ويوضح هذا المثال أن حاصل ضرب متجه صفى فى مصفوفة هو متجه صفى جديد مكون من عدد من العناصر يساوى عدد أعمدة المصفوفة المضروبة وفقا للقاعدة المعتادة فى ضرب مصفوفتين .

أما إذا كان لدينا متجه عمودى فيجب أن يكون المضروب وليس الضارب وفقا لقواعد الضرب التى سبق أن أشرنا إليها وذلك على الوجه الآتى : شكل رقم (٣٢)

شكل رقم (٣٢) ضرب مصفوفة فى متجه عمودى

أ — ب — جـ

$$\begin{bmatrix} 3 & 2 & 1 \\ 2 & 2 & 1 \\ 4 & 0 & 4 \\ 1 & 3 & 2 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 3 \\ 2 \\ 4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 17 \\ 14 \\ 28 \\ 17 \end{bmatrix}$$

وحاصل ضرب مصفوفة فى متجه عمودى هى متجه عمودى يتكون من عدد صفوف المصفوفة الأولى وبذلك تنطبق القاعدة الخاصة بالضرب وهى

أ ق ك × ب ك ل = جـ ق ل

♦. مطالعة ممتعة / محمد عموش .

الفصل السابع

المحددات

♦. مطالعة ممتعة / محمد عموش .

بعد أن عرفنا المصفوفات وخصائصها ، وعرفنا أنها عبارة عن تنظيم مجموعة من الأرقام أو الرموز فى شكل صفوف وأعمدة ، وأن المصفوفة لاتستخرج لها قيمة معينة لأنها لاتتضمن بوصفها مجرد مصفوفة تمثيلا لعلاقات أو معادلات بين عناصرها المختلفة ، يمكننا بعد أن عرفنا كل هذا أن ننتقل الى دراسة المحددات (١) أو محدد المصفوفة .

ونتبين عند دراسة المحددات أننا إزاء معادلة أو مجموعة معادلات ، وبدراسة والتزام القواعد المختلفة الخاصة بإيجاد قيمة المحدد نتوصل الى المجاهيل المختلفة ونحصل على النتيجة ، ولنبدأ بتعريف المحدد .

---

(١) Determinants.

♦. مطالعة ممتعة / محمد عموش .

ما هو المحـدد ؟ :

يكتب محدد أي مصفوفة بالشكل الآتي (شكل ٣٢)

محدد مصفوفة

$$\left|\begin{matrix} \text{أ}_{٢١} & \text{أ}_{١١} \\ \text{أ}_{٢٢} & \text{أ}_{١٢} \end{matrix}\right| = /\text{م}/ = \begin{bmatrix} \text{أ}_{٢١} & \text{أ}_{١١} \\ \text{أ}_{٢٢} & \text{أ}_{١٢} \end{bmatrix} \text{م}$$

أي أن المصفوفة ا إذا أردنا اعتبارها محددا فإننا نضع ا بين خطين متوازين مائلين / ا / ثم نضع قيم المحدد بين خطين آخرين متوازيين مائلين .

معنى هذا أن الشكل الأيمن هنا يعبر عن مصفوفة ، وهذه المصفوفة لا يمكن حساب قيمة معينة لها ، أما الشكل الأيسر فهو لمحدد أو لمحدد المصفوفة التي وهذا المحدد يقبل أن تستخرج له قيمة بأسلوب معين .

٢ ـ كيف نحصل على قيمة محدد المصفوفة :

يمكن الحصول على قيمة محدد المصفوفة أو المحدد بواسطة طرح حاصل ضرب القيمتين في الأطراف الأيسر العلوى والأيمن السفلى من حاصل ضرب القيم القطرية حسب الشكل الآتي :

$$\text{أ}_{١٢} \times \text{أ}_{٢١} - \text{أ}_{٢٢} \times \text{أ}_{١١} = \left|\begin{matrix} \text{أ}_{١٢} & \text{أ}_{١١} \\ \text{أ}_{٢٢} & \text{أ}_{٢١} \end{matrix}\right| = /\text{م}/$$

♦. مطالعة ممتعة / محمد عموش .

ويوضح المثال العددى الآتى ما سبق ذكره .

شكل (٣٢) قيمة محدد مصفوفة

$$|أ| = \begin{vmatrix} ٤ & ٨ \\ ٥ & ٢ \end{vmatrix} = (٨\times٥)-(٣\times٤) = ٤٠-١٢ = ٢٨$$

ويمكن تفصيل هذه الخطوات فى الآتى :

(ا) إذا كانت ا محدد لمصفوفة مربعة ، فإن العناصر ا ١ ، ا ٢ ، ٢ ٢ هى القيم القطرية فى هذا المحدد وهى ٨ ، ٥ حسب المثال وحاصل ضربهما ٤٠ .

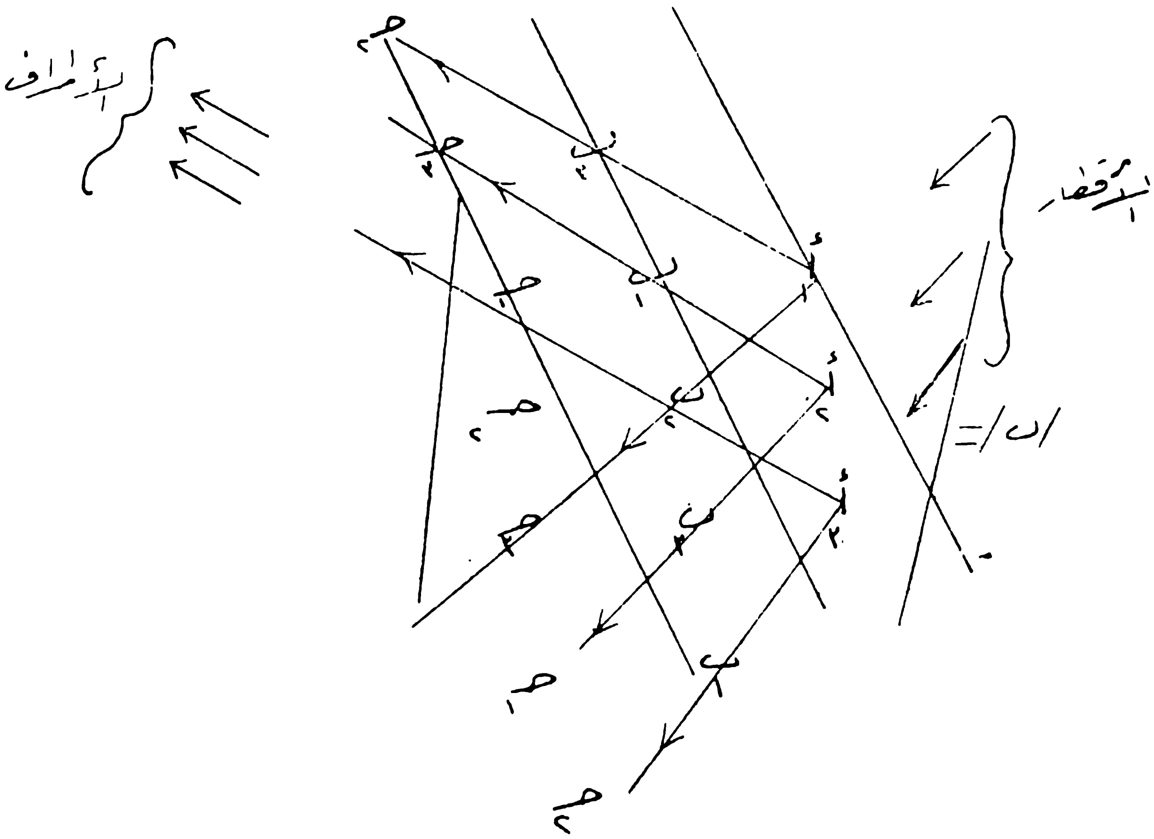
(ب) نوجد حاصل ضرب الطرفين الباقين ، وهما القيمتين اللتين يمثلهما العنصران ا ٢ ، ٢ ١ أى ٣ ، ٤ وحاصل ضربهما هو ١٢ حسب المثال السابق أيضا .

(حـ) الخطوة الثالثة نطـرح حاصل ضرب الطرفين من حاصل ضرب القيم القطرية فنحصل بذلك على قيمة محدد المصفوفة وهو فى مثالنا ٤٠ — ١٢ = ٢٨ .

غير أن المحددات المختلفة لا تتكون دائما من محددات ٢ × ٢ ، ولنفرض أن لدينا محدد من درجة أعلى ، أى ٣ × ٣ مثلا وليكن كالآتى شكل رقم (٣٤) :

♦. مطالعة ممتعة / محمد عموش .

شكل رقم (٢٤) محدد مصفوفة ٣ × ٣



كيف نستطيع ضرب القـــيم القطرية على حدة وضرب قيم الأطراف على حدة .

لنبدأ بالخطوة التالية :

القيمة القطرية الأولى هى أ$_{١}$ وعلى نفس القطر ب$_{٢}$ ثم حـ$_{٣}$
غير أن أ$_{٢}$ أيضا يمكن البدء بها وسنجد على نفس القطر ب$_{٣}$ ولنتصور إننا نقلنا الصف الأعلى لأسفل المحدد فسنجد أن جـ$_{١}$ ستـكمل هذا القطر الثلاثى وبنفس الطريقة يجب أن نبدأ مرة أخرى بـ أ$_{٣}$ ولأننا سبق أن نقلنا (تصوراً) الصف الأعلى فان ب$_{١}$ ستقع على هذا القطر الجديد ولنـكمل الثلاثى يجب أن ننقل الصف التالى وفيه سنجد ثالث عناصر هذا القطر الثالث حـ$_{٢}$.

أى أن الأقطار هنا والتى يجب جمع حواصل ضربها هى :

♦ . مطالعة ممتعة / محمد عموش .

(أ$_{1}$ × ب$_{2}$ × حـ$_{3}$) + (أ$_{2}$ × ب$_{3}$ × حـ$_{1}$) + (أ$_{3}$ + ب$_{1}$ + حـ$_{2}$)

ولنأخذ الأطراف من أسفل بنفس الطريقة وسنجد الآتى :

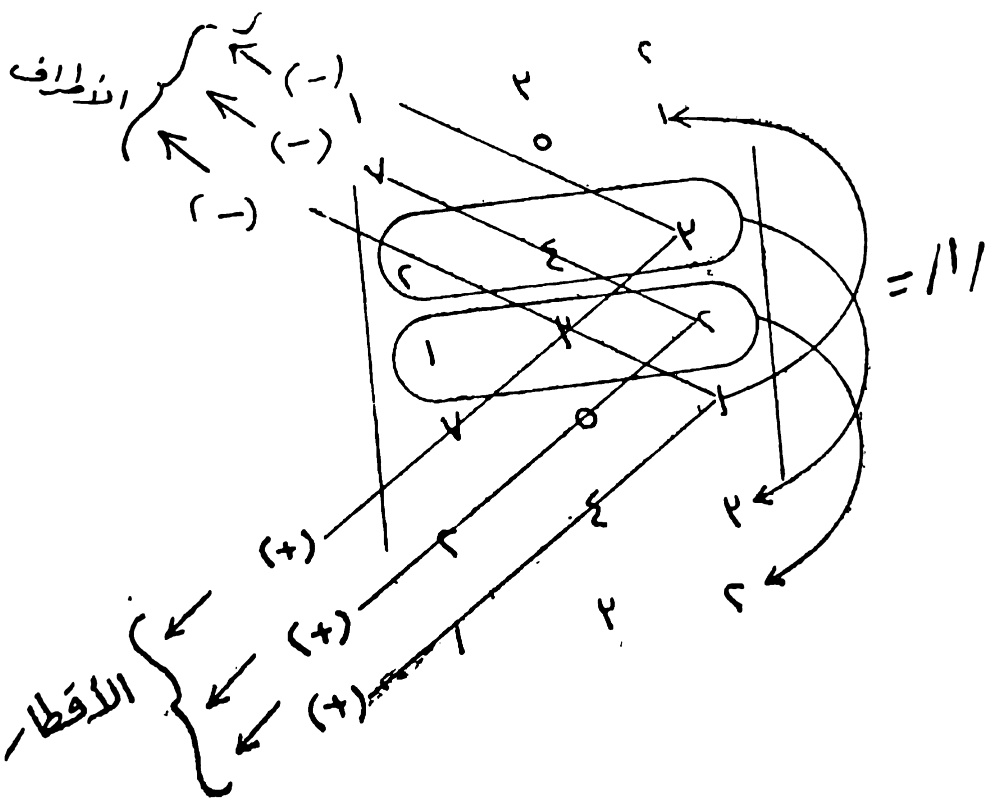
(أ$_{3}$ × ب$_{2}$ × حـ$_{1}$) − (أ$_{2}$ × ب$_{1}$ × حـ$_{3}$) − (أ$_{1}$ + ب$_{3}$ × حـ$_{2}$)

وبذلك تكون قيمة محدد المصفوفة ب طبقا لهذا المثال كالآتى :

|ب| = (أ$_{1}$ × ب$_{2}$ × حـ$_{3}$) + (أ$_{2}$ × ب$_{3}$ × حـ$_{1}$) +
(أ$_{3}$ × ب$_{1}$ × حـ$_{2}$) − (أ$_{3}$ × ب$_{2}$ × حـ$_{1}$) − (أ$_{2}$ × ب$_{1}$ × حـ$_{3}$)
− (أ$_{1}$ × ب$_{3}$ × حـ$_{2}$).

ويوضح المثال العددى الآتى ما سبق ، المحدد ا درجته ٣ × ٣ ومطلوب إيجاد قيمته .

شكل رقم (٣٥) لحساب قيمة محدد



♦. مطالعة ممتعة / محمد عموش .

$$|أ| = (3\times3\times7) + (2\times5\times2) + (1\times4\times1)$$
$$- (2\times3\times1) - (7\times4\times2) - (1\times5\times3)$$
$$= 87 - 77 = 10$$

ولستطيع أن نلاحظ أن هذه الطريقة لا هى اقتصادية فى العمل ولا هى سهلة فى نفس الوقت ، ويمكن أن تؤدى إلى العديد من الأخطاء كلما كان المحدد من درجات أعلى .

الأسلوب الأسهل فى هذه الحالة هو أن نستخدم المتممات(١).

ما هو المتمم ؟

يرتبط بكل عنصر من عناصر المصفوفة متمم ، ويتحدد متمم العنصر بحذف الصف والعمود اللذان يلتقى فيهما العنصر . فاذا كان لدينا محدد كالآتى :

شكل رقم (٣٦) محدد مصفوفة

$$|أ| = \begin{vmatrix} أ_{11} & أ_{21} & أ_{31} \\ أ_{12} & أ_{22} & أ_{32} \\ أ_{13} & أ_{23} & أ_{33} \end{vmatrix}$$

فان متمم العنصر $أ_{11}$ فى هذا المحدد هو ما يتبقى بعد حذف الصف والعمود اللذان يلتقيان عند هذا العنصر كالآتى شكل رقم (٣٧) .

---

(١) Minora.

♦. مطالعة ممتعة / محمد عموش .

شكل رقم (٣٧) تحديد متمم لمحدد

$$\text{م} = \begin{vmatrix} \text{أ}_{٣١} & \text{أ}_{٢١} & \text{أ}_{١١} \\ \text{أ}_{٣٢} & \text{أ}_{٢٢} & \text{أ}_{١٢} \\ \text{أ}_{٣٣} & \text{أ}_{٢٣} & \text{أ}_{١٣} \end{vmatrix}$$

أى أن متمم $\text{أ}_{٢٢}$ هنا هو ما يبينه شكل رقم (٣٨)

شكل رقم (٣٨) متمم محدد

$$\begin{vmatrix} \text{أ}_{٣٢} & \text{أ}_{٢٢} \\ \text{أ}_{٣٣} & \text{أ}_{٢٣} \end{vmatrix}$$

ويسهل فى هذه الحالة حساب قيمته حيث يساوى ($\text{أ}_{٢٢} \times \text{أ}_{٣٣}$) – ($\text{أ}_{٢٣} \times \text{أ}_{٣٢}$)

ويمكننا إتباع نفس الطريقة بالنسبة لأى عنصر من عناصر المحدد .

وذلك حسب المثال الرقمى التالى :

المحدد مصفوفة ٣ × ٣ كالآتى :

$$\text{م} = \begin{vmatrix} ٩ & ٧ & ٤ \\ ٨ & ٥ & ١ \\ ٦ & ٢ & ٧ \end{vmatrix}$$

ومتمم العنصر ٢ ، ٢ من هذا المحدد هو الآتى

$$\text{أ}_{٢٢} = \begin{vmatrix} ٩ & ٧ & ٤ \\ ٨ & ٥ & ١ \\ ٦ & ٢ & ٧ \end{vmatrix}$$

اى انه $\text{أ}_{٢٢} = \begin{vmatrix} ٩ & ٤ \\ ٩ & ٧ \end{vmatrix}$

♦. مطالعة ممتعة / محمد عموش .

$= (٤ \times ٦) - (٧ \times ٩)$

$= ٢٤ - ٦٣ = - ٣٩$

ويرمز للمتمم عادة بالرمز م ـ ويحدد فى الرمز أنه متمم لعنصر معين فتمم العنصر ٤ ، ٢ هو م ـ$_{٢٤}$ ومتمم العنصر ٣ ، ١ هو م ـ$_{١٣}$ أى العنصر الواقع فى الصف الثالث والعمود الأول ، وهكذا .

المعامل المشترك (١) :

لكى نتمكن من استخراج قيمة محدد معين باستخدام المتممات يجب أن نتعرف على معامل المتمم ، والمعامل هو نفسه المتمم مع إضافة الإشارة الآتية إليه $(-١)^{ص+ع}$. أى أن المعامل عبارة عن الآتى :

م ـ $(-١)^{ص+ع}$ أى أنه المتمم مرفوعا إلى أس ناقص ص + ع ،

وكما سبق أن رأينا فى بداية الحديث عن المصفوفات فإن ص هى رمز الصف ، و ع هى رمز العمود الذى يوجد به العنصر ، فاذا أردنا استخراج معامل المتمم أ$_{١٢}$ فسنجد أنه الآتى :

م ـ$_{١٢}$ = م ـ$_{١٢}$ $(-١)^{٢+١}$ أى المتمم نفسه مرفوعا للاساس ١

أى أن الإشارة الخاصة بالمتمم تتغير نتيجة لحاصل جمع ص + ع فإذا كان المتمم هو أ$_{١٢}$ فإن حاصل جمعهما هو ٣ أى م $(-١)^{٣}$ وهنا ستكون الإضافة مجرد تغيير العلامة فإذا كان المتمم بالناقص (—) سيتغير العلامة إلى زائد (+)*

---

(١) Co-factor

* لزيادة الإيضاح لنفترض أن لدينا متمم هو م ـ$_{١٣}$ وقيمته فى المحدد هى ٦ فمعامل هذا المتمم هو ٦ $(-١)^{٣+١}$ أى الرقم ٦ مرفوعا للأس ١ أو للاساس ١ ورفع أى عدد للاساس ١ يعطى نفس القيمة كما أن رفع أى عدد للاساس ٢ عبارة عن تضعيفه أو ضربه فى نفسه مثل ٣^{٢} أى ٣ × ٣ =

♦. مطالعة ممتعة / محمد عموش .

ويلاحظ باستمرار أن العلامة تظل كما هى إذا كان مجموع ص + ع زوجيا وتتغير العلامة إذا كان مجموعها فرديا .

ويرمز عادة للعامل بنفس رمز المحدد الأصل أى أن ا٢١ مثلا هى العامل للعنصر ١ ، ٢ .

محدد المتممات :

لكى نحصل على قيمة محدد من درجات عليا ، فان الخطوة الأولى هى أن نحصل على متمم كل عنصر بالطريقة السابقة ثم نقوم بكتابة مصفوفة المتممات أو محدد المتممات .

فالمحدد الخاص فالمصفوفة ا هو الآتى شكل رقم (٣٩)

شكل رقم (٣٩) محدد المصفوفة ا

$$\begin{vmatrix} \text{أ}_{٣١} & \text{أ}_{٢١} & \text{أ}_{١١} \\ \text{أ}_{٣٢} & \text{أ}_{٢٢} & \text{أ}_{١٢} \\ \text{أ}_{٣٣} & \text{أ}_{٢٣} & \text{أ}_{١٣} \end{vmatrix} = |\text{ا}|$$

= وإذا رفعنا (-١) نفسها للاساس الجديد المكون من مجموع الصف والعمود أى ٤ فيجب أن يحدث الآتى — ١ × — ١ = + ١ ، + ١ × — ١ = — ١ ، — ١ × — ١ = + ١ فتكون النتيجة أن ٦ للاساس (—١)٣+١ = +٦.

♦. مطالعة ممتعة / محمد عموش .

وعدد المتممات المختلفة فى هذه الحالة هو الآتى :

$$\begin{vmatrix} \text{ص}_{٣١} & \text{ص}_{٢١} & \text{ص}_{١١} \\ \text{ص}_{٣٢} & \text{ص}_{٢٢} & \text{ص}_{١٢} \\ \text{ص}_{٣٣} & \text{ص}_{٢٣} & \text{ص}_{١٣} \end{vmatrix} \quad |\text{م}|$$

ويساعدنا المثال الرقمى الآتى على توضيح المقصود :

المحدد م هو $|\text{م}| = \begin{vmatrix} ٤ & ٢ & ٢ \\ ٢ & ٥ & ١ \\ ٤ & ١ & ٢ \end{vmatrix}$ ،

و ص١١ هو $|\text{م}_{١١}| = \begin{vmatrix} ٢ & ٥ \\ ٤ & ١ \end{vmatrix} = ٢٠ - ٢ = ١٧$

و ص١٢ هو $|\text{م}_{١٢}| = \begin{vmatrix} ٢ & ١ \\ ٤ & ٢ \end{vmatrix} = ٤ - ٦ = -٢$

ص٢١ هو $|\text{م}_{٢١}| = \begin{vmatrix} ٥ & ١ \\ ١ & ٢ \end{vmatrix} = ١ - ١٠ = -٩$

ص١٣ هو $|\text{م}_{١٣}| = \begin{vmatrix} ٤ & ٢ \\ ٤ & ١ \end{vmatrix} = ٨ - ٤ = ٤$

ص٢٢ هو $|\text{م}_{٢٢}| = \begin{vmatrix} ٤ & ٢ \\ ٤ & ٢ \end{vmatrix} = ١٢ - ٨ = ٤$

• مطالعة ممتعة / محمد عموش .

$$م_{٢٣} = هـ \, |أ_{٢٢}| = \begin{vmatrix} ٢ & ٢ \\ ١ & ٢ \end{vmatrix} = ٢ - ٤ = -٢$$

$$م_{١٣} = هـ \, |أ_{١٢}| = \begin{vmatrix} ٤ & ٢ \\ ٢ & ٥ \end{vmatrix} = ٦ - ٢٠ = -١٤$$

$$م_{٢٢} = هـ \, |أ_{٢٢}| = \begin{vmatrix} ٤ & ٢ \\ ٢ & ١ \end{vmatrix} = ٩ - ٤ = ٥$$

$$م_{٣٢} = هـ \, |أ_{٢٢}| = \begin{vmatrix} ٢ & ٢ \\ ٥ & ١ \end{vmatrix} = ١٥ - ٢ = ١٢$$

نستطيع الآن كتابة محدد جديد للمحدد السابق ، وهو محدد المتممات وذلك بعد أن قمنا بحساب متمم كل عنصر من عناصره فى الخطوة السابقة وسيكون هذا المحدد كالآتى شكل رقم (٤٠)

شكل رقم (٤٠) محدد متممات ا

$$|أ| = \begin{vmatrix} -٩ & -٢ & ١٧ \\ -١ & ٤ & ٤ \\ ١٢ & ٥ & -١٤ \end{vmatrix}$$

للاحظ أن العنصر ١١ ، هو الذى سبق حسابه فى الخطوة الخاصة بحساب م١٢ ، والعنصر ٢١ ، هو الذى سبق حسابه فى الخطوة الخاصة بحساب م١٢ وهكذا فى كل عناصر محدد المتممات .

• مطالعة ممتعة / محمد عموش .

بعد أن توصلنا إلى محدد المتممات فى الخطوات السابقة ، وبعد أن عرفنا كيفية الحصول على معامل المتمم وهو م = $(-1)^{ص+ع}$ يمكننا الآن أن نحسب قيمة المحدد وفقاً للمعادلة الآتية وحيث نعوض فى رموزها للحصول على هذه القيمة شكل رقم (٤١) .

شكل رقم (٤١) محدد العوامل المشتركة

$$\begin{vmatrix} -9 & 2 & 17 \\ 10 & 4 & -4 \\ 12 & -5 & -14 \end{vmatrix}$$

$$\sum_{ك=1}^{م} أ_{1ك}\, م_{1ك}$$

أى أن قيمة المحدد عبارة عن مجموع حواصل ضرب العوامل المشتركة Co-factors للصف الأول فى عناصره ، حيث $\sum$ هى مجموع، ك هى عدد الأعمدة من ١ إلى م عمود فى المحدد . ويمكننا أن نعوض أيضاً فى القانون كالآتى :

$$\sum_{ك=1}^{ن} أ_{2ك}\, م_{2ك}$$

♦. مطالعة ممتعة / محمد عموش .

أى حاصل ضرب العوامل المشتركة للعمود الأول فى عناصره حيث ق هى عدد الصفوف من ١ إلى ن . ويلاحظ هنا إننا نستخدم صفا واحدا أو عموداً واحداً فقط من المحدد وليس كل صفوفه أو أعمدته ، وبحساب قيمة المحدد من أى صف يمكن الوصول إلى نفس القيمة للمحدد من أى صف آخر أو عمود آخر .

وبمتابعة هذه الخطوات وتطبيقها على مثالنا السابق سنحصل على النتيجة الآتية :

إذا استخدمنا الصف الأول على سبيل المثال فستكون النتيجة كالآتى :

$$أ_{١١}\,أ'_{١١} + أ_{٢١}\,أ'_{٢١} + أ_{٣١}\,أ'_{٣١} = (١٧ \times ٣) - (-٢ \times ٢) + (-٩ \times ٤)$$
$$= ٥١ + ٤ - ٣٦ = ١٩$$

أما إذا أخذنا العمود الثانى مثلا فستكون النتيجة كالآتى :

$$أ_{٢١}\,أ'_{٢١} + أ_{٢٢}\,أ'_{٢٢} + أ_{٢٣}\,أ'_{٢٣} = -(-٤) + (٢٠) - (٥)$$
$$= ٤ + ٢٠ - ٥ = ١٩$$

وهى نفس النتيجة التى خرجنا بها باستعمال الصف الأول . وعلينا أن نلاحظ هنا إننا نقوم بتغيير علامة المتممات المتممات أثناء الحساب للحصول على العوامل المشتركة طبقاً لموضع المتمم فى الصف والعمود فإذا كان رقم الصف + رقم العمود يكونان رقماً فرديا (١ ، ٢ أو ٤ ، ١ أو ٢ ، ١ مثلا) فإننا نقوم بتغيير الإشارة أما إذا كان رقم الصف + رقم العمود يكونان رقماً زوجيا (٢ ، ٢ أو ١ ، ١ أو ٣ ، ٣ مثلا) فإننا لانقوم بتغيير العلامة . وذلك لأننا نقوم بإتباع قاعدة رفع المتمم إلى الأساس $(-١)^{ص+ع}$ كما سبق أن ذكرنا .

• مطالعة ممتعة / محمد عموش .

بعض الخواص الأساسية للمحددات :

يمكننا استخدام بعض الخواص الأساسية ، والقواعد التى تسهل حساب المحددات وتيسر إجراء العمليات الحسابية المختلفة ، كما توفر الوقت بدلا من الإجراءات الطويلة التى نلجأ إليها عادة . ومن هذه الخواص الآتى :

الخاصية الأولى :

إذا بادلنا مواضع الصفوف بالأعمدة فإن قيمة المحدد لاتتغير فمثلا محدد كالآتى :

$$|أ| = \begin{vmatrix} 2 & 5 \\ 3 & 6 \end{vmatrix} = 12 - 15 = -3$$

إذا قمنا بتحويله(1) أى بجعل صفوفه أعمدة وأعمدته صفوف فإن قيمته لاتتغير .

$$|أ'| = \begin{vmatrix} 2 & 3 \\ 5 & 6 \end{vmatrix} = 12 - 15 = -3$$

الخاصية الثانية :

إذا قمنا بإبدال مواضع صفين معاً أو عمودين معاً ، أى صف مع صف ، أو عمود مع عمود ، فإن التغيير الذى يحدث فى النتيجة يكون فى الإشارة فقط (أى تصبح النتيجة السلبية إيجابية أو الإيجابية سلبية) وذلك كما نتبين من المثال التالى

---

(1) Transpose

$$٤ = ١٦ - ٢٠ = \begin{vmatrix} ٨ & ٤ \\ ٥ & ٢ \end{vmatrix} = |م|$$

أذا قمنا بتغيير مواضع العمودين ليكون العمود الأول هو الثانى والثانى هو الأول مثلا فسنحصل على النتيجة الآتية :

$$٤- = ٢ - ١٦ = \begin{vmatrix} ٤ & ٨ \\ ٢ & ٥ \end{vmatrix} = |م|$$

الخاصية الثالثة :

إذا تساوت عناصر أى صفين أو عمودين تصبح قيمة المحـــدد صفر فمثلا المحدد

$$\text{صفر} = ٤٨ - ٤٨ = \begin{vmatrix} ٦ & ٨ \\ ٦ & ٨ \end{vmatrix} = |م|$$

الخاصية الرابعة :

يعادل ضرب أى كمية قياسية(١) فى محدد ، ضرب عناصر أحد الصفوف أو الأعمدة فقط من المحدد ، كما فى المثال الآتى :

$$٤٢- = ٧٢ - ٢٠ = \begin{vmatrix} ٦ \times ٢ & ٥ \times ٢ \\ ٢ & ٤ \end{vmatrix} = |م| \times ٢$$

---

(١) Scaler

♦. مطالعة ممتعة / محمد عموش .

أو ٢ |م| $= \begin{vmatrix} ٦ & ٥ \\ ٢\times٢ & ٢\times٤ \end{vmatrix} = ٢٠ - ٧٢ = -٤٢$

الخاصية الخامسة :

لاتتغير قيمة المحدد إذا أضفنا مضاعفات أى صف أو عمود لصف آخر أو عمود آخر فمثلا :

$$|م| = \begin{vmatrix} ٥ & ٢ \\ -١ & -٦ \end{vmatrix} = -٢ + ٣٠ = ٢٧$$

فإذا أضفنا للصف الثانى من هذا المحدد وهو الصف الذى به القيمتين − ٦ ، − ١ مضاعف الصف الأول أى ٣ × ٢ ، ٥ × ٢ لتصبح قيم الصف الثانى صفر ، ٩ فإن المحدد ونتيجته يصبحان كالآتى :

$$|م| = \begin{vmatrix} ٥ & ٢ \\ ٩ & ٠ \end{vmatrix} = -٢٧ = ٢٧$$

أى نفس النتيجة .

♦. مطالعة ممتعة / محمد عموش .

الباب الثالث

الفصل الثامن

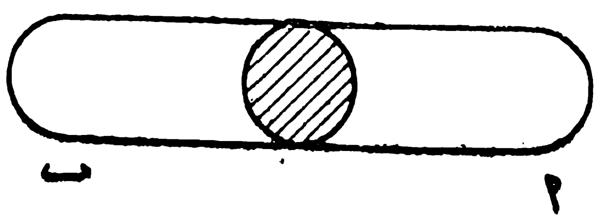
نظرية العاملين لسبيرمان

♦. مطالعة ممتعة / محمد عموش .

مقدمة :

عرفنا حتى الآن ما هو معامل الارتباط ، وعرفنا أيضا معاملات الارتباط المختلفة وكيفية حسابها ، وتبينا من كل هذا أن معامل الارتباط يمثل تقديراً لحجم من العلاقة بين متغيرين ، بحيث نستطيع أن نعبر عن ارتباط قدره ٥ر٠ بين المتغيرين ا ، ب كالآتى شكل رقم (٤٢)

شكل رقم (٤٢) علاقة ارتباطية بين متغيرين



ر ا ب = ٥ر٠

• مطالعة ممتعة / محمد عموش .

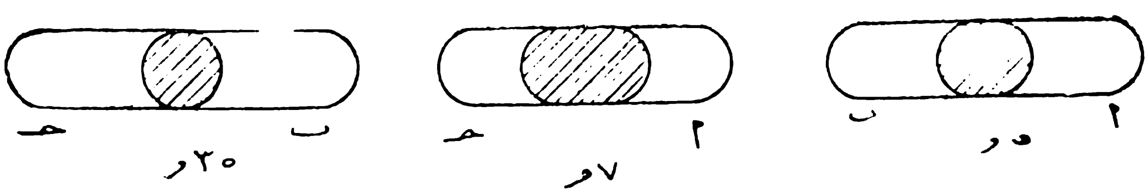
ويمكننا أن نجد فى مصفوفة ارتباطية من ثلاث متغيرات أ ، ب ، حـ علاقات او ارتباطات مختلفة كالآتى جدول رقم (٧)

المتغيرات	ا	ب	حـ
ا	١٠٠	٥٠ر	٧٠ر
ب	٥٠ر	١ر٠٠	٣٥ر
حـ	٧٠ر	٣٥ر	١ر٠٠

الارتباط هنا بين ا ، ب قدره ٥ر بينما الارتباط بين ا ، حـ قدره ٧ر وبين ب ، حـ قدره ٣٥ر .

ويمكننا بالطبع تصور هذه العلاقات الثنائية بين المتغيرات الثلاثة كل على حدة كالآتى :

شكل رقم (٤٣) مستويات ارتباط مختلفة بين متغيرين



غير إننا من خلال هذه العلاقات الجزئية نستطيع أن نتوقع وجود علاقة مشتركة بين المتغيرات الثلاثة ا ، ب ، حـ .

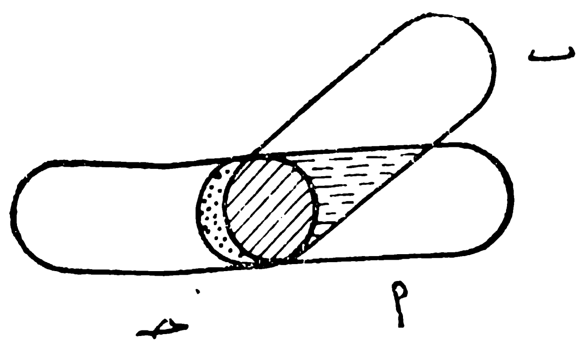
ولأننا نعرف أن معامل الارتباط يعبر عن تقدير للتباين المشترك بين متغيرين . فيتعين فى هذه الحالة أن نجد طريقة تساعد على حساب التباين المشترك بين هذه المتغيرات الثلاثة معاً أو بين أى عدد من المتغيرات .

• مطالعة ممتعة / محمد عموش .

أى إننا نرغب هنا فى تحديد منطقة تباين مشترك لعدد كبير من المتغيرات ثم نحدد إسهام كل متغير فى هذا التباين المشترك .

ويمكننا أن نصور العلاقة بين هذه المتغيرات الثلاثة بيانياً فى الشكل الآتى رقم (٤٤) :

شكل رقم (٤٤) ارتباط بين الثلاثة متغيرات



نلاحظ هنا إننا أمام حجم مشترك من التباين بين المتغيرات الثلاثة . كما يوجد فى نفس الوقت حجم آخر من التباين الإضافى أو الخاص بين كل متغيرين على حدة فنلاحظ مثلا أن منطقة التباين المشترك بين المتغيرات الثلاثة مشار إليها بالخطوط المائلة بينما التباين النوعى بين ا ، ب وحدها فيمتد ليشغل المنطقة الموضحة بالنقط و بين ا ، حـ المنطقة الموضحة بالخطوط الأفقية وهكذا .

نظرية سبيرمان : Spearman

توصل سبيرمان إلى نظرية يمكن من خلالها تلخيص عدد من معاملات الارتباط بين المتغيرات ، مع إبراز حجم التباين المشترك بينهم . وأطلق على نظريته اسم نظرية العاملين(١) .

---

(١) Two factor theory

♦. مطالعة ممتعة / محمد عموش .

وقبل أن نبدأ بدراسة تفاصيل النظرية ، وخطوات حساب العوامل ، علينا أن نتعرف على الأساس المنطق لفروض سبيرمان حتى نتمكن من فهم خطوات التقدم من الارتباطات إلى العوامل :

المنطق العلمى للعوامل :

سنبدأ بالتعرف على هذا المنطق من خلال عدد من الفروض التى وضعها سبيرمان ، وهى فروض توضح أسس تفكيره العاملى .

الفرض الأول :

إننا نستطيع أن نتوقع خلف الأعمال المعرفية العديدة قدره هامة تتوفر فى أنواع الأداء المختلفة وتشترك فيها ، ويمكننا أن نطلق عليها اسم G أوع وقد تكون هذه القدرة العامة هى الذكاء مثلا ، وإن كان سبيرمان قد فضل منذ البداية أن يطلق عليها الرمز G تجنبا للالتزام بتعريفات مسبقة تصادر على نتائجه ولنكتفى الآن باعتبارها عاملا ء ما يكمن فى كل أشكال الأعمال المعرفية مهما تعددت أو تنوعت ، وهى الأعمال التى يمكن قياسها لدى الأفراد المختلفين بمقاييس موضوعية والتعرف على ما بين أنواعها من ارتباطات .

الفرض الثانى :

هو أن الأفراد يختلفون فيما بينهم فى مدى امتلاكهم لهذه القدرة العامة فالبعض يحظى بقدر منخفض منها ، والبعض الآخر يتوفر لديه قدر كبير ، كما أن الاختبارات المستخدمة فى قياس الجوانب المعرفية(1) لاتستطيع أن تعبر عن هذه القدرة بدرجة واحدة ، بل يعبر كل منها عنها بدرجات متفاوتة ، فاختبار ما يعبر عنها بشكل أفضل أو أكبر مما يعبر عنه اختبار آخر .

---

(1) Cognitive

♦ مطالعة ممتعة / محمد عموش .

هو أن الاختبار الذى يستخدم لقياس هذه الأعمال المعرفية يعبر عن هذه القدرة العامة وحدها ، ولا توجد قدرة أخرى يعبر عنها هذا الاختبار ، وإن كان هناك حجم آخر من تباين الاختبار يمثل نوعية الأداء عليه ، بالإضافة إلى الحجم الذى يعبر عنه هذا العامل العام .

وعلى ذلك فبالنسبة لأى اختبار لدينا عاملين ، العامل G أو ع وهو العامل الذى يفسر الجوانب المعرفية المختلفة والعامل S، ويستخدم تعبيراً عن نوعية الأداء على الاختبار أو التباين الخاص بالاختبار(١) ، فإذا كانت لدينا ارتباطات بين خمسة متغيرات فنستطيع استخلاص عامل عام G بينها جميعاً ، ثم عاملا نوعياً يعبر عن التباين الخاص بكل اختبـــار S_1 ، S_2 ، ... ، S_5 وهكذا .

علينا الآن أن نتصور - على سبيل التبسيط - موقفاً نظريا نتعرف من خلاله على العلاقة بين المتغيرات بعضها والبعض ، وبينها وبين هذا العامل العام المفترض ، وكذلك العامل النوعى الخاص بكل متغير .

وليكن هذا الموقف النظرى هو أننا توصلنا من خلال قياس دقيق ومضبوط يستوفى شروط القياس الصحيح لهذا العامل العام G وأن لدينا أربعة معاملات ارتباط بين أربعة متغيرات هى ا ، ب ، ح ، ى وبين هذا العامل العام وهى على التوالى ٩ر٠ ، ٨ر٠ ، ٧ر٠ ، ٦ر٠ .

ويمكننا عند هذه الخطوة أن نعود قليلا إلى الفروض السابقة التى وضعناها وهى الفروض الخاصة بمعنى معامل الارتباط ، ومن أنه يعبر عن التباين المشترك بين متغيرين بمعنى آخر سنجد أن الارتباط بين أى متغيرين فى هذه الحالة ما هو إلا

---

(١) Specific variance.

♦. مطالعة ممتعة / محمد عموش .

حاصل ضرب ارتباطيها بالعامل العام G ، فالارتباط :

بين ا ، ب = ٠٫٩ × ٠٫٨ = ٠٫٧٢

وبين ا ، حـ = ٠٫٩ × ٠٫٧ = ٠٫٦٣

وبين ا ، ى = ٠٫٩ × ٠٫٦ = ٠٫٥٤

وبين ب ، حـ = ٠٫٨ × ٠٫٧ = ٠٫٥٦

وبين ب ، ى = ٠٫٨ × ٠٫٦ = ٠٫٤٨

وبين حـ ، ى = ٠٫٧ × ٠٫٦ = ٠٫٤٢

وطالما توفرت لنا المعلومات الخاصة بالارتباط بين كل متغيرين من متغيراتنا الأربعة فيمكننا أن نعبر عن هذه العلاقات الجزئية فى صورة مصفوفة ارتباطية وسنضع إلى يمينها بين قوسين مربعين ارتباط كل متغير بالعامل العام المفترض ، وذلك لأغراض الإيضاح

جدول رقم (٨) مصفوفة ارتباطية والعامل العام بين متغيراتها

الارتباط بـ G	المتغيرات	ا	ب	حـ	ى
[٠٫٩]	ا	(٠٫٨١)	٠٫٧٢	٠٫٦٣	٠٫٥٤
[٠٫٨]	ب	٠٫٧٢	(٠٫٦٤)	٠٫٥٦	٠٫٤٨
[٠٫٧]	حـ	٠٫٦٣	٠٫٥٦	(٠٫٤٩)	٠٫٤٢
[٠٫٦]	ى	٠٫٥٤	٠٫٤٨	٠٫٤٢	(٠٫٣٦)

نلاحظ فى هذه المصفوفة أننا وضعنا الارتباطات بين المتغيرات ونفسها وهى التى تحتل الخلايا القطرية بين قوسين ، ذلك لأننا قمنا باستنتاجها هنا من العلاقة أو الارتباط بين المتغير والعامل المفترض باعتبار أنها التباين العامل للمتغير .

• مطالعة ممتعة / محمد عموش .

ولكن نتبين فى الواقع أن هناك جزء آخر من التباين الخاص بهذا المتغير لا يشترك فيه مع العامل ، وهو الذى رمزنا له من قبل بالرمز 8 .

لنقوم الآن بعملية فحص لهذه المصفوفة الارتباطية التى استخلصناها وفق فروض موقف غير واقعى وسنبين الآتى من هذا الفحص :

إذا أخذنا قيم العمود حـ سنجد أنها عبارة عن نسبة ثابتة من قيم العمود ب ، ذلك أن $\frac{٦٣}{٧٢} = \frac{٥٦}{٦٤} = \frac{٤٩}{٥٦} = \frac{٤٢}{٤٨} = \frac{٧}{٨}$.

وإذا أخذنا أى عمودين آخرين من المصفوفة ، فسنجد أيضا أن النسبة بين قيمها ثابتة ، ولنأخذ الارتباط بين متغيرين من المصفوفة وأى متغيرين آخرين منها . وليكن ارتباط كل من ا ، و بكل من ب ، حـ وسنجد الآتى :

ر٧٢	٠ر٤٨
ر٦٣	٠ر٤٢

ووفقاً لقاعدة النسبة التى ذكرناها من قبل ، سنجد أن العلاقة هنا تقبل أن يعبر عنها بالصيغة الآتية :

$$\frac{ر٧٢}{ر٤٨} = \frac{ر٦٣}{ر٤٢} \quad \text{أو} \quad (ر٧٢ \times ر٤٢) = (ر٦٣ \times ٠ر٤٨)$$

$$\text{أو} \quad (ر٧٢ \times ر٤٢) - (٦٣ \times ٠ر٤٨) = \text{صفر} \ *$$

---

* لاحظ أن ما قمنا به هنا بالفعل عبارة عن حساب قيمة محدد كالآتى :

$$|٢| = \begin{vmatrix} ٠ر٧٢ & ٠ر٤٨ \\ ٠ر٦٢ & ٠ر٤٢ \end{vmatrix} = (٠ر٧٢ \times ٠ر٤٢) - (٠ر٦٢ \times ٠ر٤٨) = \text{صفر}$$

أى حاصل ضرب القطرين - حاصل ضرب الطرفين .

♦. مطالعة ممتعة / محمد عموش .

وهذه الصيغة الأخيرة هى التى أطلق عليها سبيرمان اسم معادلة الفروق الرباعية(١) أو محك الفروق الرباعية(٢) وكما يمكننا أن نلاحظ فإن هذه الصيغة عبارة عن محدد لعنصر من عناصر المصفوفة، ونحصل دائما على هذه النتيجة لكل محدد إذا كانت البداية التى نبدأ بها لا تختلف عن الفروض التى ذكرناها من قبل.

غير أننا فى حقيقة الأمر لانبدأ بهذه الطريقة، فنحن لا نملك قياسا دقيقاً للعامل العام، ولانعرف ارتباطات المتغيرات به، ولكننا نسعى لاستخلاص هذا العامل ومعرفة ارتباطات المتغيرات المختلفة به.

نحن نبدأ إذن من نقطة أخرى مرتبطة بالواقع، هى قياس هذه المتغيرات وفقاً لشروط القياس الجيد لدى عينة من الأفراد ثم نقوم بحساب الارتباطات بين هذه المتغيرات ونضمنها مصفوفتنا.

أى إننا لن نقوم هنا بما فعلناه الآن من استنتاج مصفوفة الارتباطات من العامل، بل سنسير فى الطريق الصحيح والمنطقى وهو أن نستنتج أو نستخلص العامل من المصفوفة الارتباطية، وهو الطريق الطبيعى الذى يتعين أن نسلكه. ووفقاً لفروضنا التى تؤكد أنه لايوجد إلا عامل عام واحد خلف أشكال الأداء المختلفة، يصبح الأمر ميسوراً، وذلك بأن نقوم بحساب ارتباط المتغيرات بالعامل العام من مجرد الحصول على جذر القيم القطرية. فإذا كانت المصفوفة الارتباطية السابقة تمثل ارتباطات حقيقة ناتجة عن عملية قياس للمتغيرات وليست مصفوفة مصطنعة فإن ارتباط كل متغير من متغيراتها بالعامل عبارة عن جذر القيم القطرية فيها أى $\sqrt{٠ر٨١}$ ، $\sqrt{٠ر٦٤}$ ، $\sqrt{٠ر٤٩}$ ، $\sqrt{٠ر٣٦}$

---

(١) Tetrad equation.

(٢) Tetrad criterion.

♦. مطالعة ممتعة / محمد عموش .

إلا أننا لانعرف فى الواقع ـ أيضاً ـ حجم ما يمثله المتغير من تباين عاملى ، ولذلك فالقيمة القطرية ، أى ارتباط المتغير بنفسه لا تمثل فى هذه الحالة ارتباطه فقط بالعامل العامل ، بل تمثل أيضاً الجزء النوعى من التباين أى الـ S أو العامل النوعى .

إذن أمامنا سبيل آخر ، هو أن نقوم بوضع معادلات فروق رباعية بقدر ما يوجد فى المصفوفة من رباعيات طالما نعرف كيف تتكون ، على أن يتضمن كل رباعى منها مجهولا واحداً وحيث نتيجتها صفر فى ضوء فروضنا السابقة نستطيع أن نحسب قيمة هذا المجهول مع استبعاد الاقطار الخاصة بأى متغير فى كل رباعى باعتبارها غير معروفة[1] .

$$\text{فمثلا}\ (٠٫٤٨ \times \text{س}) - (٠٫٧٢ \times ٠٫٥٤) = \text{صفر}$$

$$\therefore\ \text{س} = \frac{٠٫٧٢ \times ٠٫٥٤}{٠٫٤٨} = ٠٫٨١$$ وبهذا يكون الارتباط بين المتغير ا والعامل العام قدره $\sqrt{\text{س}}$ أى $\sqrt{٠٫٨١} = ٠٫٩$ وهكذا بالنسبة لكل متغير يمكن استخلاص ارتباطة بالعامل العام G . وهذا الارتباط بين المتغير والعامل

---

(١) باستيفاء خصائص التناسب فى المصفوفة الارتباطية يمكن الحصول على تشبع الاختبار ل على العامل ع بالمعادلة الآتية :

$$\text{ع}_{\text{ل}} = \sqrt{\frac{\text{مج ل}^{٢} - \text{مج ل}'}{\text{ت} - ٢\ \text{مج ل}}}$$ حيث ت مجموع الارتباطات فى المصفوفة

وحيث يظهر كل ارتباط مرتين (والقيم القطرية صفرية) ، مج ل مجموع الارتباطات فى الصف ل، مج لَ مجموع مربعات الارتباطات فى الصف ل . كما أن ع ل

$$= \sqrt{\frac{ر_{\text{لم}} \times ر_{\text{لن}}}{ر_{\text{من}}}}$$

♦. مطالعة ممتعة / محمد عموش .

هو مايطلق عليه اسم « التشبع »(١) وهو الاسم الذى سنستخدمه منذ الآن ، إذن فتشبع الاختبار على العامل هو ارتباطه به .

علينا أن نعود قليلا للصورة المفترضة التى نناقشها ، فقد سبق أن وجدنا أن المتغيرات ا ، ب ، حـ ، ى تتشبع على العامل بمقدار ٩ر٠ ، ٨ر٠ ، ٧ر٠ ، ٦ر٠ على الترتيب ، وقد ذكرنا أن ارتباط المتغير بنفسه ليس بمجرد مربع تشبعه على العامل فقط ، بل إن هناك جزء آخر من ارتباط المتغير بنفسه نستطيع أن نحصل عليه من طرح مربع تشبع المتغير على العامل من ارتباطه الحقيق بنفسه . فاذا كان ارتباط كل متغير بنفسه هو ٠ر١ فإن هذا الجزء الآخر أو التباين النوعى بالنسبة للمتغير الأول .

هو : ١ — (٩ر٠)^{٢} = ١ — ٨١ر٠ = ١٩ر٠ وبالنسبة للمتغير ب

هو : ١ — (٨ر٠)^{٢} = ١ — ٦٤ر٠ = ٣٦ر٠ وبالنسبة للمتغير حـ

هو : ١ — (٧ر٠)^{٢} = ١ — ٤٩ر٠ = ٥١ر٠ وبالنسبة للمتغير ى

هو : ١ — (٦ر٠)^{٢} = ١ — ٣٦ر٠ = ٦٤ر٠

معنى هذا أن التباين الارتباطى للمتغير (أى الوحدة Unity) يتوزع إلى قسمين تباين مشترك Co-variance أو الجزء من التباين الذى يشترك به المتغير فى العامل ، والتباين النوعى(٢) وهو الجزء الباقى من التباين الارتباطى . وتوضح الصورة الرقية الآتية هذا التوزيع .

---

(١) Saturation

(٢) Specific variance

♦. مطالعة ممتعة / محمد عموش .

جدول رقم (٩) توزيع تباين المتغيرات

المتغير	التباين الارتباطى	تشبعه على العامل العام	تباينه العام	تباينه النوعى	تشبعه على العامل النوعى
ا	١ر٠٠	٠ر٩	٠ر٨١	ر١٩	٠ر٤٣٦
ب	١ر٠٠	٠ر٨	٠ر٦٤	ر٣٦	٠ر٦٠٠
حـ	١ر٠٠	٠ر٧	٠ر٤٩	٠ر٥١	٠ر٧١٤
ى	١ر٠٠	٠ر٦	٠ر٣٦	٠ر٦٤	٠ر٨٠٠

تساؤلات ضرورية :

عند هذا الحد نجد أننا فى حاجة لإثارة عدد من الأسئلة والإجابة عنها .

السؤال الأول :

هل نجد قاعدة الفروق الرباعية هذه ثابتة ومحكمة بالصورة التى قدمها سبيرمان ؟

الواقع لا ، وحتى سبيرمان نفسه تنبه إلى ذلك ، وذكر أن الفروق إن لم تكن صفرية فإنها تتركز حول الصفر ، وعلينا أن نلاحظ هنا أن الفروق لن تنعدم تماما إلا إذا كنا نتعامل مع حالة مثالية لا يوجد خلف متغيراتها إلا هذا العامل العام وحده ، ولا شىء غيره ، أما فى أية حالة أخرى لا يوجد فيها هذا العامل العام فقط ، بل توجد عوامل نوعية أيضاً ، فلن تكون نتيجة الفروق الرباعية صفراً .

السؤال الثانى :

هل نجد هذا النظام التدرجى أو الهرمى(١) دائماً بين المتغيرات بهذه

(١) Hierarchical order.

• مطالعة ممتعة / محمد عموش .

الصورة التنازلية أو التصاعدية المنتظمة وبحيث نخرج منه فى كل مرة بتأكيد لقاعدة النسبة بين ارتباطات أى عمودين فى المصفوفة ؟

الواقع أيضاً ، لا ، فنحن لا نستطيع أن نجد هـــذا النظام التدرجى باستمرار وبهذه الصورة المحكمة ، ورغم ما يذكره سبيرمان من أن هذه الظاهرة موجودة غالباً بين ارتباطات أى مجموعة من المتغيرات العقلية ، ورغم أن طومسون يؤكد أن الذين ينكرون تماما وجود التدرج مخطئون إلا أننا لانستطيع أن نقبل فكرة التدرج هذه على إطلاقها فى كل الحالات ، وتؤكد المعطيات التجريبية هذه الحقيقة . واختبار واحد يشذ عن التدرج كفيل بإلغاء القاعدة ، وبإلغاء النتيجة الصفرية للفروق الرباعية .

السؤال الثالث :

ولكن ماذا يعنى شذوذ اختبار واحد عن هذا التدرج ؟

إنه يعنى بوضوح شديد أن الارتباطات بين هذه الاختبارات أو المتغيرات لا يكمن وراءها عامل واحد فقط بل أكثر من عامل ويجب فى هذه الحالة أن نفترض تعدداً فى العوامل ونسعى لاكتشاف هذه العوامل المتعددة ، وستظل لدينا فى هذه الحالة الفروض الأساسية للنظرية وهى أن التباين المشترك بين أى عدد من المتغيرات يكمن خلفه عامل عام ، وإن تباين المتغير الواحد يتوزع بين التباين العاملى العام وبين تباين نوعى ، وإن مجموع هذه التباينات الخاصة بالمتغير تمثل أقصى تباين له ، أى ارتباطه بنفسه .

وعلينا قبل أن نتقدم إلى مستوى أكثر تعقيداً أن نتعرف على عدد من المفاهيم والمصطلحات الهامة فى نظرية التحليل العاملى .

• مطالعة ممتعة / محمد عموش .

الفصل التاسع

مفاهيم عاملية

♦. مطالعة ممتعة / محمد عموش .

سنلتقى فيما بعد - كلما تقدمنا فى دراستنا للتحليل العاملى - بعدد من المفاهيم الأساسية التى تستخدم للتعبير عن خصائص معينه فى المعالجة العاملية ، أو بمفاهيم نسعى لتقدير قيمها الإحصائية أثناء العمليات الحسابية لاستخلاص العوامل ، وسيترتب على توقفنا بين الحين والآخر لشرح هـذه المفاهيم والمصطلحات قدر من المشقة فى متابعة خطوات العمل الرئيسية ، بالإضافة إلى أن كل مفهوم من هذه المفاهيم أو المصطلحات يرتبط بالآخر ويؤدى إليه .

ولأن القدر المحدود من الخطوات التى خطوناها حتى الآن يمكننا من معالجة هذه المفاهيم الآن فسنقوم بدراستها تمهيداً لتقدمنا نحو المراحل التالية .

١ - التباين (١) :

نعرف من دراستنا للاحصاء أننا نستطيع استخلاص درجة معيارية

---

(١) Variance

♦. مطالعة ممتعة / محمد عموش .

للفرد بواسطة تحويل درجته الخام[1] باستخدم المتوسط والانحراف المعيارى بالمعادلة الآتية $\frac{س - \bar{س}}{ع}$ وحيث س هى درجة الفرد و $\bar{س}$ هى متوسط درجات الأفراد ، ع هى الانحراف المعيارى . ويؤدى استخلاص درجة معيارية[2] إلى توحيد أساس الدرجات على المتغيرات المختلفة بحيث تصبح وحده الدرجة الخاصة بالفرد على المتغير واحد صحيح أو درجة أي فرد عبارة عن نسبة من هذا الواحد الصحيح ، تبعاً للفروق الفردية بين الأفراد على هذا المتغير ويصبح المتوسط الحسابى الجديد للدرجة على المتغير صفر ، أما الانحراف المعيارى فيصبح الوحدة أو الواحد الصحيح أيضا ، وعلى هذا فعندما نستخلص معاملا للارتباط بين متغيرين فإن هذا المعامل يمثل بنفس الطريقة جذرا للتباين المشترك بينها الذى متوسطه صفر وانحرافه المعيارى واحد ، وبذلك تكون قيمة أي معامل ارتباط لمتغيرين تجريبين هى نسبة من هذا الواحد الصحيح سواء إيجاباً أو سلباً ، وعلى ذلك فعندما نقول أن الارتباط بين المتغير ونفسه عبارة عن الوحدة فإننا نعبر بذلك عن أن العلاقة بينه وبين نفسه تتضمن قيم كل الأفراد والتى تقع داخل أو فى إطار هذا التباين .

وقد عرفنا من قبل أن تشبع المتغير على العامل عبارة عن ارتباطه به وأن هذا الارتباط يمثل جزءاً محدداً من تباين المتغير ، وبناء على ذلك نستطيع أن نلاحظ أن تباين المتغير الواحد سيتوزع فى أى تحليل عاملى على الوجه الآتى :

التباين الكلى (مساويا للواحد الصحيح مثلا) = تباين عام + تباين عام + تباين نوعى + تباين الخطأ .

---

(1) Raw score.

(2) Standard score.

• مطالعة ممتعة / محمد عموش .

أى ت ك = ت ع١ + ت ع٢ + ت عن + ت خ

حيث ت ك = التباين الكلى للمتغير(١)

ت ع = تباين عامل عام(٢)

ت ن = تباين عامل نوعى(٣)

ت خ = تباين الخطأ(٤)

وقد عرفنا ما هو تباين العامل العام ، أو تباين المتغير على العامل العام وهو مربع تشبع المتغير أو مربع ارتباطه بالعامل ، ونفس الأمر بالنسبة للتباين الخاص أو النوعى .

يبقى أن نعرف الآن هذا الجزء الجديد من التباين الذى نطلق عليه اسم تباين الخطأ .

يقصد بتباين الخطأ القدر من التباين الذى لايستخلص فى شكل عوامل ويعود تباين الخطأ إلى عدد من الأسباب كالآتى :

(أ) اخطاء القياس :

نتيجة لأخطاء القياس سواء كانت باستخدام أدوات منخفضه الثبات أو نتيجة لاستخدام مقاييس واختبارات غير متجانسة البنود أو لاتقدم تقديراً واحداً بصورة منتظمة للظاهرة موضوع القياس أو لتدخل بعض المتغيرات الأخرى وتأثيرها على القياس ، نتيجة لأى من أو بعض هذه الأسباب يحدث قدر من الاختلال يتمثل فى تباين لايتعلق بالظاهرة نفسها ولا يستخلص عامليا بصورة سليمة .

---

(١) Common variance. أو Total Variance

(٢) Common factor variance.

(٣) Specific variance.

(٤) Error variance.

. مطالعة ممتعة / محمد عموش .

(ب) اخطاء التجربة :

تؤدى أخطاء التجربة أيضاً لظهور تباين خطأ يؤثر فى النتائج العاملية فإذا لم تتوفر ظروف الضبط الدقيقة للمتغيرات أو لم تكن العينات متجانسة بقدر كاف أو لم يتم تثبيت عدد من المتغيرات الدخيلة . فإن بعض هذه الأسباب يؤثر فى حجم التباين الكلى بحيث لا يصبح راجعاً بأ كمله إلى طبيعة الظاهرة موضوع الدراسة .

(ج) أخطاء الدقة :

قد يكون من الممكن إدراج السببين السابقين تحت هذا السبب الأخير ، إلا أنه يمكن حتى فى حالة استخدام مقاييس ثابتة وضبط تجريبى دقيق أن تظهر أخطاء الدقة فى عدم أحكام جلسة الاختبار أو طريقة تقـــديم التعليمات أو أسلوب تصحيح الاختبارات والمقاييس المستخدمة أو عدم توحيد ظروف الأداء لـكل المفحوصين . ويجب على الباحث أن يتحكم بأ كبر قدر فى هذه المتغيرات بما يؤدى إلى خفض حجم التباين الذى يكون مصدره الخطأ .

وعلى ذلك فالتباين الـكلى يتوزع إلى العناصر الاتية :

١ — تباين عام يشترك به المتغير مع تباينات لمتغيرات أخرى بما يؤدى الى استخلاص عامل عام ، وقد تتكون المصفوفة العاملية من أ كثر من عامل عام .

٢ — تباين نوعى أو خاص -وهو قدر من التباين الذى يمر به المتغير الواحد عن نوعية أدائه ويظهر على عامل دون أن يظهر معه تباين لمتغيرات أخرى .

٣ — تباين الخطأ وهو القدر من التباين الذى لا يستخلص عامليا ويتبقى فى المصفوفة الارتباطية بعد استخلاص العوامل المختلفة فى شكل بقايا .

♦. مطالعة ممتعة / محمد عموش .

ويمثل الجدول الآتى توزيع التباين الكلى لثلاثة متغيرات أ ، ب ، حـ فى مصفوفة عاملية من أربعة عوامل وستة متغيرات .

جدول (١٠) يبين توزيع التباين لثلاثة متغيرات

ا ، ب ، حـ

المتغير / العامل	١	٢	٣	٤
ا	٦٧ر	٣٤ر	٥٩ر	٢٩ر
ب	٣٨ر	٨٢ر	١٣ر	٢٤ر
حـ	٥٩ر	٢٦ر	٢٨ر	٦٥ر
ى	٦٦ر	٣٤ر	١٧ر	٢٨ر
هـ	٦٢ر	٤٩ر	٠٦ر	١٣ر
و	٧١ر	٢٢ر	١٧ر	١٤ر

سنهتم الان بتوزيع تباين المتغيرات ا ، ب ، حـ فقط فى هذه المصفوفة حيث نجد أن المتغير ا يتوزع تباينه (بفرض أنه واحد صحيح *) على الوجه التالى :

ا = (٦٧ر)^{٢} تباين عام اشترك به مع بقية المتغيرات على العامل الأول +

(٣٤ر)^{٢} تباين عام اشترك به مع بعض المتغيرات على العامل الثانى +

(٥٩ر)^{٢} تباين نوعى انفرد به على العامل الثالث +

(٢٩ر)^{٢} جزء غير دال من التباين على العامل الرابع

(*) مربع القيمة القطرية فى المصفوفة الارتباطية .

(**) يعتبر التشبع دال على العامل اذا كان لا يقل عن ٣ر وفقا لمحك جيلفورد وسنتناول دلالة التشبعات فيما بعد .

♦ . مطالعة ممتعة / محمد عموش .

يمكننا الآن أن نحسب تباين الخطأ للمتغير الأول فى هذه المصفوفة حيث يساوى التباين الكلى للمتغير – التباين العاملى أى :

١ – (٦٨ر٢ + ٣٤ر٢ + ٥٩ر٢ + ٢٩ر٢) = ٠٠٣ر

أما المتغير ب فيتوزع كالآتى :

التباين العاملى = ت ع + ت ع + ت ن * + ت ن *

= ٣٨ر٢ + ٨٢ر٢ + ١٣ر٢ + ٢٤ر٢

= ٩٨١٣ر

تباين الخطأ للمتغير ب = ت ك – ت ع (حيث ع = التباين العاملى)

= ١ – ٩٨١٣ر٠ = ١٨٧ر٠

وبنفس الطريقة يمكن حساب توزيع التباين الكلى للمتغير حـ كالآتى :

ت ك = ت ع + ت ن + ت ن + ت ن + ت خ

١ = ٣٤٨٣ر + ٠٦٧٦ر + ٠٧٨٤ر + ٤٢٢٥ر + ٠٨٣٤ر

٢ – الشيوع (١) :

عرفنا من قبل أن أقصى تباين المتغير هو مربع ارتباطه بنفسه أى الواحد الصحيح** والذى يشغل الخلية القطرية التى تحمل رقم المتغير فى الصف والعمود

(*) تباين تشعبات دون مستوى الدلالة .

(**) أول معامل ثباته أو أقصى ارتباط بينه وبين متغير آخر فى مصفوفة الارتباطات التجريبية .

(١) Communality.

♦. مطالعة ممتعة / محمد عموش .

فى المصفوفة الارتباطية وقد حللنا هذا التباين ، وأمكننا أن نعرف أن هناك جزءاً كبيراً منه يستخلص عامليا سواء فى شكل تشبعات لعوامل عامة أو لعوامل نوعية ، وأن الجزء غير المستخلص يعبر عن تباين الخطأ لهذا المتغير . فإذا كان الجزء من تباين المتغير الذى أمكن استخلاصه عامليا هو ٠ر٨١ مثلا وكان تباين الخطأ فى هذه الحالة عبارة عن ٠ر١٩ فإن هذا التباين العاملى وحده (٠ر٨١) ينظر إليه من زاوية أخرى بوصفه قيمة الشيوع المتغير فى المصفوفة العاملية . أى مجموع إسهاماته فى العوامل المختلفة التى أمكن استخلاصها .

وحيث أن المتغير الواحد يسهم بمقادير مختلفة فى كل عامل ، وسواء أكانت إسهاماته جوهرية أو كانت غير ذات دلالة ، فإن مجموع مربعات هـــذه الإسهامات أو التشبعات على عوامل المصفوفة هى قيمة شيوع المتغير ، وبذلك تكون قيمة شيوع المتغير + الباقى (أو تباين الخطأ) يساوى التباين الكلى للمتغير . أى أن

التباين الكلى = الشيوع + الباقى أو تباين الخطأ

$$ت ع_1 + ت ع_2 + ت ع_3 + ت ع_ن + ت خ$$

وإذا عدنا للمثال السابق (جدول رقم ١٠) فسنجد أن قيم الشيوع للمتغيرات الستة كالآتى

ا = ٩٩٦٧ر

ب = ٨٩١٣ر

حـ = ٩١٦٦ر

ء = ٦٥٨٥ر

هـ = ٦٤٥٠ر

و = ٦٠١٠ر

♦. مطالعة ممتعة / محمد عموش .

وعادة ما نضيف إلى أعمدة المصفوفة العاملية عموداً آخراً بعد آخر عامل نضع فيه قيم الشيوع الخاصة بالمتغيرات التي تحتويها المصفوفة .

وبذلك تكون قيم الشيوع أو ه٢ (١) كما تعرف اصطلاحا عبارة عن مجموع مربعات تشبعات المتغير على جميع العوامل المستخلصة في المصفوفة .

٣ ـ العلاقة بين الثبات والشيوع :

نعرف من تحليلنا لمعامل الثبات أنه يعبر عن الحجم الحقيقي لتباين المتغير أي بعد استبعاد تباين الخطأ ، ويمكننا أن نعرف بالطبع مصادر هذا الخطأ بالنسبة لكل أسلوب من أساليب الثبات ، وإذا توفرت لدينا معلومات دقيقة عن تباين المتغير ، فيمكننا أن نتوقع استخلاص هذا الحجم الكلي للتباين الفعلي في عوامل عامة ونوعية ، ولتوفرت لنا بذلك معلومة واضحة عن الإسهام العاملي الحقيقي للمتغير .

وعلى أي الأحوال ، فإننا نستطيع ، من خلال هذا الفهم ، أن ننظر إلى قيم الشيوع للمتغير في مصفوفة عاملية باعتبارها معامل ثبات لهذا المتغير حيث تمثل قيم الشيوع في هذه الحالة هذا التباين الحقيقي الذي استخلص معبراً عن تباينات مختلفة يشترك فيها المتغير مع غيره من المتغيرات طالما بقي تباين الخطأ في مصفوفة البواقي معبراً بدوره عن الجزء من التباين الكلي الذي لا يشترك فيه الاختبار مع غيره من المتغيرات نتيجة لأخطاء القياس أو أخطاء التجريب .

٤ ـ الجذر الكامن (٢) :

eigen value

يعرف بمجموع مربعات تشبعات كل المتغيرات على كل عامل على حدة من

(١) h2

(٢) eigen value أو latent root. أو eigen root

♦. مطالعة ممتعة / محمد عموش .

عوامل المصفوفة باسم الجـذر الـكامن للعامل وهو تعبير يستخدم فى جبر المصفوفات ويلاحظ بالنسبة لأى مصفوفة عاملية أن الجذر الـكامن يتناقص تدريجيا من عامل لآخر ، فالعوامل الأولى ذات جذر كامن أكبر من العوامل المتأخرة الاستخلاص ، ذلك أن خطوات حساب العوامل تؤدى إلى استخلاص أقصى تباين مشترك بين المتغيرات فى كل مرة على التوالى وبطرح مصفوفة الناتج من المصفوفة الارتباطية يتبقى حجم أصغر من التباين المشترك بين المتغيرات يستخلص فى عامل جديد ذى جذر كامن أصغر من سابقه . ويبين الجدول الآتى مصفوفة عاملية من خمسة متغيرات وعاملين والجذر الـكامن لـكل عامل من العاملين وقيم شيوع المتغيرات .

جدول رقم (١١) يبين الجذر الـكامن وقيم الشيوع

لمصفوفة عاملية من عاملين

المتغير / العامل	الأول	الثانى	الشيوع
١	٫٧٨١٠	٫١١٥١	٫٦٢٣٢٠
٢	٫٧٧٠٨	٫٠١٤٢	٫٥٩٤٢٦
٣	٫٢١٦٨	٫٦٣٣٠	٫٤٤٧٧١
٤	—٫١٣٢١	٫٧٩٧٦	٫٦٥٣٦٧
٥	—٫٧٨٧٨	٫١٦٨٥	٫٦٤٩٠٥
الجذر الـكامن	١٫٨٨٩٢	١٫٠٧٨٧	= ٢٫٩٦٧٩

وعلينا ان نلاحظ أنه طالما أن قيم الشيوع المتغيرات تساوى مجموع مربعات تشبعات المتغيرات على العوامل ، وأن الجذر الـكامن للعوامل هو مجموع مربعات التشبعات على العامل فسيكون مجموع قيم الشيوع للمتغيرات يساوى تماما مجموع الجذور الكامنة لعوامل المصفوفة ، بمعنى آخر أن مجموع مربعات الصفوف (أى قيم الشيوع) = مجموع مربعات الأعمدة (أى الجذور الـكامنة) .

♦. مطالعة ممتعة / محمد عموش .

٥ ـ حجم التباين العاملى ونسبة التباين العاملية :

نلاحظ فى المثال السابق أن حجم التباين العاملى لهذه المصفوفة هو ٢٫٩٦٧٩ وهو مجموع الجذر الكامن للعاملين المستخلصين ، أو هو بمعنى آخر مجموع قيم الشيوع للمتغيرات وكقاعدة عامة يكون حجم التباين العاملى أقل بقدر ما ، ويتفاوت هذا القدر من حالة لأخرى ، من حجم التباين الارتباطى ذلك أننا نستخلص عامليا جزء من هذا التباين الارتباطى أما نسبة التباين العاملى للمصفوفة فعبارة عن

$$\frac{\text{مجموع الجذور الكامنه للعوامل} \times ١٠٠}{\text{التباين الارتباطى}}$$

وقد سبق أن حددنا حجم التباين الارتباطى فى الة استخدامنا للوحدات فى الخلايا القطرية على أنه عبارة عن عدد المتغيرات أو مجموع قيم الخلايا القطرية . وعلى ذلك فى مثالنا السابق (جدول ١١) وحيث كان لدينا خمسة متغيرات فإن التباين الارتباطى يساوى ٥ وتصبح نسبة التباين العاملية هى :

$$\frac{٢٫٩٦٧٩ \times ١٠٠}{٥} = ٥٩٫٣٥٧ \,٪$$

أى أن مصفوفتنا العاملية استخلصت ٥٩٫٣٥٨ ٪ من تباين المصفوفة الارتباطية ومعنى هذا أيضا أن نسبة تباين مصفوفة البواقى (التباين الارتباطى - التباين العاملى) ٤٠٫٦٤٢ ٪ .

وعلينا أن نلاحظ أيضاً أنه كلما كانت نسبة التباين العاملى مرتفعة كلما كنا أمام عوامل أكثر أهمية ، وإن كانت لا تتوفر حتى الآن معايير معينة لتقدير أهمية العوامل . وإن كانت العوامل التى يقل جذرها الكامن عن ١٠ ٪ من التباين الارتباطى لا تلاقى قبولا سهلا فى الممارسة العملية .

١٧٣

♦. مطالعة ممتعة / محمد عموش .

٦ ـ دلالة التشبع على العامل :

أشرنا من قبل إلى أن الدلالة الإحصائية للتشبع على العامل وفقاً لمحك جيلفورد هي ٣ر على الأقل، بحيث يعد التشبع الذى يبلغ هذه القيمة أو يزيد عنها دالا وفقاً لهذا المحك التحكمي .

غير أن هذا المحك لا يعد محكا تحكميا فى واقع الأمر، إذ لو عدنا لشروط التصميم العاملى الجيد التى يذكرها جيلفورد والحجم الأمثل لعينة الدراسة العاملية وشرط استخدام ثلاثة متغيرات لحسن تحديد هوية العامل فسنتبين إن هذا المحك يقوم فى حقيقة الأمر على حساب الخطأ المعيارى لمعامل الارتباط فى هذا التصميم النموذجى معتمداً فى ذلك على معادلة الخطأ المعيارى لبرت وبانكس Burt - Banks وحيث نجد أن الخطأ المعيارى للتشبع على العامل هو الخطأ المعيارى لمعامل الارتباط محسوبا بالمعادلة الآتية :

$$خ_ت = خ_ا \sqrt{\frac{ن}{ن + ١ - ر}}$$

وحيث خ ت = الخطأ المعيارى للتشبع على العامل

خ ا = الخطأ المعيارى لمعامل الارتباط للعينة المعينة التى حللت ارتباطاتها عامليا .

ن = عدد المتغيرات المستخدمة فى المصفوفة الارتباطية المحللة

ر = رقم العامل(١) المستخلص فى المصفوفة العاملية .

---

(١) نقصد برقم العامل ترتيب ظهوره بين عوامل المصفوفة ، حيث تميز المعادلة بين دلالة التشبعات على العامل الأول والرابع والسابع مثلا ففى عينة من ٢٠٠ مفحوص وعشرين متغيرا يكون تشبع مقداره ١٩٢ر دالا بالنسبة للعامل الثالث بينما يكون غير دال بالنسبة للعامل السادس من نفس المصفوفة.

♦. مطالعة ممتعة / محمد عموش .

فإذا كانت لدينا عينة مكونة من ١٠٠ مفحوص قمنا بتحليل عاملي للارتباطات الخاصة بمتغيراتها العشرين ، فإن الخطأ المعياري لمعامل الارتباط لعينة بهذا الحجم عند مستوى ١ .ر[1] هو ٢٥٥ر (حسب جدول دلالة معاملات الارتباط للعينات المختلفة بالملحق) وبحساب الدلالة المقبولة لتشبع العامل الأول في هذه المصفوفة والتي تتضمن عشر عوامل بالمعادلة السابقة سنجد الآتي :

$$\text{خ ت} = ٢٥٥\text{ر} \sqrt{\frac{١٠}{١٠ + ١ - ١}} = ٢٥٥\text{ر}$$

بينما تكون الدلالة المقبولة لتشبع العامل العاشر في نفس المصفوفة كالآتي :

$$\text{خ ت} = ٢٥٥\text{ر} \sqrt{\frac{١٠}{١٠ + ١ - ١٠}} = ٨١\text{ر}$$

بينما تبلغ قيمة التشبع المقبول الدلالة عند مستوى ١ .ر للعامل الأول في مصفوفة من ٢٠ متغيراً لعينة تبلغ ٢٠٠ مفحوص كالآتي :

$$١٨٢\text{ر} \sqrt{\frac{٢٠}{٢٠ + ١ - ١}} = ١٨٢\text{ر}$$

وتبلغ قيمة التشبع المقبول الدلالة عند نفس المستوى للعامل العاشر في نفس المصفوفة ولنفس العينة كالآتي :

$$١٨٢\text{ر} \sqrt{\frac{٢٠}{٢٠ + ١ - ١٠}} = ٢٤٥\text{ر}$$

---

(١) وهو المستوى الذي ننصح بقبوله في التشبعات للحصول على نتائج أكبر احتمالية في هذا المستوى الرياضي المجرد .

. مطالعة ممتعة / محمد عموش .

وبذلك يتحدد مستوى الدلالة للتشبعات فى ضوء محك الخطأ المعيارى من خلال حجم العينة المستخدمة فى الدراسة العاملية ، وفى حدود الخطأ المعيارى المقبول لمعامل الارتباط الذى يرتضيه الباحث وعدد المتغيرات التى تم تحليل ارتباطاتها ، وترتيب ظهور العامل فى المصفوفة العاملية .

ويجد القارىء فى الملحق ثلاثة جداول لثلاث عينات ذات أحجام مختلفة (٥٠ ، ١٠٠ ، ٢٠٠) يمكنه الرجوع إليها لتحديد دلالة التشبع الذى يحصل عليه عند مستوى ٠١ر أو ٠٥ر .

♦. مطالعة ممتعة / محمد عموش .

الباب الرابع

الفصل العاشر

الطريقة القطرية

♦. مطالعة ممتعة / محمد عموش .

الطريقة القطرية (١) :

تعد الطريقة القطرية من الطرق المباشرة والسهلة فى التحليل العاملى ، ويمكن استخدامها إذا كان لدينا عدد قليل من المتغيرات ونرمى للحصول على نتائج سريعة وإن كانت تصلح أيضاً لتحليل المصفوفات الارتباطية المختلفة مهما كانت رتبتها .

الصعوبة الوحيدة التى تحد من إمكانيات استخدام الطريقة القطرية هى أنها تتطلب معرفة سابقة ودقيقة بقيم شيوع المتغيرات ، وبدون هذه المعرفة لا يمكن استخدامها ، كما لا يسهل هنا استخدام تقديرات لقيم الشيوع سواء بوصفها أقصى ارتباط أو متوسط الارتباطات الخاصة بالمتغير .

---

(١) Diagonal method.

♦. مطالعة ممتعة / محمد عموش .

وتتميز الطريقة القطرية بالإضافة إلى سهولتها وسرعة إجراء عملياتها الحسابية بأنها تؤدى إلى استخلاص أكبر عدد ممكن من العوامل ، فنحن نستطيع أن نستخلص بواسطتها عدداً من العوامل يصل إلى عدد المتغيرات ، مما يمكن أن يحقق أحد أهداف الباحث إذا كانت خطته ترمى لتحليل المصفوفة الارتباطية للتعرف على جميع العوامل الكامنة خلف ارتباطاتها ، غير أنه يوجد محك رياضى يؤدى إلى التوقف عن استخلاص العوامل عند نقطة معينة ، وهو الذى يتكفل فى هذه الحالة بالحد من عدد العوامل الناتجة .

وتستمد الطريقة القطرية(١) اسمها من كونها تقوم على استخدام القيم القطرية فى المصفوفة الارتباطية مباشرة .

فالقيمة القطرية للمتغير الأول فى المصفوفة والتى تحتل الخانة الأولى فى الصف الأول والعمود الأول تمثل التقدير المعروف مسبقاً لشيوع المتغير الأول. وتبدأ الطريقة القطرية باستخلاص هذه القيمة بكاملها فى العامل الأول ، وبذلك يكون جذر هذه القيمة هو تشبع المتغير الأول على العامل الأول ، ويطلق عليه اسم التشبع القطرى(٢) ، وبالمثل يكون تشبع المتغير الثانى على العامل الثانى هو التشبع القطرى للعامل الثانى وهكذا .

وبما أننا نستخلص كل قيمة شيوع المتغير الأول فى العامل الأول ، يصبح تشبعه على بقية العوامل صفر ، وما يتبقى من شيوع المتغير الثانى (بعد استخلاص تشبعه على العامل الأول) يستخلص بالكامل فى العامل الثانى بأن نستخرج جذره التربيعى ليكون التشبع القطرى له . وبذلك تصبح تشبعات المتغير الثانى على العوامل التاليه للعامل الثانى صفرية .

---

(١) Diagonal.

(٢) Diagonal saturation.

• مطالعة ممتعة / محمد عموش .

معنى هذا ، بتعبير آخر أن كل شيوع المتغير الأول يستخلص فى العامل الاول وكل شيوع المتغير الثانى يستخلص فى العامل الثانى وما قبله (أى الأول والثانى) وكل شيوع المتغير الثالث يستخلص فى العامل الثالث وما قبله (أى الأول والثانى والثالث) .

ويوضح المثال التالى الخطوات الحسابية للطريقة القطرية :

المصفوفة الارتباطية التالية جدول رقم (١٢) تمثل ارتباطات خمسة متغيرات نفسية هى الطلاقة اللفظية ، والمرونة التلقائية ، والمرونة التكيفية ، والأصالة ، والطلاقة التصورية

جدول رقم (١٢)

مصفوفة ارتباطية لخمسة متغيرات نفسية

المتغيرات	(١)	(٢)	(٣)	(٤)	(٥)
(١) طلاقة لفظية	(٠ر٨٥)	٠ر٠٠	٠ر٠٠	٠ر٠٠	٠ر٠٠
(٢) مرونة تلقائية	٠ر٣٤	(٠ر٥٦)	٠ر٠٠	٠ر٠٠	٠ر٠٠
(٣) مرونة تكيفية	٠ر٤٧	٠ر٣٧	(٠ر٥٩)	٠ر٠٠	٠ر٠٠
(٣) أصالة	٠ر٢٢	٠ر٣٢	٠ر٣٤	(٠ر٧٥)	٠ر٠٠
(٥) طلاقة تصورية	٠ر٣٣	٠ر٤٤	٠ر٣٣	٠ر٤٩	(٠ر٧١)

ورغم ما سبق أن ذكرناه عن استخدامنا للمصفوفة الارتباطية بجزئيها فى حساب العوامل ، إلا أن أحـــد جوانب السهولة فى الطريقة القطرية هو اكتفاءنا بنصف المصفوفة وعلى ذلك نضع أصفار فى الخلايا الواقعة على يسار القيم القطرية ، ووضعنا المعاملات القطرية (وهى هنا قيم الشيوع الحقيقية للمتغيرات) داخل أقواس للايضاح .

♦. مطالعة ممتعة / محمد عموش .

الخطوة الأولى :

بما إننا نعرف أن قيمة شيوع المتغير عبارة عن مجموع مربعات تشبعاته وبما أن المتغير الاول سيتشبع على العامل الأول فقط ، وستكون تشبعاته على بقية المتغيرات صفرية ، إذن فتشبعه على العامل الأول هو جذر شيوعه أى جذر القيمة القطرية (٠٫٨٥) وهو يساوى $\sqrt{٠٫٨٥}$ = ٠٫٩٢١٩ وهذه القيمة هى التشبع القطرى للعامل الأول .

الخطوة الثانية :

بما أن معامل الارتباط بين أى متغيرين عبارة عن مجموع حواصل ضرب تشبعاتهما على العوامل ، وبما أن المتغير الأول لن يكون له إلا تشبع واحد فقط على العامل الأول ، تصبح قسمة ارتباطه بأى متغير آخر على تشبعه على العامل الأول عبارة عن تشبع هذا المتغير الآخر .

معنى هذا أنه من الارتباط بين المتغير الأول والثانى وهو (٠٫٣٤) يمكننا أن نحصل على تشبع المتغير الثانى على العامل الأول بقسمة هذا المعامل على تشبع المتغير الاول أى

$$\frac{٠٫٣٤}{٠٫٩٢١٨} = ٠٫٣٦٨٨$$

الخطوة الثالثة :

نستخلص تشبعات بقية المتغيرات على العامل الأول بنفس الطريقة :

فتشبع المتغير الثالث (المرونة التكيفية) = $\dfrac{\text{ارتباطه بالمتغير الأول}}{\text{تشبع المتغير الاول}}$

$$= \frac{٠٫٤٧}{٠٫٩٢١٩} = ٠٫٥٠٩٨$$

♦. مطالعة ممتعة / محمد عموش .

وتشبع المتغير الرابع (أصالة) = $\frac{\text{ارتباطه بالمتغير الأول}}{\text{تشبع المتغير الاول}}$ ٥

= $\frac{٠٫٢٢}{٠٫٩٢١٩}$ = ٠٫٢٣٨٦

وتشبع المتغير الخامس (طلاقة تصورية) = $\frac{\text{ارتباطه بالمتغير الاول}}{\text{تشبع المتغير الاول}}$

= $\frac{٠٫٣٣}{٠٫٩٢١٩}$ = ٠٫٣٥٧٩

إذن فتشبعات المتغيرات الخمسة على العامل الأول كالآتى :

المتغيرات	العامل الأول
١ — طلاقة لفظية	٫٩٢١٩
٢ — مرونة تلقائية	٫٣٦٨٩
٣ — مرونة تكيفية	٫٥٠٩٨
٤ — أصالة	٫٢٣٨٦
٥ — طلاقة تصورية	٫٣٥٧٩

الخطوة الرابعة :

نحسب تشبعات العامل الثانى ، وبما أن شيوع المتغير الأول استخلص بالكامل فى العامل الأول حيث (٫٩٢١٩)^{٢} = ٫٨٥ إذن فتشبع المتغير الأول على العامل الثانى صفر ، ونحسب التشبع القطرى للعامل الثانى أى تشبع المتغير الثانى عليه .

وتباين المتغير الثانى (أى القيمة القطرية فى المصفوفة الارتباطية) هو ٥٦ر٠
غير أننا استخلصنا جزءاً من تباينه فى شكل تشبع على العامل الأول هو
(٣٦٨٩ر٠)^{2}

إذن فالباقى من تباينه(١) ناقص مربع تشبعه بالعامل الأول أى ٥٦ر
– (٣٦٨٩ر٠)^{2} = ٤٢٣٩ر٠ هو ما يجب استخلاصه فى صورة تشبع بالعامل الثانى ، ويصبح تشبع المتغير الثانى هو جذر هذه القيمة ، أى :

$\sqrt{٤٢٣٩ر}$ = ٦٥١١ر٠

الخطوة الخامسة :

نستخلص تشبعات بقية المتغيرات على العامل الثانى فى ضوء المعلومة الخاصة بأن الارتباط بين أى متغيرين عبارة عن مجموع حواصل ضرب تشبعيها معاً على العوامل المختلفة .

وبما أنه يتوفر لدينا حاصل ضرب تشبع الثانى والثالث على العامل الأول أى ٣٦٨٩ر × ٥٠٩٨ر٠

ويتوفر لدينا أيضاً الارتباط بين الثانى والثالث وهو ٣٧ر٠

ويتوفر لدينا أيضاً تشبع الثانى على العامل الثانى وهو ٦٥١١ر

فيمكننا إذن بطرح حاصل ضرب تشبع الثانى والثالث على العامل الأول من ارتباطهما وقسمه باقى الطرح على تشبع الثانى على العامل الثانى أن نحصل على تشبع المتغير الثالث على العامل الثانى .

---

(١) والتباين هنا هو شيوع المتغير أو القيمة الخاصة بالخلية القطرية

♦. مطالعة ممتعة / محمد عموش .

أى
$$\frac{٠ر٣٧ - (٠ر٥٠٩٨ \times ٠ر٣٦٨٩)}{ر٦٥١١} = ر٢٧٩٤$$

وبنفس الطريقة نحسب تشبع الرابع بطرح حاصل ضرب تشبعه بتشبع الثانى على العامل الأول وقسمة الباقى على تشبع الثانى على العامل الثانى أى .

$$\frac{٠ر٣٢ - (٠ر٢٣٨٦ \times ٠ر٣٦٨٩)}{٠ر٦٥١١} = ر٣٥٦٣$$

وتشبع المتغير الخامس =
$$\frac{٠ر٤٤ - (٠ر٣٥٧٩ \times ٠ر٣٦٨٩)}{٠ر٦٥١١} = ر٤٧٣٠$$

تمكنا حتى الآن من استخلاص العاملين الأول والثانى كالآتى حسب جدول رقم (١٣) .

جدول رقم (١٣) التشبعات الخاصة بالعاملين القطريين الأول والثانى

المتغير / العامل	(١)	(٢)
١	٠ر٩٢١٩	٠ر٠٠
٢	٠ر٣٦٨٩	٠ر٦٥١١
٣	٠ر٥٠٩٨	٠ر٢٧٩٤
٤	٠ر٢٣٨٦	٠ر٣٥٦٣
٥	٠ر٣٥٧٩	٠ر٤٧٣٠

الخطوة السادسة :

نحسب تشبعات العامل الثالث ، ومبتدأ بالتشبع القطرى أى تشبع المتغير

♦. مطالعة ممتعة / محمد عموش .

الثالث . وباتباع نفس القاعدة نجد أنه عبارة عن جذر التباين — مجموع مربعات تشبعات المتغير الثالث على العاملين الأول والثانى أى :

$$\sqrt{٠٫٥٩ - (٥٠٩٨)^{٢} + (٠٫٢٧٩٤)} = \sqrt{٠٫٥٩ - ٠٫٣٣٧٩}$$

$$= \sqrt{٠٫٢٥٢٠} = ٠٫٥٠٢٠$$

الخطوة السابعة :

نستخدم هذا التشبع القطرى فى الحصول على تشبعات فى الحصول على تشبعات بقية المتغيرات وفقا للقواعد السابقة وهى أن :

معامل الارتباط بين أى متغيرين = مجموع حواصل ضرب تشبعيهما على العوامل .

إذن فالارتباط بين المتغير الرابع والثالث

= تشبع الرابع × الثالث على العامل الأول

+ تشبع الرابع × الثالث على العامل الثانى

+ تشبع الرابع × الثالث على العامل الثالث

والقيمة الوحيدة الناقصة هنا والمطلوب حسابها هى تشبع المتغير الرابع على العامل الثالث ويمكننا أن نضع الصيغة العددية كالآتى :

تشبع المتغير الرابع على العامل الثالث

$$= \frac{٠٫٣٤ - \left((٠٫٥٠٩٨ \times ٠٫٢٢٨٦) + (٠٫٣٥٦٣ \times ٠٫٢٧٩٤) \right)}{٠٫٥٠٢٠}$$

$$= ٠٫٢٣٦٧$$

♦. مطالعة ممتعة / محمد عموش .

وبالمثل تشبع الخامس

$$= \frac{٠٫٠٣٣ - \left((٠٫٣٥٧٩ \times ٠٫٥٠٩٨) + (٠٫٤٧٣٠ \times ٠٫٢٧٩٤) \right)}{٠٫٥٠٢٠}$$

$$= ٠٫١٢٤١$$

يمكننا أن نستمر بعد ذلك فى استخلاص العوامل التالية ، وقد نصطدم فى أحد خطواتنا بمحك يوقف استمرارنا فى استخلاص عوامل جديدة عند نقطة معينة كالآتى :

محك التوقف :

عندما نستخلص تشبعا قطريا لعامل معين ، ونتبين أن هذا التشبع القطرى ذا قيمة صفرية فعلينا أن نتوقف عن استخلاص العوامل ، ذلك أننا نستخدم هذا التشبع القطرى فى الحصول على بقية التشبعات بقسمة الباقى من ارتباط المتغيرات عليه و بما أنه صفرى القيمة ، ولا يجوز القسمة على صفر ، فإننا لانستطيع أن نستخلص أية تشبعات على هذا العامل ويتعين أن نتوقف فى هذه الحالة ، وإن كان يجب أن نختبر المتغيرات الأخرى الباقية ونستبدل مواضع المتغيرات فى المصفوفة الارتباطية إذا رغبنا فى استخلاص عوامل أخرى ، وإذا كان هدفنا التوصل إلى أكبر عدد من العوامل .

نقوم الآن بفحص المصفوفة العاملية التى استخلصناها لنتعرف على حجم التباين الذى تعبر عنه ونسبته إلى التباين الكلى للمصفوفة الارتباطية لنتبين إذا ماكنا قد استخلصنا نسبة هامة أم لا من التباين الارتباطى وسنقوم بالخطوات الآتية فى هذا الفحص ،

١ – نحسب الجذر الكامن لكل عامل من عواملنا الثلاثة وهو مجموع مربعات التشبعات على العامل ونضع القيمة فى صف جديد أسفل آخر التشبعات فى العمود الخاص بالعامل .

♦. مطالعة ممتعة / محمد عموش .

٢ ـ نحسب قيم الشيوع للمتغيرات المختلفة وهى مجموع مربعات تشبعات المتغير الواحد على كل العوامل الناتجة ونضع القيم فى عمود جديد إلى يسار آخر عامل . وعلينا أن نلاحظ أن مجموع الجذور الكامنة لكل العوامل يجب أن يساوى مجموع قيم الشيوع لكل المتغيرات .

٣ ـ نحسب نسبة التباين العاملى من التباين الارتباطى ، أى النسبة المئوية لمجموع الجذور الكامنة لعواملنا إلى حجم التباين الكلى للمصفوفة الارتباطية ، ويتحدد حجم التباين الكلى بمجموع ارتباطات كل متغير بنفسه ، وبما أن ارتباط المتغير بنفسه يساوى واحد صحيح وبما أن لدينا خمسة متغيرات قمنا بتحليلها هنا فإن التباين الارتباطى لمصفوفتنا هو ٥ ويمكننا نحسب أولا النسبة المئوية لتباين كل عامل على حدة من التباين الارتباطى ونضعها أسفل الجذور الكامنة للعوامل ثم نحسب النسبة المئوية لتباين المصفوفة العاملية ونضعه أسفل مجموع قيم الشيوع ، ويوضح الجدول الآتى رقم (١٤) هذه الخطوات .

جدول رقم (١٤)
المصفوفة العاملية المستخلصة وقيم شيوع
متغيراتها وجذورها الكامنة ونسبة تباينها

المتغير / العامل	(١)	(٢)	(٣)	الشيوع
١ ـ طلاقه لفظية	٠ر٩٢١٩	٠ر٠٠	٠ر٠٠٠	٠ر٨٥
٢ ـ مرونة تلقائية	٠ر٣٧٦٩	٠ر٦٥١١	٠ر٠٠٠	٠ر٥٦
٣ ـ مرونة تكيفية	٠ر٥٠٩٨	٠ر٢٧٩٤	٠ر٥٠٢٠	٠ر٥٩
٤ ـ أصالة	٠ر٢٣٨٦	٠ر٣٥٦٣	٠ر٢٣٦٧	٠ر٢٣٩٩
٥ ـ طلاقه تصورية	٠ر٣٥٧٩	٠ر٤٧٣٠	٠ر١٢٤١	٠ر٣٦٧٢
الجذر الكامن	١ر٤٣٠٩	٠ر٨٥٢٧	٠ر٣٢٣٤	٢ر٦٠٧
نسبة التباين	٪ ٢٨٦	٪ ١٧١	٪ ٠ر٠٦٤	٪ ٥٢١

♦. مطالعة ممتعة / محمد عموش .

ويمكننا أن نلاحظ هنا أن مجموع الجذور الكامنة كان هو نفسه مجموع قيم الشيوع ذلك أن مجموع مربعات الأعمدة = مجموع مربعات الصفوف .

ويبين الجدول السابق رقم (١٤) أن المصفوفة العاملية تمكنت من استخلاص نسبة لا بأس بها من التباين الارتباطي تصل إلى ٥٢ ٪ تقريبا ، استخلص في العامل الأول وحده ٢٩ ٪ والعامل الثاني ١٧ ٪ بينما كان العامل الثالث أقل أهمية إذا لم يعبر عن أكثر من ٠٦ر٪ من التباين الارتباطي .

♦. مطالعة ممتعة / محمد عموش .

الفصل الحادي عشر

الطريقة المركزية

♦. مطالعة ممتعة / محمد عموش .

الطريقة المركزية لثرستون (١) :

كانت الطريقة المركزية لثرستون أكثر طرق التحليل العاملي استخداما إلى عهد قريب نظراً لقلة حجم العمل الذى تتطلبه ، وإمكانات المراجعة فى كل خطوة من خطوات الحساب ، وهى تتميز بسهولة حسابها ، كما أنها تؤدى إلى استخلاص عدد قليل من العوامل العامة .

غير أن هذه الطريقة تفتقر إلى عدد من المزايا الهامة ، لعل أهمها أنها لاتستخلص إلا قدراً محدودا من التباين الارتباطى بالمقارنة ببعض الأساليب الأخرى مما يجعلنا نتوقف عن استخلاص العوامل دون أن نستنفد جزءاً هاماً من العلاقات الارتباطية فى المصفوفة ، بالإضافة إلى هذا تتحدد قيم الشيوع فى

---

(١) Centroid method.

♦. مطالعة ممتعة / محمد عموش .

المصفوفة الارتباطية وفق تقديرات غير دقيقية حيث نستخدم أقصى ارتباط بين المتغير وأى متغير فى المصفوفة وهو إجراء يؤدى إلى خفض[1] رتبة المصفوفة. وقد أدى التوسع فى استخدام الحواسب الالكترونية السريعة والرغبة فى الاستفادة من الأساليب التى توفر مزايا أكثر دقة تتضمن استنفاذا للجزء الأكبر من التباين الارتباطى فى أقل عدد من العوامل إلى استخدام أساليب عاملية أخرى مثل طريقة المكونات الأساسية لهوتلينج مثلا.

نتناول الآن الخطوات المختلفة لحساب العوامل بالطريقة المركزية مستخدمين فى ذلك مصفوفة ارتباطية تمثل الارتباطات الخاصة بسبعة متغيرات نفسية فى مجال الشخصية هى: الانبساط، والنزوع للتأمل الفكرى، وقوة الانا، والاجتماعية، والطموح، والتقلبات الوجدانية، والمحافظة . ويبين الجدول رقم (١٥) هذه المصفوفة.

وفيما يلى الخطوات المختلفة لاستخلاص العوامل:

الخطوة الأولى: نحدد قيم الخلايا القطرية، وعادة ما نلجأ فى الطريقة المركزية إلى استخدام قيم الشيوع، غير أننا لانعرف منذ البداية القيم الحقيقية لشيوع المتغيرات، وعلى ذلك فإننا نلجأ هنا لتقدير هذه القيم، والتقدير المعتاد هو أن نعتبر أعلى ارتباطات المتغير بأى متغير آخر فى المصفوفة بمثابة قيمة شيوعه، وعلى هذا نقوم بفحص العمود الأول فى المصفوفة (أو الصف الأول) لنحصل على أعلى ارتباط بين المتغير الأول وأى متغير آخر وسنجد هنا أنه ارتباطه بالمتغير السادس والذى يساوى (٦٦ر٠) فنضع هذه القيمة فى الخلية القطرية للمتغير الأول، مع ابقاءها هى نفسها فى مكانها. وهكذا فى بقية المتغيرات، حيث نفحص العمود الثانى لتقدير شيوع المتغير الثانى وسنجد أن اكبر ارتباط هو (٦٣ر٠) فنضعه فى الخلية القطرية للمتغير الثانى، وقد وضعنا القيم القطرية فى المصفوفة (جدول رقم ١٥) بين قوسين مربعين وسنلاحظ أنها تمثل أعلى ارتباط فى الصف أو العمود الخاص بالمتغير.

---

(١) Minimize.

♦. مطالعة ممتعة / محمد عموش .

جدول رقم (١٥) مصفوفة ارتباطية من سبعة متغيرات نفسية

المتغيرات		(١)	(٢)	(٣)	(٤)	(٥)	(٦)	(٧)	مج ك١
٦٥٧ر	(١)	[٦٦ر٠]	٣٤ر٠	٥١ر٠	١٧ر٠	٤٢ر٠	٦٦ر٠	٤٣ر٠	٥٣ر٢
٦٠٤ر	(٢)	٣٤ر٠	[٦٣ر٠]	٦٣ر٠	٢١ر٠	٥٤ر٠	١٢ر٠	٤٦ر٠	٣ر٣
٨٧٠	(٣)	٥١ر	٦٣ر٠	[٨١ر٠]	٣٥ر٠	٨١ر٠	٤٤ر٠	٦٧ر٠	٤١ر٣
٤٤٧ر	(٤)	١٧ر٠	٢١ر٠	٣٥ر٠	[٤٠ر٠]	٢٦ر٠	٤٠ر٠	٣٨ر٠	٧٧ر١
٧٢٣ر	(٥)	٤٢ر٠	٥٤ر٠	٨١ر٠	٢٦ر٠	[٨١ر٠]	٣٨ر٠	٢٩ر٠	٧ر٢
٧٥٠ر	(٦)	٦٦ر٠	١٢ر٠	٤٤ر٠	٤٠ر٠	٣٨ر٠	[٨٢ر٠]	٨٢ر٠	٨٢ر٢
٧٩٨ر	(٧)	٤٣ر٠	٤٦ر٠	٦٧ر٠	٣٨ر٠	٢٩ر٠	٨٢ر٠	[٨٢ر٠]	٠٥ر٣
ك١		٥٣ر٢	٣ر٢	٤١ر٣	٧٧ر١	٧ر٢	٨٢ر٢	٠٥ر٣	مج ك١ ٥٨ر١٨
ت ك١		١٩ر٣	٩٣ر٢	٢٢ر٤	١٧ر٢	٥١ر٢	٦٤ر٣	٨٧ر٢	ت = ٥٣ر٢٣
ك'١		٦٥٨ر	٦٠٤ر	٨٧٠ر	٤٤٧ر	٧٢٣ر	٧٥٠ر	٧٩٨ر	$\sqrt{ت_1}$ = ٨٥١ر٤
									$\frac{1}{\sqrt{ت_1}}$ = ٢٠٦ر

♦. مطالعة ممتعة / محمد عموش .

الخطوة الثانية : نقوم بالجمع الجبرى لقيم كل عمود من أعمدة المصفوفة مع استبعاد قيم الخلايا القطرية (المحاطة بأقواس مربعة) ونضع مجموع كل عمود أسفله فى صف جديد أسفل المصفوفة ونطلق عليه ك١ .

الخطوة الثالثة : بغرض المراجعة والتأكد من صحة الجمع نقوم مرة أخرى بالجمع الجبرى لقيم كل صف من صفوف المصفوفة مع استبعاد قيم الخلايا القطرية فى الصفوف ، ونضع مجموع كل صف على يسار المصفوفة فى عمود جديد نطلق عليه نفس الإسم ك١ ،

وعلينا أن نتأكد أن المجموع الجبرى للأعمدة يساوى تماما المجموع الجبرى للصفوف ، وفى حالة عدم تساويهما لا بد من إعادة الجمع للتحقق من مصدر الخطأ وتصحيحه سواء كان فى مجاميع الصفوف أو الأعمدة .

الخطوة الرابعة : فى حالة ما إذا كانت مجاميع الأعمدة أو بعضها بالسالب يجب القيام بعملية عكس الإشارات(١) وهى خطوة تتضمن عددا من الإجراءات سنشير لها عند استخلاصنا للعامل الثانى ، وغالبا ما لا توجد ظاهرة المجاميع السلبية فى المصفوفة الارتباطية قبل استخلاص العامل الأول .

الخطوة الخامسة : نقوم بجمع قيم الخلايا القطرية كل منها على مجموع العمود الخاص بها والذى حصلنا عليه فى الخطوة السابقة ، ونضع الناتج فى صف جديد أسفل الصف السابق ونطلق عليه أسم ت ك١ .

الخطوة السادسة : نجمع قيم الصف ت ك١ التى سبق حسابها فى الخطوة السابقة لنحصل على مجموعها الكلى (لاحظ أنه يعد فى الحقيقة مجموع كل قيم المصفوفة الارتباطية) ونرصده يسارها ونطلق عليه ت١ .

---

(١) Reflection.

♦. مطالعة ممتعة / محمد عموش .

الخطوة السابعة : نستخرج الجــــذر التربيعى للقيمة $ت_١$ وهى فى مثالنا جدول رقم (١٥) $\sqrt{٥٣ر٢٣} = ٨٥١ر٤$

الخطوة الثامنة : نقسم واحد على جذر $ت_١$ أى

$$\frac{١}{\sqrt{ت_١}} = \frac{١}{٨٥١ر٤} = ٢٠٦ر \quad *$$

الخطوة التاسعة : نضرب القيمة الناتجة من $\frac{١}{\sqrt{ت}}$ (وهى ٢٠٦ر٠ فى مثالنا) فى كل قيمة من قيم الصف $ت_١$ وكل قيمة نحصل عليها فى عملية الضرب عبارة عن تشبع لمتغير على العامل المركزى الأول ويمكننا وضعها فى صف جديد على الترتيب أسفل الأعمدة ونطلق عليه $ك_١$.

وفى مثالنا هذا نحسب تشبعات العامل الأول كالآتى :

$$ت_١ = ٢٠٦ر٠ \times ١٩ر٣ = ٦٥٨ر٠$$

$$ت_٢ = ٢٠٦ر٠ \times ٩٣ر٢ = ٦٠٤ر٠$$

$$ت_٣ = ٢٠٦ر٠ \times ٢٢ر٤ = ٨٧٠ر٠$$

---

* يمكننا الاستغناء عن هذه الخطوة ، وإن كنا ننصح بها إذ أننا نقوم بها للحصول على ثابت هو $\frac{١}{\sqrt{ت_١}}$ لنقوم بضربه على التوالى فى قيم $ت_١$ لنحصل على تشبعات العاملى الأول ، وفى حالة الاستغناء عنها سنقوم بقسمة $\sqrt{ت_١}$ على نفس النتيجة ، غير أن عملية الضرب باستمرار فى ثابت Constant أكثر سهولة وبالأخص باستخدام ما كينات حاسبة صغيرة .

• مطالعة ممتعة / محمد عموش .

$ت_{٤}$ = ٢٠٦ر٠ × ١٧ر٢ = ٤٤٧ر٠

$ت_{٥}$ = ٢٠٦ر٠ × ٥١ر٣ = ٧٢٣ر٠

$ت_{٦}$ = ٢٠٦ر٠ × ٦٤ر٣ = ٧٥٠ر٠

$ت_{٧}$ = ٢٠٦ر٠ × ٨٧ر٣ = ٧٩٨ر٠

<u>الخطوة العاشرة</u> : لكى نتأكد من صحة تشبعات العامل الأول نجمع هذه التشبعات جمعاً جبريا وإذا كان المجموع مساو لجذر $ت_{١}$ (أى ٨٥١ر٤) أو باختلاف طفيف ناتج عن مجرد تقريب الأرقام العشرية فقط يكون حسابنا للتشبعات صحيحاً .

<u>الخطوة الحادية عشر</u> : ابدأ فى رصد تشبعات العامل الأول فى مصفوفة عاملية ليحتل العمود الأول فيها وبعدد صفوف مساو لعدد المتغيرات تاركا مكانا مناسباً لحساب الجذور الكامنة ونسب التباين وقيم الشيوع فيما بعد (بعد استخراج العوامل التالية) ويمثل الجدول الآتى ، جدول رقم (١٦) الشكل الأولى للمصفوفة العاملية .

• مطالعة ممتعة / محمد عموش .

جدول رقم (١٦) المصفوفة العاملية
بعد استخلاص العامل الأول فقط

المتغيرات / العوامل	العامل الأول	الثانى	الثالث	...	الشيوع
١	٦٥٨ر٠				
٢	٦٠٤ر٠				
٣	٨٧٠ر٠				
٤	٤٤٧ر٠				
٥	٧٢٣ر٠				
٦	٧٥٠ر٠				
٧	٧٩٨ر٠				
الجذر الكامن					
نسبة التباين					

بفحص كل الخطوات التى قمنا بها حتى استخلاص العامل الأول نستطيع أن نخرج بالقاعدة الهامة وهى أن تشبع المتغير س على العامل ع ما هو إلا ناتج قسمه جذر مجموع معاملات الارتباط فى المصفوفة (بما فيها الخلايا القطرية) على مجموع ارتباطات المتغير س فى نفس المصفوفة .

بعد أن انتهينا من حساب تشبعات العامل الأول . علينا أن نقوم بحساب ما تبقى من تباين المصفوفة الارتباطية . حتى نتمكن من استخلاص جزء جديد من التباين الارتباطى فى عامل آخر ، ونحتاج فى هذه المرحلة إلى حساب حجم التباين الذى استخلصه العامل الأول وطرحه من المصفوفة الأصلية ،

• مطالعة ممتعة / محمد عموش .

واستخدام باقى الطرح أو مصفوفة البواقى[1] لإعادة تحليلها لاستخراج العامل الثانى وسنتبع فى ذلك الخطوات التالية .

الخطوة الأولى :

هى حساب مصفوفة الناتج للعامل الأول[2]، بما أننا قمنا باستخلاص حجم من التباين الارتباطى استخلص فى شكل تشبعات على العامل الأول وبما أننا نعرف أن الارتباط بين أى متغيرين عبارة عن مجموع حواصل ضرب تشبعيهما على العوامل المختلفة ، وبما أننا استخلصنا عاملا واحدا فقط فإن حاصل ضرب تشبعى أى متغيرين هو الجزء من ارتباطهما الراجع إلى هذا العامل المشترك بينهما ويمكننا أن نقوم بحساب مصفوفة الناتج أو مصفوفة الارتباطات بين المتغيرات المسئول عنها هذا هذا العامل وذلك بضرب كل تشبعين من تشبعاته للحصول على الجزء من الارتباط بين المتغيرين المستخلص فى العامل . ويطلق على هذه الخطوة اسم مصفوفة الناتج ، وتأخذ خطوات الحساب الشكل الآتى :

الارتباط بين ١ ، ٢ = تشبع الأول × الثانى = ٦٥٨ر × ٦٠٤ر = ٣٩٧ر

الارتباط بين ١ ، ٣ = تشبع الأول × الثالث = ٦٥٨ر × ٨٧٠ر = ٥٧٣ر

الارتباط بين ١ ، ٤ = تشبع الأول × الرابع = ٦٥٨ر × ٤٤٧ر = ٢٩٤ر

الارتباط بين ١ ، ٥ = تشبع الأول × الخامس = ٦٥٨ر × ٧٢٣ر = ٤٧٦ر

الارتباط بين ١ ، ٦ = تشبع الأول × السادس = ٦٥٨ر × ٧٥٠ر = ٤٩٤ر

الارتباط بين ١ ، ٧ = تشبع الأول × السابع = ٦٥٨ر × ٧٩٨ر = ٥٢٥ر

---

(١) Residual matrix.

(٢) Product matrix.

♦. مطالعة ممتعة / محمد عموش .

وتكون القيمة القطرية بالطبع عبارة عن تشبع الأول فى نفسه ، وهكذا بالنسبة لبقية المتغيرات حتى نحسب جميع خلايا مصفوفة الناتج وهى مناظرة للمصفوفة الأصلية كما يبينها الجدول التالى رقم (١٧) .

جدول رقم (١٧) مصفوفة الناتج
للعامل المركزى الأول

	(١)	(٢)	(٣)	(٤)	(٥)	(٦)	(٧)
١	٫٤٣٣	٫٣٩٧	٫٥٧٣	٫٢٩٤	٫٤٧٦	٫٤٩٤	٫٥٢٥
٢	٫٣٩٧	٫٣٦٥	٫٥٢٥	٫٢٧٠	٫٤٣٧	٫٤٥٣	٫٤٨٢
٣	٫٥٧٣	٫٥٢٥	٫٧٥٧	٫٣٨٩	٫٦٢٩	٫٦٥٣	٫٦٩٤
٤	٫٢٩٤	٫٢٧٠	٫٣٨٩	٫٢٠٠	٫٣٢٣	٫٢٣٥	٫٣٥٧
٥	٫٤٧٦	٫٤٣٧	٫٦٢٩	٫٣٢٣	٫٥٢٣	٫٥٤٢	٫٥٧٧
٦	٫٤٩٤	٫٤٥٣	٫٦٥٣	٫٢٣٥	٫٥٤٢	٫٥٦٢	٫٥٩٩
٧	٫٥٢٥	٫٤٨٢	٫٦٩٤	٫٣٥٧	٫٥٧٧	٫٥٩٨	٫٦٣٧
	٣٫١٩٢	٢٫٩٢٩	٤٫٢٢	٢٫١٦٨	٣٫٥٠٧	٣٫٦٣٧	٣٫٨٧١

ويجب ملاحظة أن مصفوفة الناتج تتكون من القيم المطلقة لارتباطات العامل الأول ، بمعنى أن جميع قيمها إيجابية (أى مع حذف إشارة السلب إذا وجدت) بمعنى أنه حتى فى حالة ما إذا كانت لدينا تشبعات إيجابية وأخرى سلبية على العامل المستخلص فإننا عند حساب مصفوفة الناتج نتعامل بها باعتبارها جميعها إيجابية أى بالغاء تأثير الإشارة على حاصل ضرب التشبعين .

الخطوة الثانية :

هى حساب مصفوفة البواقى : ونقوم فى هذه الخطوة بطرح مصفوفة الناتج الخاصة بالعامل الأول من المصفوفة الارتباطية وفقاً لقواعد طرح المصفوفات

• مطالعة ممتعة / محمد عموش .

بمعنى أننا نطرح قيمة كل خلية من خلايا مصفوفة الناتج من القيمة المدونة فى الخلية المقابلة لها فى المصفوفة الارتباطية كالمثال الآتى :

الخلية ١ ، ١ فى مصفوفة الباقى = ٦٦ر – ٤٣٣ر = ٢٢٧ر

الخلية ١ ، ٢ فى مصفوفة الباقى = ٣٤ر – ٣٩٧ر = – ٠٥٧ر

الخلية ١ ، ٣ فى مصفوفة الباقى = ٥١ر – ٥٧٣ر = – ٠٦٣ر

الخلية ١ ، ٤ فى مصفوفة الباقى = ١٧ر – ٢٩٤ر = – ١٢٤ر

الخلية ١ ، ٥ فى مصفوفة الباقى = ٤٢ر – ٦٧٦ر = – ٠٥٦ر

الخلية ١ ، ٦ فى مصفوفة الباقى = ٦٦ر ٤٩٤ر = ١٦٦ر

الخلية ١ ، ٧ فى مصفوفة الباقى = ٤٣ر – ٥٢٥ر = – ٠٩٥ر

ويبين الجدول الآتى رقم (١٨) مصفوفة الباقى بعد استخلاص العامل الأول .

جدول رقم (١٨) مصفوفة
البواقى بعد العامل الأول

	(١)	(٢)	(٣)	(٤)	(٥)	(٦)	(٧)
١	٢٢٧ر	– ٠٥٧ر	– ٠٦٣ر	– ١٢٤ر	– ٠٥٦ر	١٦٦ر	– ٠٩٥ر
٢	– ٠٥٧ر	٢٦٥ر	١٠٥ر	– ٠٦ر	١٠٣ر	– ٣٣٣ر	– ٠٢٢ر
٣	– ٠٦٣ر	١٠٥ر	٠٥٣ر	– ٠٣٩ر	١٨١ر	– ٢١٣ر	– ٠٢٤ر
٤	– ١٢٤ر	– ٠٦ر	– ٠٣٩ر	٢٠ر	– ٠٦٣ر	٠٦٥ر	٠٢٣ر
٥	– ٠٥٦ر	١٠٣ر	١٨١ر	– ٠٦٣ر	٢٨٧ر	– ١٦٢ر	– ٢٨٧ر
٦	١٦٦ر	– ٣٢٢ر	– ٢١٣ر	٠٦٥ر	– ١٦٢ر	٢٥٨ر	٢٢١ر
٧	– ٠٩٥ر	– ٠٢٢ر	– ٠٢٤ر	٠٢٣ر	– ٢٨٧	٢٢١ر	١٨٣ر
مج صفر	– ٠٠٢ر	٠٠١ر	٠٠٠ر	٠٠٢ر	٠٠٣ر	٠٠٣ر	– ٠٠١ر

♦. مطالعة ممتعة / محمد عموش .

الخطوة الثالثة :

نقوم بالجمع الجبرى لمجاميع أعمدة البواقى ونضع المجاميع فى صف أسفل المصفوفة نطلق عليه ح صفر ، وفى حالة ما إذا كانت حساباتنا صحيحة ستكون جميع قيم الصف ح صفر صفرية ، ولكى نتحقق من صحة حساباتنا حتى هـــذه هذه الخطوة نقوم بطرح مجاميع أعمدة مصفوفة الناتج من مجاميع أعمدة المصفوفة الارتباطية (أى من ≥ ت،) وسيكون الفرق عبارة عن مجاميع أعمدة مصفوفة البواقى (أى ح صفر) وسيكون الفرق صفر دائماً فيما عـــدا فروق التقريب للأرقام العشرية .

حساب العامل الثانى :

تبدأ الخطوة الأولى فى حساب العامل الثانى باعادة تقدير قيم شيوع المتغيرات ، وسنتبع فى هذا التقدير القاعدة التى اتبعناها فى الخطوة الأولى عند حساب العامل الأول ، ونضع التقدير الجديد فوق القيمة الناتجة من حساب البواقى بعد شطب القيمة الأصلية أو الباقى كما يتضح من جدول رقم (١٩) وهو صورة أخرى من مصفوفة البواقى نتابع فيها العمل خطوة خطوة .

♦. مطالعة ممتعة / محمد عموش .

جدول رقم (١٩)

صورة أخرى لمصفوفة البواقى بعد العامل الأول بخطوات العمل لاستخلاص العامل الثانى

(بعد العكس وتقدير قيم الشيوع)

	- (١)	(٢)	(٣)	- (٤)	(٥)	- (٦)	- (٧)	ح لة
١ -	٫١٦٦ ~~[illegible]~~	(-)٫٠٥٧	(-)٫٠٦٢	(-)٫١٢٤	(-)٫٠٥٦	٫١٦٦	-٫٠٩٠	٫١٢٢
٢	(-)٫٠٠٧	٫٢٢٢ ~~[illegible]~~	٫١٠٥	(-)٫٠٠٦	٫١٠٢	(-)٫٢٢٢	(-)٫٠٢٢	٫٦٨
٣	(-)٫٠٦٢	٫١٠٥	٫٢١٢ ~~[illegible]~~	(-)٫٠٢٩	٫١٨١	(-)٫٢١٢	(-)٫٠٢٤	٫٦٢٥
٤ -	-٫١٢٤	(-)٫٠٠٦	(-)٫٠٢٩	٫١٢٤ ~~[illegible]~~	(-)٫٠٦٢	٫٠٦٥	٫٠٢٢	٫١٢٦١
٥	(-)٫٠٥٦	٫١٠٢	٫١٨١	(-)٫٠٦٢	٫٢٨٧ ~~[illegible]~~	(-)٫١٦٢	(-)٫٢٨٧	٫٨٥٢
٦ -	٫١٦٦	(-)٫٢٢٢	(-)٫٢١٢	٫٠٦٥	(-)٫١٦٢	٫٢٢٢ ~~[illegible]~~	٫٢٢١	١٫١٦
٧ -	-٫٠٩٥	(-)٫٠٢٢	(-)٫٠٢٤	٫٠٢٢	(-)٫٢٨٧	٫٢٢١	٫٢٨٧ ~~[illegible]~~	٫٤٨٠
لقيم	-٫١١٥	-٫٠٦٤	-٫٠٥٢	-٫١٩٨	-٫٢٨٤	-٫٢٥٥	-٫١٨٤	[illegible]
لهم	٫١٢٢	٫٠٦٨	٫٦٢٥	٫١٢٦	٫٢٨٥٢	١٫١٦	٫٢٨٤٨	[illegible]
ت لهم	٫٢٨٩	١٫٠١٢	٫٨٢٨	٫٠٥	١٫١٢٩	١٫٤٩٢	٫٧٦٩	٥٫٧٩١
								[illegible] = ٫٤٠٦
أ	٫١٠٠	٫٤٢٢٤	٫٢٤٩٤	٫١٠٤٢	٫٤٧٥٠	٫٦٢٢٦	٫٤٠٧	[illegible] = ٫٤١٦

الخطوة الثانية : نفحص مجاميع الأعمدة (أى قيم $ك_٢$) بدون القيم القطرية لها فإذا وجدنا أن بعض المجاميع بالسلب يتعين فى هذه الحالة إجراء عملية العكس لإشارات بعض الأعمدة والصفوف المقابلة لها فى المصفوفة ·

ونتبع الإجراءات الآتية فى عملية العكس :

عكس الاشارات (١) :

الهدف من عملية العكس : تهدف عملية العكس الى أبعاد مراكز

---

(١) Reflection.

· مطالعة ممتعة / محمد عموش .

الارتباطات من نقطة الاصل فى الحيز[1] الخاص ببقايا العامل الاول حتى نتمكن من زيادة حجم التباين الذى يستخلصه العامل الثانى من البواقى . فقد لاحظنا من مراجعة مصفوفة البواقى أن مجاميع أعمدتها مساوية للصفر ، ورغم هذا فان حجم ما استخلص من تباين فى العامل الاول لا يعبر عن كل تباين المصفوفة الارتباطية وما تقوم به عملية العكس ما هو إلا تغيير لمواضع المحاور مع الاحتفاظ بنقطة الاصل والزاوية بينها بما يمكننا من استخلاص نسبة جديدة من التباين بين المتغيرات المختلفة .

وتتم عملية العكس من خلال عدد من الخطوات على الوجه الآتى :

نصمم جدولا كالموضح فى جدول رقم (٢٠) ونطلق عليه جدول السوالب فى مصفوفة باقى العامل الأول ونضع فى عموده الأول أرقام المتغيرات بالترتيب تحت عنوان المتغير ونخصص العمود الثانى (وعنوانه : المتغير المعكوس) لوضع إشارة السلب أمام المتغير الذى سنقوم بعكس إشاراته ونضع فى العمود الثالث (وعنوانه : عدد السوالب قبل العكس) عدد إشارات السلب لكل متغير حسبما تظهر فى أعمدة مصفوفة البواقى للمتغير الأول جدول (١٩) وسنجد أنها كالآتى ٥ ، ٤ ، ٤ ، ٤ ، ٤ ، ٣ ، ٤ . نقسم العمود الأخير (وعنوانه : عدد إشارات السلب بعد العكس المتتالى للمتغيرات) إلى عدد من الأعمدة يحمل كل عمود رقم كل متغير من المتغيرات التى سيتم عكسها على الترتيب وهى المتغيرات التى سنضع أمامها علامة (—) فى العمود الثانى من الجدول ، بحيث إذا قمنا بعكس المتغير الاول أولا فاننا نضع للعمود الأول (من مجموعة أعمدة إشارات السلب بعد عكس المتغيرات) رقم هذا المتغير ، وعندما نقوم بعكس المتغير السادس بعد الأول فان العمود التالى يحمل رقم ٦ وهكذا .

---

(١) Space.

♦. مطالعة ممتعة / محمد عموش .

جدول رقم (٢٠) السوالب فى مصفوفه بواقى العامل الأول

المتغير	المتغير المعكوس	عدد السوالب قبل العكس	عدد السوالب بعد العكس المتتالى للمتغيرات (١)	(٦)	(٤)	(٧)
١	—	٥	١	صفر	١	٢
٢	—	٤	٣	٢	١	صفر
٣	—	٤	٣	٢	١	صفر
٤	—	٤	٣	٤	٢	١
٥	—	٤	٣	٢	١	صفر
٦	—	٣	٤	٢	١	صفر
٧	—	٤	٣	٤	٥	١
المجموع	—	٢٨	٢٠	١٦	١٢	٤
الفرق	—	—	٨	٤	٤	٨

أما خطوات العمل فى كالاتى :

الخطوة الأولى : نختار المتغير صاحب أكبر عدد من إشارات السالب (كما يوضحها جدول ٢٠) لنقوم بعكسه ، وإذا وجدنا متغيرين بهما عدد متساوى من الإشارات نختار أيهما ونقوم بعكسه ، وفى مثالنا نجد أن المتغير الاول هو صاحب أكبر عدد من إشارات السالب ، وعدد إشاراته السلبية ٥ وبما أن عدد أرتباطاته (بدون الارتباط القطرى) ٦ إرتباطات ، فإن عكس إشارات هذا المتغير سيؤدى لأن تصبح الإشارات الخمسة السلبية (—) إشارات إيجابية (+) وإن تصبح الإشارة الوحيدة الإيجابية سلبية، وعلى هذا يصبح عدد السوالب بعد العكس المفترض الذى نقوم به فى الجدول (جدول ٢٠) بالنسبة للمتغير الأول هو ١ ونرصد هذا العدد الجديد للسوالب فى العمود (١).

• مطالعة ممتعة / محمد عموش .

الخطوة الثانية : نقوم بتعديل عدد إشارات السلب الخاصة ببقية المتغيرات فى الجدول (جدول ٢٠ أيضا) بناء على نتيجة عكس المتغير الأول وسنتبع فى ذلك القاعدة الآتية :

(ا) نضع أمامنا مصفوفه البواقى التى نقوم بعكسها لنقوم بالفحص فيها دون تغيير فعلى فى إشاراتها .

(ب) بما أننا قمنا بعكس المتغير الأول فسنفحص إشارات البواقى فى العمود الأول من مصفوفه البواقى .

(ح) إذا كانت الإشارة الخاصة بمتغير معين فى العمود لم يسبق عكسه إيجابية نزيد عدد الإشارة السلبية واحدا لهذا المتغير فى العمود الخاص بناتج عكس المتغير الأول . فمثلا إشارة المتغير السادس فى العمود الأول إيجابية وعدد سوالبه كما يبينها عمود ٣ (فى جدول ٢٠) ثلاث إشارات نزيدها إلى أربعة ونرصد الرقم الجديد فى العمود (١) تحت عنوان عدد السوالب بعد العكس التالى للمتغيرات .

(د) إذا كانت الإشارة الخاصة بمتغير آخر فى العمود (بمصفوفه البواقى) لم يسبق عكسه سلبية فإننا نخفض عدد إشاراته السلبية إشارة ونضع الرقم الجديد فى عمود المتغير (١) (بجدول ٢٠) *

فمثلا إشارة المتغير الثانى على العمود الأول سلبية ، وهو متغير لم يسبق عكسه ، وعدد إشاراته السالبة ٤ فتصبح ثلاثة فقط ونرصدها فى عمود (١) .

★ لاحظ اننا حتى الآن لا نقوم بأى تغيير فعلى فى مصفوفة البواقى وكل عملياتنا فى جدول رقم (٢٠) . أما مصفوفة البواقى فنقوم حتى هذه الخطوات بفحصها فقط .

♦. مطالعة ممتعة / محمد عموش .

ويمكننا استخدام هذه القاعدة بصفة عامة ويوضح الجدول الآتى ، جدول رقم (٢١) حالاتها الاربع وما يتبع فى كل منها .

جدول (٢١) قاعدة تغيير الإشارات

حالة المتغير	إذا كانت إشارته فى مصفوفه البواقى (أو الارتباطية) إيجابية	إذا كانت إشارته فى مصفوفه البواقى (أو الارتباطية) سلبية
لم يسبق عكسه أو سبق عكسه عدد زوجى من المرات	أضف واحد لعدد سوالبه بجدول السوالب	إحذف واحد من عدد سوالبه بجدول السوالب
سبق عكسه مرة أو عدد فردى من المرات	إحذف واحد من عدد سوالبه بجدول السوالب	أضف واحد لعدد سوالبه بجدول السوالب

باتباع هذه القاعدة يصبح عدد سوالب كل متغير بعد عكس المتغير الأول هو ما يوضحه عمود (١) فى جدول السوالب (جدول رقم ٢٠) .

ويمكننا أن نقوم بمراجعة دقيقة لصحة خطواتنا فى العكس على الوجه الآتى : بما أن مجموع إشارات السلب فى المصفوفة كان ٢٨ إشارة (وهو مجموع عدد السوالب قبل العكس فى جدول السوالب) وبما أن هذا المجموع انخفض بعد عكس المتغير الاول فأصبح ٢٠ إشارة (كما تظهر فى عمود (١)) فإن الفرق بين عدد السوالب قبل وبعد العكس يصبح ٨ ويجب أن يساوى هذا

• مطالعة ممتعة / محمد عموش .

الفرق ضعف الفرق بين عدد سوالب المتغير الذى تم عكسه قبل وبعد العكس .

وبما أننا قمنا بعكس المتغير الاول ، وكان عدد سوالبه ٥ أصبحت ١ أى أن الفرق ٤ فيكون الفرق فى العدد الكلى للسوالب ضعف الفرق فى عدد سوالب المتغير الذى تم عكسه ٨ = ٤ × ٢ .

وهكذا بعد عكس المتغير التالى وهو المتغير رقم ٦ يصبح الفرق الكلى ٤ وفرق إشارات المتغير ٦ نفسه ٢ إذن ٤ = ٢ × ٢ وبالمراجعة بعد عكس كل متغير نتأكد من صحة إجراءاتنا .

الخطوة الثالثة : نختار المتغير صاحب أكبر عدد من السوالب كما يظهر فى العمود «١» الذى يمثل عدد السوالب بعد عكس المتغير الأول وسنجد أنه المتغير السادس «وعدد سوالبه ٤» فنضع علامة «—» فى العمود الثانى أمامه أسوة بما فعلنا فى المتغير الأول إشارة إلى أنه متغير تم عكسه ثم نضع رقم هذا المتغير «٦» عنوانا للعمود الثانى التالى للعمود «١» ثم نبدأ عملية العكس على الوجه التالى .

بما أن مجموع ارتباطاته ستة (بدون الارتباط القطرى) وبما أن عدد سوالبه كما تظهر فى عمود (١) أربعة إذن نعكس السوالب لتصبح إيجابا والإشارات الإيجابية لتصبح سوالب أى نرصد أمام المتغير ٦ فى العمود التالى الرقم ٢ ثم نعيد تقدير عدد الإشارات السالبة بالنسبة لبقية المتغيرات باتباع القاعدة التى يوضحها جدول رقم ٢١ وذلك بأن نضع أمامنا مصفوفه البواقى ونقوم بفحصها حيث نجد فى عمود ٦ الآتى :

♦. مطالعة ممتعة / محمد عموش .

إشارة الارتباط بين ١ ، ٦ إيجابية وسبق عكسه فى الخطوة السابقة فنحذف من عدد سوالبه ١ فيصبح عددها صفر .

» » » ٢ ، ٦ سلبية ، ولم يسبق عكسه فنحذف من عدد سوالبه ١ ، فيصبح عددها ٢ .

» » » ٣ ، ٦ سلبية ، ولم يسبق عكسه فنحذف من عدد سوالبة ١ فيصبح عددها ٢ .

» » » ٤ ، ٦ إيجابية ، ولم يسبق عكسه فنضيف لعدد سوالبه ١ فيصبح العدد ٤ ،

» » » ٥ ، ٦ سلبية ، ولم يسبق عكسه فنحذف من عدد سوالبه ١ فيصبح العدد ٢ .

» » » ٧ ، ٦ إيجابية ، ولم يسبق عكسه فنضيف لعدد سوالبه ١ فيصبح العدد ٤ .

بعد أن تم عكس المتغير ٦ وبعد رصد العدد الجديد لسوالب كل متغير نقوم بالمراجعة على الوجه الآتى :

المجموع الكلى للسوالب قبل عكس المتغير السادس	٢٠
المجموع الكلى للسوالب بعد عكس المتغير السادس	١٦
فالفرق	٤

الفرق بين سوالب المتغير ٦ قبل وبعد العكس ٤ — ٢ = ٢

♦. مطالعة ممتعة / محمد عموش .

وبذلك يكون الفرق الكلى فى عدد السوالب يساوى ضعف فرق عدد سوالب المتغير المعكوس .

وهكذا نستمر فى عملية العكس لمتغير جديد ، ومع مراجعة عدد السوالب بعد عكس المتغير السادس نتبين أن أكبر عدد من إشارات السلب فى المتغيرين ٤ ، ٧ فنختار أيهما ونقوم بعكسة ، وقد اخترنا المتغير الرابع أولا ، وبعد الانتهاء من عكسه نجد أن العدد الكلى لإشارات السلب فى تناقص شديد إلا أن المتغير السابع به أكبر عدد من إشارات السلب فنقوم بعكسه بعد المتغير الرابع باستخدام نفس الطريقة ونفس القواعد .

متى نتوقف عن العكس :

يمكننا القيام بعكس بعض المتغيرات لخفض إشارات السلب فى مصفوفة البواقى (أو فى المصفوفة الارتباطية إذا بدأنا فى استخراج العامل الأول ووجدنا عدداً كبيرا من السوالب قبل حسابه) ويمكننا أيضا أن نعيد عكس متغير ما أكثر من مرة والمحك الذى يوقف استمرارنا عن العكس هو أن نصل إلى مرحلة أو نقطة يكون عدد إشارات السلب فيها بالنسبة لكل متغير أقل من نصف عدد ارتباطاته ، وبما أن لكل متغير فى مصفوفتنا سبعة ارتباطات فيمكننا أن نتوقف عن العكس إذا وصلنا لنقطة تصل فيها سوالب كل متغير من المتغيرات إلى ثلاثة ، وهى الحالة التى نصل إليها بالفعل فى مثالنا هذا بعد عكس المتغير السابع .

التغيير الفعلى لإشارات مصفوفة البواقى :

بعد أن ننتهى من التغيير النظرى لإشارات المتغيرات على التوالى فى جدول السوالب سنلاحظ أننا توصلنا للصورة النهائية لما يجب أن تكون عليه مصفوفة البواقى من حيث المتغيرات التى تم عكسها وعددها والعدد النهائى

. مطالعة ممتعة / محمد عموش .

لسوالب كل متغير فى المصفوفة ، ويتعين أن نقوم الآن بالتغيير الفعلى للإشارات فى مصفوفة البواقى ، ولكى نسهل العمل ونضمن الدقة ، سنضع بجوار رقم المتغير الذى تم عكسه إشارة (—) فى الأعمدة والصفوف معاً أى نضع إشارة (—) بجوار أرقام المتغيرات ١ ، ٤ ، ٦ ، ٧ (راجع مصفوفة البواقى جدول رقم ١٩) .

نفحص ارتباطات الأعمدة على الترتيب ونتبع القواعد العامة الآتية :

(ا) إذا كان الارتباط فى الخانية بين متغيرين عكسا معا أو لم يعكس كلاهما تظل إشارته كما هى ، فمثلا الارتباط بين المتغيرين ٢ ، ٣ وهما متغيران لم يعكسا كلاهما فتظل الإشارة كما هى ، أما الارتباط بين ١ ، ٤ فهو لمتغيرين عكسا معاً فتظل الإشارة كما هى أيضاً .

(ب) إذا كان الارتباط فى خلية معينة لمتغيرين عكس أحدهما فقط فتتغير الإشارة ، فمثلا الارتباط بين ١ ، ٣ لمتغيرين عكس أحدهما (المتغير رقم ١ عكس) فتتغير الإشارة ، والارتباط بين ٥ ، ٦ لمتغيرين عكس أحدهما (المتغير السادس عكس) فتتغير الإشارة .

وبدلا من القيام بتغيير فعلى للإشارات نقوم بإحاطة الإشارة الأصلية التى ستتغير بقوسين (   ) بحيث تكون إشارة السلب المحاطة بقوسين (—) إيجابية ، وفى حالة تغيير إشارة إيجابية إلى سلبية نضع (+) .

يمكننا فى نهاية هذه العملية القيام بإحصاء مجموع إشارات السالب المتبقية فى المصفوفة ويجب أن يساوى عددها المجموع الذى يبينه آخر عمود فى جدول السوالب والذى يبين السوالب بعد آخر عملية عكس .

♦. مطالعة ممتعة / محمد عموش .

استخلاص العامل الثانى :

بعد انتهاء عكس مصفوفة البواقى نعود لحساب العامل الثانى بنفس الخطوات السابقة والتى نعيد تلخيصها فيما يلى :

١ ــ نحصل على المجاميع الجديدة للأعمدة بدون القيم القطرية ونرصدها فى صف أسفل المصفوفة ونطلق عليها مجـ ك$_٢$

٢ ــ نقوم بجمع الصفوف بدون القيم القطرية ونضعها فى عمود إلى يسار المصفوفة ونطلق عليه مجـ ك$_٢$ للمراجعة .

٣ ــ نجمع تقديرات الشيوع الجديدة لكل متغير على مجموع ارتباطاته أى نضيفها إلى مجاميع الأعمدة ونضعها فى صف جديد نطلق عليه مجـ ت ك$_٢$

٤ ــ نجمع قيم الصف مجـ ت ك$_٢$ ونطلق عليها ت$_٢$

٥ ــ نحصل على جذر ت$_٢$ و $\frac{١}{\sqrt{ت}}$

٦ ــ نقوم بضرب كل قيمة من قيم الصف ت ك$_٢$ فى واحد على جذر ت $\left(\frac{١}{\sqrt{ت}}\right)$ لنحصل على تشبعات العامل المركزى الثانى .

حتى هذه الخطوة نكون قد استخلصنا عاملين من مصفوفتنا الارتباطية ويمثل الجدول رقم (٢٢) هذه المصفوفة العاملية والجذر الكامن لعامليها وقيم الشيوع ونسبة التباين إلى التباين الكلى للمتغيرات .

♦. مطالعة ممتعة / محمد عموش .

جدول (٢٢) المصفوفة العاملية
ونسب التباين وقيم الشيوع

المتغير / العامل	الأول	الثانى	الشيوع
١ – الزوع	٫٦٥٨	– ٫١٢١	٫٤٤٨
٢ –	٫٦٠٤	٫٤٢٢	٫٥٤٣
٣ –	٫٨٧٠	٫٣٤٩	٫٨٧٩
٤ –	٫٤٤٧	– ٫١٠٤	٫٢١١
٥ –	٫٧٢٣	٫٤٧٥	٫٧٤٨
٦ –	٫٧٥٠	– ٫٦٢٣	٫٩٥١
٧ –	٨٫٧٩	– ٫٣٢١	٫٧٤٠
الجذر الكامن	٣٫٤٧٧	١٫٠٤٢	٤٫٥٢
٪ للتباين *	٤٩٫٧	١٤٫٩	٦٤٫٦

تصحيح اشارات التشبعات :

الخطوة الأخيرة هى أن نقوم بتصحيح إشارات التشبعات على العامل الثانى الذى سبق أن عكسنا إشارات بعض ارتباطاته قبل استخلاص هذا العامل

---

* ينسب تباين المصفوفة العاملية للتباين الارتباطى باعتبار قيم الخلايا القطرية واحد صحيح اى ارتباط المتغير بنفسه أى أن التباين الارتباطى فى مثالنا = ٧

♦. مطالعة ممتعة / محمد عموش .

وفى هذه الخطوة عكسنا المتغيرات ١ ، ٤ ، ٦ ، ٧ وعلى هـــذا نقوم بتغيير إشارات هذه المتغيرات على العامل الثانى :

والقاعدة العامة لتصحيح إشارات التشبعات هى الآتى :

(ا) تغير إشارة تشبع المتغير الذى عكس مرة واحدة أو عدد فردى من المرات إلى عكس إشارة العامل السابق .

(ب) لا تغير إشارة المتغير الذى لم يعكس أو عكس عدد زوجى من المرات .

وبتطبيق هذه القاعدة على العامل الثانى نحصل على النتيجة كما تظهر فى الجدول السابق رقم (٢٢) .

بعد استخلاص العامل الثانى نقوم بنفس الخطوات السابقة ، فنحسب أولا مصفوفة الناتج لهذا العامل بضرب التشبعات بعضها فى البعض لتكوين مصفوفة ارتباطية تبين حجم ما استخلص من التباين الارتباطى فى هذا العامل وهى كما يظهر فى جدول رقم (٢٣) الخاص بهذا العامل .

♦. مطالعة ممتعة / محمد عموش .

جدول رقم (٢٣) مصفوية النائج للعامل الثاني

التشبع	المتغير	١	٢	٣	٤	٥	٦	٧
ر١٢١ —	١	ر٠١٤٦	ر٠٥١١—	ر٠٤٢٢—	ر٠١٢٦	ر٠٥٧٥—	ر٠٧٥٤	٠ر٣٨٨
ر٤٢٢	٢	ر٠٥١١ —	ر١٧٨١	ر١٤٧٣	ر٠٤٣٩—	ر٢٠٠١	ر٢٦٢٩—	ر١٣٥٥—
ر٣٤٩	٣	ر٠٤٢٢ —	ر١٤٧٣	ر١٢١٨	ر٠٢٦٣—	ر١٦٥٨	ر٢١٧٤—	ر١١٢٠—
ر١٠٤ —	٤	ر٠١٢٦	ر٠٤٣٩—	ر٠٣٦٣—	ر٠١٠٨	٠ر٤٩٤—	ر٠٦٤٨	ر٠٣٣٤
ر٤٧٥	٥	ر٠٥٧٥ —	ر٢٠٠١	ر١٦٥٨	ر٠٤٩٤—	ر٢٢٥٦	ر٢٩٥٩—	ر١٥٢٥—
ر٦٢٣ —	٦	٠ر٧٥٤	ر٢٦٢٩—	ر٢١٧٤—	ر٠٦٤٨	ر٢٩٥٩—	ر٣٨٨١	ر١٩٩٩
ر٣٢١ —	٧	ر٠٣٨٨	ر١٣٥٥—	ر١١٢٠—	ر٠٣٣٤	ر١٥٢٥—	ر١٩٩٩	ر١٠٣٠

♦. مطالعة ممتعة / محمد عموش .

نقوم بعد ذلك بحساب مصفوفة البواقى للعامل الثانى والتى يبينها جدول رقم (٢٤) .

جدول رقم (٢٤) مصفوفة البواقى
بعد العامل المركزى الثانى

المتغيرات	١	٢	٣	٤	٥-	٦	٧-
١	~~٠٫١٥١~~ ٠٫١٢٧	٠٫٠٠٦	٠٫٠٢١	(−) ٠٫١٢٧	(−) ٠٫٠٠٢	٠٫٠٩١	(−) ٠٫١٢٤
٢	٠٫٠٠٦	~~٠٫١٥٥~~ ٠٫١١٢	− ٠٫٠٤٢	٠٫٠١٦	(−) ٠٫٠٩٨	٠٫٠٧٠	(−) ٠٫١١٢
٣	٠٫٠٢١	− ٠٫٠٤٢	~~٠٫٠٩١~~ ٠٫٠٨٨	٠٫٠٠٢	(+) ٠٫٠١٠	− ٠٫٠٠٤	(−) ٠٫٠٨٨
٤	− ٠٫١٢٧	٠٫٠١٦	٠٫٠٠٢	~~٠٫١١٢~~ ٠٫١٢٧	٠٫٠١٤	٠٫٠٠٢	− ٠٫١٠٤
٥-	(−) ٠٫٠٠٢	(−) ٠٫٠٩٨	(+) ٠٫٠١٠	(+) ٠٫٠١٤	~~٠٫٠٦١~~ ٠٫١٢٤	(−) ٠٫١٢٤	٠٫١٢٤
٦	٠٫٠٩١	٠٫٠٧٠	− ٠٫٠٠٤	٠٫٠٠٢	(−) ٠٫١٢٤	~~٠٫٠٥٥~~ ٠٫١٢٤	(+) ٠٫٠٢١
٧-	(−) ١٢٤	(−) ٠٫١١٢	(−) ٠٫٠٨٨	(−) ٠٫٠١٤	٠٫١٢٤	(+) ٠٫٠٢١	~~٠٫١٢٤~~ ٠٫١٢٤
ج صفر	− ٠٫٠١	٠٫٠٠	٠٫٠٠	٠٫٠٠٨		٠٫٠١٠	− ٠٫٠٠٥
مج ل	٠٫١١٧	٠٫٢٦١	٠٫٠٥١	− ٠٫١٢١٤	٠٫٢٢٩	٠٫٢٧٠٢	٠٫٤٥٨٤
مج ت ل	٠٫٢٥٤٠	٠٫٢٧٤٠	٠٫١٢٩٠	٠٫٠١٥٦	٠٫٤٧٢٠	٠٫٤٠٤٢	٠٫٥٩٢٧
						ت	= ٢٫٢٥٢٢
						$\sqrt{ت}$	= ١٫٥٠٠٧٢٢
						$\frac{1}{\sqrt{ت}}$	= ٠٫٦٦٢٤١
ع	٠٫١٦٩٢٥	٠٫٢٤٩٢١١٥	٠٫٩٢٦٢١٢	٠٫٠١٠٢٩٤٩	٠٫٢١٥٧٩٧	٠٫٢٦٩٢٢٥	٠٫٢٩٤٧٤٠٤

وقد قمنا فى الخطوة التالية بعكس إشارات المتغيرين ٧ ، ٥ قبل حساب قيم ج ك م وبالاستمرار فى الخطوات الحسابية المعتادة كما يظهرها الجدول السابق رقم (٢٤) نحصل على تشبعات العامل المركزى الثالث والتى يبينها الصف ع م .

. مطالعة ممتعة / محمد عموش .

وبتوقفنا عن استخلاص العوامل عند هذا العامل الثالث لتكون المصفوفة العاملية التى حصلنا عليها بعد تعديل إشارات العامل الثالث كما تظهر فى جدول رقم (٢٥) والذى يبين أيضا قيم شيوع المتغيرات وحجم الجذر الكامن للعوامل .

جدول رقم (٢٥) مصفوفة العوامل

المركزية لسبعة متغيرات نفسية

المتغيرات / العوامل	١	٢	٣	الشيوع
١	ر٦٥٨	ر١٢١ -	ر١٦٩	ر٤٧٦١٦٦
٢	ر٦٠٤	ر٤٢٢	ر٢٤٩	ر٦٠٤٩٠١
٣	ر٨٧٠	ر٣٤٩	ر٠٩٣	ر٨٨٧٣٥
٤	ر٤٤٧	ر١٠٤ —	ر٠١٠	ر٢١٠٧٢٥
٥	ر٧٢٣	ر٤٧٥	ر٣١٥ —	ر٨٤٧٥٧٩
٦	ر٧٥٠	ر٦٢٣ —	ر٢٦٩	١ر٠٢٢٩٩
٧	ر٧٩٨	ر٦٢١ —	ر٣٩٥	ر٨٩٥٨٧
الجذر الكامن	٣ر٤٧٦٥٢٢	١ر٠٤٢١٣٧	ر٤٢٦٩٢٢	٤ر٩٤٥٥٨١

ويلاحظ من المصفوفة التى وصلنا إليها فى نهاية تحليلنا أننا استنفذنا جزءاً كبيراً من التباين تجاوز فى المتغير السادس الواحد الصحيح ، و بما أن العامل الثالث لم يستخلص قدراً له أهمية من التباين حيث بلغ جذره الكامن ر٤٢٦٩ أى أقل من ر٥ ، وبما أن القواعد المقبولة كحك للتوقف عن استخلاص العوامل هى أن لا يقل الجذر الكامن عن الواحد الصحيح فنستطيع أن نهمل فى هذه الحالة هذا العامل الثالث أكتفاء بالعاملين الاول والثانى رغم وجود تشبعين دالين على العامل الأخير .

♦. مطالعة ممتعة / محمد عموش .

الفصل الثاني عشر

الطريقة المركزية باستخدام متوسط الارتباطات

♦. مطالعة ممتعة / محمد عموش .

الطريقة المركزية باستخدام متوسط الارتباطات (١) :

لا تختلف هذه الطريقة عن الطريقة المركزية المعتادة إلا فى استخدامها تقدير للشيوع عبارة عن متوسط ارتباطات المتغير ببقية المتغيرات فى المصفوفة ثم حساب العوامل بعد وضع المتوسط الخاص بارتباطات كل متغير فى خليته القطرية ولهذا السبب يطلق على هذا الأسلوب اسم الطريقة المركزية باستخدام المتوسطات .

ويترتب على استخدام المتوسطات الخاصة بارتباطات المتغير عدد من التسهيلات فى إجراء العمليات الحسابية لاستخلاص العوامل .

(١) Averoid method.

♦. مطالعة ممتعة / محمد عموش .

غير أن هذه الطريقة لاتوفر نفس الدرجة من الدقة التى نجدها فى الطريقة المركزية التامة ، إذ تؤدى إلى خفض محدود فى نسبة التباين التى تعبر عنها العوامل الناتجة ، بمعنى آخر فإن قيم شيوع المتغيرات فى هذه الطريقة أقل منها فى الطريقة المركزية مما يترتب عليه انخفاض فى نسبة التباين الارتباطى المستخلص عامليا .

غير أن هذه الطريقة تبدو مفيدة تماما إذا كان عدد المتغيرات كبيراً وإذا كان حجم العمل اللازم لحساب العوامل يتطلب جهداً دون توفر وسائل آلية كافية لإجراء العمليات الحسابية .

وبصفة عامة إذا كانت الإمكانات متوفرة لاستخدام أى الطريقتين ، وأمامنا مجال المفاضلة ، فإن الطريقة المركزية تتمتع بالأولوية فى هذه الحالة .

وحتى يمكننا المقارنة بين مزايا الطريقتين فسنستخدم نفس المثال السابق جدول رقم (١٥) وهو المصفوفة الارتباطية التى سبق استخدامها فى الطريقة المركزية لحساب العوامل بطريقة المتوسطات .

وفيما يلى الخطوات الحسابية المتتابعة لاستخلاص العوامل .

بما أن متوسط ارتباطات المتغير هى قيمة شيوعه فى هذه الحالة فيتعين حساب هذا المتوسط ورصد قيمته فى الخلية القطرية الخاصة بالمتغير ، مثال ذلك إذا كانت المصفوفة الارتباطية تتكون من خمس متغيرات وكانت ارتباطات المتغير الأول بالمتغيرات الأربعة الأخرى كالآتى :

ارتباط ١ ، ٢ = ر٤

١ ، ٣ = ر٥

١ ، ٤ = ر٤

١ ، ٥ = ر٧

♦. مطالعة ممتعة / محمد عموش .

فإن مجموع هذه الارتباطات الأربعة = ٢ر٠ وبقسمة هذا المجموع على عدد هذه المتغيرات $\frac{\text{٢ر٠}}{\text{٤}}$ = ٥ر وهو متوسطها والذى يمثل شيوع المتغير الأول ويرصد فى الخلية القطرية للمتغير الأول أى الخلية ١ ، ١

وبذلك يصبح مجموع ارتباطات المتغير الأول بما فيها الارتباط القطرى = ٢ر٠ + ٥ر = ٢ر٥ وهى القيمة التى نضعها عادة أسفل العمود الخاص بالمتغير والتى نطلق عليها ت ك١ . ويمكننا أن نستخدم هنا معادلة تؤدى إلى تسهيلات أكبر فى حساب ت ك١ بدون استخدام الخطوة الأولى وهى حساب متوسط الارتباطات لكل عمود على حدة ثم جمعها على مجموع ارتباطاته وهى

$$\text{جـ ت ك}_{١} = \frac{\text{ن مـ ك}}{\text{ن} - ١}$$ أى أننا نقوم هنا بضرب ن وهى عدد المتغيرات فى مـ ك أى مجموع ارتباطات العمود بدون الخلية القطرية ونقسم ناتج الضرب على ن — ١ وبتطبيق هذه القاعدة على مثالنا الرقمى السابق سنجد الآتى :

$$\text{جـ ت ك}_{١} = \frac{\text{ن مـ ك}}{\text{ن} - ١} = \frac{٥ \times ٢}{٤} = \text{٢ر٥}$$ وبذلك نحصل على قيم ت ك١ بطريقة سهلة .

وبما أننا نقوم عادة بجمع قيم ك (أى مجاميع الأعمدة بدون الخلايا القطرية) فإننا نستطيع استخدام هذا المجموع (أى مـ ت ك) فى الحصول على قيمة ت بنفس الطريقة أى أن ت = $\frac{\text{ن} \times \text{مـ ت ك}}{\text{ن} - ١}$

ولا تختلف بقية الخطوات الحسابية بعد ذلك عن الطريقة المركزية ، إلا أننا بعد استخلاص العامل الأول نستخدم متوسط بواقى ارتباطات المتغير فى مصفوفة البواقى بدلا من أكبر معامل ارتباط .

وسنتبع هذه الخطوات فى المصفوفة التى أشرنا إليها والتى نضعها أمامنا هنا مرة أخرى لنعيد فيها حساب العوامل .

♦. مطالعة ممتعة / محمد عموش .

جدول (٢٦) مصفوفة ارتباطية من سبعة متغيرات

المتغيرات	(١)	(٢)	(٣)	(٤)	(٥)	(٦)	(٧)	مجـ ك١
(١)		٢٤ر	٥١ر	١٧ر	٤٢ر	٦٦ر	٤٢ر	٢,٥٢
(٢)	٢٤ر		٦٢ر	٢١ر	٥٤ر	١٢ر	٤٦ر	٢,٢
(٣)	٥١ر	٦٢ر		٢٥ر	٨١ر	٤٤ر	٦٧ر	٢,٤١
(٤)	١٧ر	٢١ر	٢٥ر		٢٦ر	٤٠ر	٢٨ر	١,٧٧
(٥)	٤٢ر	٥٤ر	٨١ر	٢٦ر		٢٨ر	٢٩ر	٢,٧
(٦)	٦٦ر	١٢ر	٤٤ر	٤٠ر	٢٨ر		٨٢ر	٢,٨٢
(٧)	٤٢ر	٤٦ر	٦٧ر	٢٨ر	٢٩ر	٨٢ر		٢,٠٥
مجـ ك١	٢,٥٢	٢,٢	٢,٤١	١,٧٧	٢,٧	٢,٨٢	٢,٠٥	مجـ ك = [illegible]
ت ك١	٢,٩٥	٢,٦٨	٢,٩٨	٢,٠٧	٢,١٥	٢,٢٩	٢,٠٦	ت = ١٧,١٨
ل١	٦٢٤ر	٥٧٦ر	٨٥٥ر	٤٤٦ر	٧٧٧ر	٧٠٧ر	٧٦٥ر	$\sqrt{ت}$ = ٤,١٤٥
								$\frac{1}{\sqrt{ت}}$ = ٢٤١٣ر

الخطوة الأولى : نحصل على مجـ ك١ بجمع قيم كل عمود من الأعمدة بدون الخلية القطرية ونرصده أسفل الأعمدة .

الخطوة الثانية : نستخدم المعادلة $ت\,ك_{١} = \frac{ن\ مجـ\ ك_{١}}{ن - ١}$

ونحصل على قيم ت١ .

الخطوة الثالثة : نحصل على قيمة ت بأحد الخطوتين الآتيتين أما :

(ا) باستخدام المعادلة $\frac{ن\ مجـ\ ك}{ن - ١}$ أو

(ب) بجمع قيم ت ك١ مباشرة فنحصل على مجموع قيم المصفوفة بما فيها الخلايا القطرية المقدرة بمتوسط الارتباطات .

♦. مطالعة ممتعة / محمد عموش .

الخطوة الرابعة : نستخرج جذر مجـ ت ونحصل على قيمة $\frac{1}{\sqrt{\text{ت}}}$ وتساوى ٢١٤٧٧ر

الخطوة الخامسة : نضرب ٢١٤٧٧ر فى قيم ت ك، فنحصل على تشبعات العامل الأول كما تظهر فى الصف الأخير ك .

الخطوة السادسة : نحسب مصفوفة الناتج للعامل الأول وذلك بضرب تشبع المتغير الأول فى تشبعات كل متغير للحصول على الارتباطات بينها ثم المتغير الثانى فى بقية التشبعات وهكذا وبذلك نحصل على المصفوفة الارتباطية الخاصة بالعامل الأول ، أو الجزء من التباين الارتباطى الأصلى الذى يعزى للعامل الأول ويمثلها الجدول الآتى ، رقم (٢٧) .

جدول رقم (٢٧) مصفوفة الناتج للعامل الأول

المتغيرات		١	٢	٣	٤	٥	٦	٧
٦٢٤ر	(١)	٣٩٠ر	٣٦٥ر	٥٤٢ر	٢٨٢ر	٤٢٩ر	٤٤٨ر	٤٨٥ر
٥٧٦ر	(٢)	٣٦٥ر	٣٣٢ر	٤٩٢ر	٢٥٧ر	٢٩٠ر	٤٠٧ر	٤٤١ر
٨٥٥ر	(٣)	٥٤٢ر	٤٩٢ر	٧٣١ر	٣٨١ر	٥٧٩ر	٦٠٥ر	٦٥٤ر
٤٤٦ر	(٤)	٢٨٢ر	٢٥٧ر	٣٨١ر	١٩٩ر	٣٠٢ر	٣١٥ر	٣٤١ر
٦٧٧ر	(٥)	٤٢٩ر	٢٩٠ر	٥٧٩ر	٣٠٢ر	٤٥٨ر	٤٧٩ر	٥١٨ر
٧٠٧ر	(٦)	٤٤٨ر	٤٠٧ر	٦٠٥ر	٣١٥ر	٤٧٩ر	٥٠٠ر	٥٤١ر
٧٦٥	(٧)	٤٨٥ر	٤٤١ر	٦٥٤ر	٣٤١ر	٥١٨ر	٥٤١ر	٥٨٥ر
مجـ ك		٢,٩٥٤	٢,٦١٥	٢,٩٨٥	٢,٠٧٨	٢,١٥٥	٢,٢٩٧	٢,٥٦٥

الخطوة السابعة : نحصل على مصفوفة الباقى بعد العامل الأول بطرح خلايا مصفوفة الناتج من خلايا المصفوفة الارتباطية كما يبينها جدول رقم (٢٨)

♦. مطالعة ممتعة / محمد عموش .

جدول رقم (٢٨) مصفوفة الباقى بعد العامل الأول

المتغيرات	-(١)	(٢)	(٣)	-(٤)	(٥)	-(٦)	(٧)	
-(١)		(-) ٢٥٠ر	(-) ٢٢٠ر	-١١٢ر	(-) ٠٠٩ر	٢١٢ر	(-) ٠٥٥ر	
(٢)	(-) ٢٥٠ر		١٢٧ر	(-) ٠٤٧ر	١٥ر	(-) ٢٨٧ر	٠١٩ر	
(٣)	(-) ٢٢٠ر	١٢٧ر		(-) ٠٢١ر	٢٢١ر	(-) ١٦٥ر	٠١٦ر	
-(٤)	-١١٢ر	(-) ٠٤٧ر	(-) ٠٢١ر		(-) ٠٤٢ر	٠٨٥ر	( ) ٠٢٩ر	
(٥)	(-) ٠٠٩ر	١٥ر	٢٢١ر	(-) ٠٤٢ر		(-) ٠٩٩ر	-٢٢٨ر	
-(٦)	( ) ٢١٢ر	(-) ٢٨٧ر	(-) ١٦٥ر	٠٨٥ر	(-) ٠٩٩ر		( ) ٢٧٩ر	
(٧)	(-) ٠٥٥ر	١٩ر	١٦ر	( ) ٠٢٩ر	-٢٢٨ر	( ) ٢٧٩ر		
ح صفر	-٠٠٤ر	-٠٠٥ر	-٠٠٣ر	-٠٠٨ر	-٠٠٥ر	-٠٠٥ر	-٠٠٥ر	
لـ ع	-٠٢٢ر	-٠٥٢ر	١٥٦ر	-١٠٩ر	٠٠٢ر	٠٢٥ر	-٢٨٤ر	(قبل عكس الإشارات)
لـ ع	-٢٢٨ر	٧٧٦ر	٧١٤ر	٠٦٢ر	٢٥٢ر	٦٦٤ر	-٥٢٢ر	(بعد عكس الإشارات) ت = ١,٧٩٩
مجـ ت / لـ ع	-٧٧٠ر	٥٧٨ر	٥٢٣ر	٠٤٦ر	٢٦٢ر	٤٩٥ر	-٤٩٧ر	√ت = ١,٣٤١٦ $\frac{1}{\sqrt{ت}}$ = ٧٤٥٤ر

الخطوة الثامنة : نقوم بتغيير الإشارات بعد أن نعد جدول تغيير الإشارات وفقاً لنفس القواعد التى اتبعناها فى الطريقة المركزية كالآتى :

جدول (٢٨) للسوالب فى مصفوفة بواقى العامل الأول

المتغير	المتغير العكسى	عدد السوالب قبل العكس	عدد السوالب بعد عكس المتغير المناظر لكل عمود (١)	(٦)	(٤)	
١	—	٥	١	صفر	١	
٢		٢	٢	١	صفر	١٠
٣		٢	٢	١	صفر	
٤	—	٤	٢	٤	٢	
٥		٤	٢	٢	١	
٦	—	٢	٤	٢	١	
٧		٢	١	٢	٢	
المجموع		٢٤	١٦	١٢	٨	
الفرق			٨	٤	٤	

• مطالعة ممتعة / محمد عموش .

الخطوة التاسعة : نقوم بتغيير إشارات ارتباطات مصفوفة البواقى كنتيجة للخطوة الأخيرة التى وصلنا إليها من جدول السوالب حيث نتبع قاعدة أن المتغيرين اللذين لم يعكسا أو عكسا معا تظل إشارة الارتباط فيما بينهما كما هى أما إذا كان أحد المتغيرين قـــد عكس فتتغير إشارة معامل الارتباط الخاص بهما .

الخطوة العاشرة : نحسب ك_2 من مجاميع الأعمدة ونضرب مجموع كل عمود فى $\frac{7}{6}$ (أى نطبق القاعدة $\frac{\text{ن ك}_2}{\text{ن} - 1}$) فنحصل على كت

الخطوة الحادية عشر : نحصل على قيمة ت_2 ثم جــذرت ثم $\frac{1}{\sqrt{\text{ت}}}$

ويساوى فى مثالنا ٧٤٥٤ر .

الخطوة الثانية عشر : نضرب $\frac{1}{\sqrt{\text{ت}}}$ (أى ٧٤٥٤ر) فى قيم ك_2 لنحصل على تشبعات العامل المركزى الثانى .

الخطوة الثالثة عشر : نقوم بتعديل إشارات العامل الثانى نتيجة عكس المتغيرات الذى قمنا به قبل استخلاصه .

يمكننا الآن أن نرصد العاملين اللذين استخلصناهما بهذه الطريقة فى مصفوفة عاملية وسنضع إلى جانبها المصفوفة الخاصة بالعاملين اللذين سبق استخلاصهما لنفس المتغيرات بالطريقة المركزية ليتسنى لنا المقارنة بين نتائج الطريقتين .

• مطالعة ممتعة / محمد عموش .

جدول رقم (٢٩) مصفوفتى للعوامل للتغيرات السبعة مستخلصة بالطريقتين المركزية والمركزية باستخدام المتوسطات

مصفوفة (ا)

العوامل بالطريقة المركزية مع استخدام أعلى ارتباط كقيمة لشيوع المتغير

المتغير / العامل	(١)	(٢)
١	٦٢٤ر	١٧٧ر
٢	٥٧٦ر	٥٧٨ر
٣	٨٥٥ر	٥٧٢ر
٤	٤٤٦ر	-٠٤٦ر
٥	٦٦٧ر	٢٦٤ر
٦	٧٠٧ر	-٤٩٥ر
٧	٧٦٥ر	-١٩٧ر
الجذر الكامن	٣,٢٠٧	١,١٢٣
٪ للتباين	٤٥,٨١	

مصفوفة (ب)

العوامل بالطريقة المركزية مع استخدام متوسط الارتباطات كقيمة لشيوع المتغير

المتغير / العامل	(١)	(٢)
١	٦٥٨ر	-١٢١ر
٢	٦٠٤ر	٤٢٢ر
٣	٨٧٠ر	٢٤٩ر
٤	٤٤٧ر	-١٠٤ر
٥	٧٢٣ر	٤٧٥ر
٦	٧٥٠ر	-٦٣٣ر
٧	٧٩٨ر	٢٢١ر
الجذر الكامن	٢,٤٧٧	١,٠٤٢
٪ للتباين	٤٩,٧	١٤,٩

يستطيع القارىء أن يتبين من مقارنة هاتين المصفوفتين أن الطريقة المركزية تمكنت من استخلاص ٦ر٦٤ ٪ من حجم التباين الارتباطى ، بينما كان أقصى ما استطاعت طريقة المتوسطات استخلاصه ٩ر٦١ ٪ بفارق ٧ر٢، كما أن ما استخلصه العامل الأول من التباين فى الطريقة المركزية كان أكبر بشكل واضح عما استخلصه العامل الأول فى طريقة متوسط الارتباطات .

• مطالعة ممتعة / محمد عموش .

الفصل الثالث عشر

طريقة المكونات الأساسية

♦. مطالعة ممتعة / محمد عموش .

طريقة المكونات الاساسية (١)

تختلف طرق التحليل العاملى ويتميز بعضها عن البعض بقدر اختلاف النظر فى أسلوب تمثيل البيانات ، فنحن نستطيع أن نمثل مجموعة من معاملات الارتباط بين عدد من المتغيرات بوسائل مختلفة ، وتؤدى كل وسيلة من هذه الوسائل إلى وضع فروض عاملية جديدة تستطيع أن تستخلص الارتباطات الجزء الأكبر من التباين المشترك بينها ، والأساس المباشر لفهم الاختلافات بين كل أسلوب عاملى وآخر هو طريقة تمثيل درجات الأفراد وأسلوب تمثيل معاملات الارتباط بين هذه الدرجات .

وتعد طريقة المكونات الأساسية لهوتيللنج H. Hottelling التى وضعها فى سنة ١٩٣٣ من أكثر طرق التحليل العاملى دقة ومميزات ، غير أن

(١) Principal componants.

♦. مطالعة ممتعة / محمد عموش .

الكثيرين من الباحثين كانوا يحجمون عن استخدامها نظراً لما تتطلبه من إجراءات طويلة وعمليات حسابية متعددة ومعقدة ، إلا أنه إزاء التقدم الراهن فى استخدام الحاسبات الالكترونية الحديثة الفائقة السرعة فى البحوث النفسية أصبح من غير المستطاع مقاومة إغراء استخدام هذه الطرق الدقيقة بما يتوفر فيها من مزايا .

ويكاد الفارق بين النموذجين الكبيرين وهما التحليل العاملى[1] والمكونات الأساسية أن يكون - درن الدخول فى تفصيلات فنية معقدة - وجود عوامل نوعية[2] أو تباين نوعى فى التحليل العاملى بأنواعه المختلفة ، بينما لا يفترض فى أسلوب المكونات الأساسية تسلل هذا التباين النوعى فى شكل عوامل نوعية ، ويدمج هذا التباين فى هذه الطريقة فى التباين العام مكوناً فئات تصنيفيه كبرى تتضمن نسبة ضئيلة من هذا التباين النوعى لا تظهر واضحة فى العوامل المبكرة الاستخلاص عامليا ، والتى تعد ذات أهمية كبيرة فى هذا الأسلوب .

يضاف إلى ذلك ميزة رئيسية فى المكونات الأساسية هى أن كل عامل فيها يستخلص أقصى تباين ممكن ، بمعنى أن مجموع المربعات يصل إلى أقصى حدوده فى كل عامل ، وعلى ذلك تتلخص المصفوفة الارتباطية فى أقل عدد من العوامل المتعامدة .

معنى هذا أن أسلوب المكونات الأساسية يتميز بقدرته على الوصول إلى حل يتفق مع محك أدنى مربعات[3] للمصفوفة الارتباطية ، وهو أحد المحكات الرياضية التى تلاقى قبولا واضحا فى مجال الأساليب التلخيصية للعلاقات بين المتغيرات .

---

(1) Factor analysis.

(2) Specific or unique factors.

(3) Least squares.

♦. مطالعة ممتعة / محمد عموش .

وتكاد العمليات المطولة فى المكونات الأساسية أن تكون مقتصرة على الإجراء التكرارى[1] فى العملية الحسابية ، وهو إجراء يحقق ميزة أساسية فى التوصل إلى أكبر قدر من الدقة فى تقدير التشبعات على العامل .

وسنستخدم فى شرحنا للخطوات الحسابية للمكونات الأساسية نفس المثال السابق الذى استخدمناه فى الطريقة المركزية لثرستون والمكون من مصفوفة ارتباطية لسبعة متغيرات سيكلوجية حتى يتسنى لنا المقارنة فى النهاية بين الأسلوبين .

حساب العوامل والأسلوب التكرارى :

تتكون المصفوفة الارتباطية المطلوب تحليلها من ارتباطات سبعة متغيرات سيكلوجية وسنشير إلى هذه المتغيرات السبعة بالأرقام ، أى المتغير ١ ، ٢ ، ٣ .. إلخ وسنفترض أننا سنستخدم هنا الوحدات فى الخلايا القطرية لهذه المتغيرات بوصفها تمثل تباين المتغيرات ، وسنطلق على هذه المصفوفة الارتباطية الرمز ر وهى التى يمثلها جدول رقم (٣٠) .

---

(1) Iterative method.

♦. مطالعة ممتعة / محمد عموش .

جدول رقم (٣٠) مصفوفة ارتباطية لسبعة متغيرات

المتغيرات	١	٢	٣	٤	٥	٦	٧
١	١,٠٠٠	٤٤ر	٥١ر	١٧ر	٤٢ر	٦٦ر	٤٢ر
٢	٤٤ر	١,٠٠٠	٦٢ر	٢١ر	٥٤ر	١٢ر	٤٦ر
٣	٥١ر	٦٢ر	١,٠٠٠	٢٥ر	٨١ر	٤٤ر	٦٦ر
٤	١٧ر	٢١ر	٢٥ر	١,٠٠٠	٢٦ر	٤٠ر	٢٨ر
٥	٤٢ر	٥٤ر	٨١ر	٢٦ر	١,٠٠٠	٢٨ر	٢٩ر
٦	٦٦ر	١٢ر	٤٤ر	٤٠ر	٢٨ر	١,٠٠٠	٨٢ر
٧	٤٢ر	٤٦ر	٦٧ر	٢٨ر	٢٩ر	٨٢ر	١,٠٠٠
مج	٣,٥٣	٣,٣	٤,٤١	٣,٧٧	٣,٧	٣,٨٢	٤,٠٥
ي١	٨٠٠٥ر	٧٤٨٣ر	١,	٦٢٨١ر	٨٣٩٠ر	٨٦٦٢ر	٩١٨٤ر
مج٢	١٤,١٨٨٣	١٢,١٧٩٦	١٦,٦٥٠	٩,٦٢٥٦	١٣,٨٨٣	١٤,٢٢١٢	١٥,٢٩٨٦
ي٢	٧٩٢١ر	٧٣١٥ر	١, —	٥٧٨٧ر	٨٣٢٨ر	٨٦٠١ر	٩١٨٨ر

وتبدا خطوات العمل كالآتى :

الخطوة الأولى : احسب مجموع قيم كل عمود من أعمدة المصفوفة وضع المجموع فى أسفل المصفوفة فى صف جديد ارمز له بالرمز مج١ (فنحصل على الصف الآتى ٣ر٥٣ ، ٣ر٣ ، ٤ر٤١ ، ٣ر٧٧ ، ٣ر٧ ، ٣ر٨٢ ، ٤ر٠٥).

الخطوة الثانية : الحص قيم هذا الصف الجديد الذى قمت بحسابه وحدد أكبر قيمة من قيمة السبع وهى هنا القيمة الثالثة ٤ر٤١ واقسم كل قيمة من قيم هذا الصف على أكبر قيمة فيه أى على ٤ر٤١ وضع الناتج فى صف جديد ، كل قيمة ناتجة تحت مقسومها وارمز لهذا الصف بالرمز ي١ ، أى أننا قمنا فى هذه الخطوة بقسمة القيمة الأولى فى الصف مج١ على أكبر قيمة وهى القيمة الثالثة وهكذا على الترتيب طبقاً للخطوات التالية :

♦. مطالعة ممتعة / محمد عموش .

١ ـ ٣٫٥٣ ÷ ٤٫٤١ = ٫٨٠٠٥ وتوضع في الصف الجديد ى$_1$ تحت ٣٫٥٣

٢ ـ ٣٫٣ ÷ ٤٫٤١ = ٫٧٤٨٣ « « « « « ٣٫٣

٣ ـ ٤٫٤١ ÷ ٤٫٤١ = ١٫٠٠٠ « « « « « ٤٫٤١

٤ ـ ٢٫٧٧ ÷ ٤٫٤١ = ٫٦٢٨١ « « « « « ٢٫٧٧

٥ ـ ٣٫٧ ÷ ٤٫٤١ = ٫٨٣٩٠ « « « « « ٣٫٧

٦ ـ ٣٫٨٢ ÷ ٤٫٤١ = ٫٨٦٦٢ « « « « « ٣٫٨٢

٧ ـ ٤٫٠٥ ÷ ٤٫٤١ = ٫٩١٨٤ « « « « « ٤٫٠٥

وبذلك تكون قيم الصف ى$_1$ هي ٫٨٠٠٥ ؛ ٫٧٤٨٣ ؛ ١٫٠٠ ؛ ٫٦٢٨١ ؛ ٫٨٣٩٠ ؛ ٫٨٦٦٢ ؛ ٫٩١٨٤

الخطوة الثالثة : اضرب الصف ح$_1$ في المصفوفة م* وضع مجموع حواصل ضرب قيم كل صف في قيم ح$_1$ في صف جديد ارمز له بالرمز ح$_2$ كالآتي :

القيمة الأولى في الصف ح$_2$

= (٣٫٥٣ × ١٫٠) + (٣٫٣ × ٫٣٤) + (٤٫٤١ × ٫٥١) + (٢٫٧٧ × ٫١٧) + (٣٫٧ × ٫٤٢) + (٣٫٨٢ × ٫٦٦) + (٤٫٠٥ × ٫٤٣) = ١٣٫١٨٨٧

القيمة الثانية في الصف ح$_2$

= (٣٫٥٣ × ٫٣٤) + (٣٫٣ × ١٫٠) + (٤٫٤١ × ٫٦٣) + (٢٫٧٧ × ٫٢١) + (٣٫٧ × ٫٥٤) + (٣٫٨٢ × ٫١٢) + (٤٫٠٥ × ٫٤٦) = ١٢٫١٧٩٦

* راجع ص ١٠٥ ضرب صف في مصفوفة

• مطالعة ممتعة / محمد عمروش .

القيمة الثالثة فى الصف ج٢

= (٣ر٥٣ × ر٥١) + (٣ر٣ × ر٦٣) + (٤ر٤١ × ١ر٠) +
(٢ر٧٧ × ر٣٥) + (٣ر٧ × ر٨١) + (٣ر٨٢ × ر٤٤) +
= (٤ر٠٥ × ر٦٧)
١٦ر٦٥٠

القيمة الرابعة فى الصف ج٢

= (٣ر٥٣ × ر١٧) + (٣ر٣ × ر٢١) + (٤ر٤١ × ر٣٥) +
(٢ر٧٧ × ١ر٠) + (٣ر٧ × ر٢٦) + (٣ر٨٢ × ر٤٠) +
= (٤ر٠٥ × ر٣٨)
٩ر٦٣٥٦

القيمة الخامسة فى الصف ج٢

= (٣ر٥٣ × ر٤٢) + (٣ر٣ × ر٥٤) + (٤ر٤١ × ر٨١) +
(٢ر٧٧ × ر٢٦) + (٣ر٧ × ١ر٠) + (٣ر٨٢ × ر٣٨) +
= (٤ر٠٥ × ر٢٩)
١٣ر٨٨٣

القيمة السادسة فى الصف ج٢

= (٣ر٥٣ × ر٦٦) + (٣ر٣ × ر١٢) + (٤ر٤١ × ر٤٤) +
(٢ر٧٧ × ر٤٠) + (٣ر٧ × ر٣٨) + (٣ر٨٢ × ر١٠) +
= (٤ر٠٥ × ر٨٢)
١٤ر٣٢٢١٢

القيمة السابعة فى الصف ج٢

= (٣ر٥٣ × ر٤٣) + (٣ر٣ × ر٤٦) + (٤ر٤١ × ر٦٧) +
(٢ر٧٧ × ر٣٨) + (٣ر٧ × ر٢٩) + (٣ر٨٢ × ر٨٢) +
= (٤ر٠٥ × ١ر٠)
١٥ر٢٩٨٦

♦. مطالعة ممتعة / محمد عموش .

الخطوة الرابعة : افحص الصف السابق ع٢ وحدد أكبر قيمة فيه واقسم كل قيمة من قيمه على هذه القيمة الكبرى وضع الناتج بنفس الترتيب في صف جديد أطلق عليه الرمز ى٢ ولاحظ أن أكبر قيمة فى مثالنا كما قمنا بحسابها ويوضحها الجدول السابق رقم (٣٠) هى القيمة الثالثة أيضاً وهى ١٦٫٦٥٠ وحيث نحصل من هذه الخطوة على القيم الآتية ٠٫٧٩٢١ ؟ ٠٫٧٢١٥ ؟ ١٫٠ ؟ ٠٫٥٧٨٧ ؟ ٠٫٨٣٢٨ ؟ ٠٫٨٦٠١ ؟ ٠٫٩١٨٨ ؟

الخطوة الخامسة : قارن بين قيم الصفين ى١ ، ى٢ وستلاحظ أن القيم الثالثة والخامسة والسابعة متفقة فيما بينها حتى حدود الرقم العشرى الثانى . غير أن هذا المستوى للاتفاق بين قيم الصفين ى١ ، ى٢ لا يكفى للوصول لتقديرات دقيقة للتشبعات وحيث تتطلب الدقة أن يكون آخر صفين يحملان الرمز ى يتفقان فى قيمهما حتى الرقم العشرى الثالث أو الرابع وهو مايعد بمثابة معيار أو محك للدقة ، وقد نتطلب معيار صحة أو دقة يصل إلى اتفاق حتى الرقم العشرى السادس أو الثامن .

(أ) ـ الاجراءات التكـرارية :

يتطلب مستوى الدقة الذى نسعى إليه تكرار جميع الخطوات الحسابية السابقة بعد رفع رتبة المصفوفة فى كل مرة حتى نصل إلى التطابق فى الأرقام العشرية المطلوبة بين قيم آخر صفين يحملان الرمز ى ، وهذا هو الأسلوب التكرارى الذى وضعه هوتيلينج للوصول إلى أعلى درجات الدقة المطلوبة فى تشبعات العوامل وعلينا أن نستمر فى إجراءنا التكرارى للوصول إلى مستوى أفضل من الدقة على الوجه التالى :

الخطوة السادسة : نرفع رتبة المصفوفة بأن نكون مصفوفة جديدة نطلق عليها الرمز ر٢ ، جدول رقم (٣١) وهى ناتجة من ضرب المصفوفة

♦. مطالعة ممتعة / محمد عموش .

الأصلية ر فى نفسها وفقاً لقواعد ضرب المصفوفات الذى درسناه فى الفصل السادس وحيث ر٧٧ = ر'٧٧ ر'٧٧ (أى بضرب الصف فى العمود) ونحصل من هذه الخطوة على المصفوفة ر٢ كالآتى :

جدول رقم (٣١) المصفوفة ر٢ الناتجة
عن ضرب ر فى نفسها

المتغيرات	١	٢	٣	٤	٥	٦	٧ ر
١	٢,٢٠١٥	١,٥٤٠٨	٢,٢١٢٤	١,١٢٦٥	١,٨٥٦٤	٢,١٦٥٤	٢,٠٨٥٧
٢	١,٥٤٠٨	٢,٠٧٤٢	٢,٣٠٥٣	١,٠٦١٥	١,٩٦٦٧	١,٤٠٨	١,٨٣٢١
٣	٢,٢١٢٤	٢,٣٠٥٣	٣,٠٧٨١	١,٥٦٠٢	٢,٦٢٦٩	٢,٢٨٩٤	٢,٥٧٧٨
٤	١,١٢٦٥	١,٠٦١٥	١,٥٦٠٢	١,٥٦٧٥	١,٢٥٠٥	١,٥٠١٨	١,٥٦٧٦
٥	١,٨٥٦٤	١,٩٦٦٧	٢,٦٢٦٩	١,٢٥٠٥	٢,٤١٩٢	١,٨٠٠٢	١,٩٦٢١
٦	٢,١٦٥٤	١,٤٠٨	٢,٢٨٩٤	١,٥٠١٨	١,٨٠٠٢	٢,٦٢٠٤	٢,٥٣٦٠
٧	٢,٠٨٥٧	١,٨٣٢١	٢,٥٧٧٨	١,٥٦٧٦	١,٩٦٢١	٢,٥٣٦٠	٢,٧٤٦٣
مج٢	١٣,١٨٨٧	١٢,١٧٩٦	١٦,٦٥٠١	٩,٦٣٥٦	١٣,٨٨٢	١٤,٣٢١٢	١٥,٢٩٨٦
ي٢	,٧٩٢٠	,٧٣١٥	١,—	,٥٧٨٧	,٨٣٣٨	,٨٦٠١	,٩١٨٨
مج٣	١٨٤,١٨٢٦	١٦٩,٠٠٢٧	٢٣٢,٢٣٠٩	١٣١,٧١٦٢	١٩٣,٦٠٧٨	١٩٩,٦١٢٣	٢١٣,٣٠٨٨٢
ي٣	,٧٩٣١	,٧٣٠١	١,—	,٥٦٧٢	,٨٣٣٧	,٨٦	,٩١٨٥

الخطوة السابعة : نقوم بنفس الخطوة التى قمنا بها فى المرة السابقة وهى حساب مجموع قيم كل عمود من أعمدة المصفوفة ر٢ ، ووضع المجموع فى صف جديد أسفلها نرمز له هذه المرة بالرمز ي٢ ولكى نتثبت من صحة حساباتنا نقارن بين الصف ي٢ الذى حصلنا عليه تواً وبين الصف ي١ فى المصفوفة ر١ وفى حالة دقة حساباتنا سنجد أن قيم الصفين هى نفسها بدون تغير .

الخطوة الثامنة : بعد التثبت من صحة الخطوة السابقة فلا داعى لتكرار

• مطالعة ممتعة / محمد عموش .

حساب قيم الصف $ى_٣$ حيث يمكن نقلها من المصفوفة السابقة وهى نفس قيم الصف الذى سبق حسابه فى الخطوه الرابعة .

الخطوة التاسعة : للحصول على قيم الصف $ﺽ_٣$ احسب مجموع حواصل ضرب قيم الصف $ﺽ_٢$ فى القيم المناظرة فى كل صف من صفوف المصفوفة $ر_٢$ على الترتيب وضع الناتج فى الصف $ﺽ_٣$ مثلما فعلنا فى الخطوة الثالثة .

الخطوة العاشرة : اقسم كل قيمة من قيم الصف $ﺽ_٣$ على أعلى قيم الصف وهى هنا القيمة الثالثة ٢٣٠٩ر٢٢٢ وضع الناتج فى الصف الجديد $ى_٣$.

الخطوة الحادية عشر : قارن بين قيم الصفين $ى_٢$ ، $ى_٣$ فإذا كان مستوى الدقة مرضيا ابدأ فى استخلاص العامل الأول طبقا للخطوات المفصلة فيما بعد وإذا لم يكن مرضيا ولم يصل إلى المستوى الذى يقبله البحث ابدأ من جديد فى إجراء تكرارى آخر بحساب المصفوفة $ر^٤$ ثم $ر^٨$ وهكذا إلى أن تصل إلى نتيجة تستوفى التشابه بين قيم الصفين $ى_ن$ ، $ى_{ن-١}$ حتى الرقم العشرى المناسب وبنفس الخطوات السابقة .

وبالنسبة لمثالنا هذا لا يكفى التشابه بين قيم الصفين $ى_٢$ ، $ى_٣$ للتوقف عن التكرار وعن رفع رتبة المصفوفة وسنقوم هنا برفعها إلى $ر^٤$ لنرى حدود الدقة التى تؤدى إليها هذة الخطوة ويبين الجدول التالى رقم (٣٢) $ر^٤$ وكذلك قيم $ﺽ_٣$ ، $ى_٣$ ، $ﺽ_٤$ ، $ى_٤$ وحيث تتبين أن الاتفاق بين قيم الصف $ى_٣$ والصف $ى_٤$ قد وصل إلى الرقم العشرى الثالث وسنكتفى هنا بهذا المستوى من الدقة ونبدأ فى استخلاص العامل الأول فى الخطوات التالية التى يوضحها أيضا نفس الجدول رقم (٣٢) .

♦. مطالعة ممتعة / محمد عموش .

جدول رقم (٣٢) المصفوفة ر٤ الناتجة
عند ضرب ر٢ فى نفسها

المتغير	١	٢	٣	٤	٥	٦	٧
١	٣٥,٨٦٩٧٠٤	٣٢,٣٨٦٥٢٢	٣٢,٢٠٠٩٨	١٨,١٧٦٢١٧	٢٦,٨٢٠٠٨٨	٢٧,٩٩٩٠٤	٢٩,٧٣١٧٧٥
٢	٢٣,٣٨٦٥٢٢	٢٢,٢٩١٦٢٤	٣٠,٣٢٠٠١	١٦,٦٢٩١٥٩	٢٥,١٩٢٤٩٢	٢٤,٩٨٢١٩٢	٢٧,٠٣٨٠٥٨
٣	٣٢,٢٠٠٩٨	٣, ٣٢٠٠١	٤٠,٩٠٥٠١	٢٢,٩٠١٥٢٦	٣٤,٢١٢٠٩٧	٣٤,٦٩٢٠٩١	٣٧,٢٣٧٢٦
٤	١٨,١٧٦٢١٧	١٦,٦٢٩١٥٩	٢٢,٩٠١٥٢٦	١٣,٥٦٣٥٨٧	١٩,٠٤٢ ٧	٢٠,٠٢١٨٠٧	٣١,٣٣١١٢٧
٥	٢٦,٨٢٠٠٨٨	٢٥,١٩٢٤٩٢	٣٤,٢١٢٠٩٧	١٩,٠٤٢٠٧	٢٨,٧٢١٥٦٧	٢٨,٧٢٩١٥٨	٣٠,٨٩٠٦٠٨
٦	٢٧,٩٩٩٠٤	٢٤,٩٨٢١٩٢	٣٤,٦٩٢ ٩١	٢٠,٠٢١٨٠٧	٢٨,٧٢٩١٥٨	٣٠,٧٠٦٦٨٨	٣٢,٤٨١٢٥٧
٧	٢٩,٧٣١٧٧٥	٢٧,٣٨٠٥٨	٣٧,٢٣٧٢٦	٢١,٣٣١١٢٧	٣٠,٨٩٠٦٠٨	٣٢,٤٨١٢٥٧	٣٤,٥٩٩٠٠٤
مجـ٢	١٨٤,٩٨٢٦٩	١٦٩,٥٥٢٠٣	٢٣٢,٢٢٠٩٩	١٢١,٧١٦٢	١٩٣,٦٨٠٥	١٩٩,٦١٢٢١	٢١٣,٣٠٩٦٢
ك٢	,٧٩٣١	,٧٣١	١,٠٠	,٥٦٧١	,٨٣٣٧	,٨٦	,٩١٨٥
مجـ٤	٣٥٧٢٥,٧٩٨	٣٢٨٨٣,٤٠	٤٥٠٣٤,١٧٣	٢٥٥١٧,٣١١	٣٧٥٥ ,٣٧٩	٣٨٧٠٦,٧٢٦	٤١٣٦٩,٥٢٢
ك٤	,٧٩٣	,٧٣٠	١,—	,٥٦٧	,٨٣٣	,٨٦٠	,٩١٨
ع ال	٢,٩٥٩٧٩	٢,٧٢٣٩٩	٤,٩٩٥٢	٢,١١٤٥٣	٣,١١٧	٣,٢٠٧٠٨	٣,٤٢٧٠٢
م ال	,٦٩٥١٣٥	,٦٣٩٧٥٥٢	,٩٦٣٨١١٦	,٤٩٦٦١٧٦	,٧٣٥٧٧٧	,٧٥٣٢١٢٥	,٨٠٤٨٦٨٥

مجـ ك ع = ١٨,١٣٩٣٨٩

$\frac{1}{\sqrt{\text{مجـ ك ع}}}$ = ,٢٣٤٨٥٩٦

ب – حساب تشبعات العامل الاول :

بمراجعة قيم الصفين ك٢ ، ك٤ فى المصفوفة ر٤ تتبين أنهما متساوية حتى الرقم العشرى الثالث ، وهو ما اعتبرناه مرضيا فى مثالنا هذا ، وعلى ذلك فالإجراء التكرارى حتى ر٤ كان مناسباً فى هذه الحالة ، ويمكننا أن نتقدم لحساب العامل الأول من هذه المصفوفة ، وعلينا أن نلاحظ أننا لانستطيع أن نحدد مسبقا عدد مرات التكرار إلى مستوى صحة معين ، وعنداستخدام الحاسبات الالـكترونية

♦. مطالعة ممتعة / محمد عموش .

يتعين أن نراعى القدر المناسب من مرات التكرار بالنسبة لحجم المصفوفة الارتباطية ويأخذ حساب استخلاص العامل الأول الخطوات الآتية على الترتيب :

الخطوة الأولى : نحسب صفا جديداً فى المصفوفة ر٤ (كما فى الجدول السابق رقم٣٢) هو الصف ع ال وذلك بالحصول على مجموع حواصل ضرب القيم المتناظرة فى الصف ى٤ وكل صف من صفوف المصفوفة الأصلية ر * ، وعلينا أن نلاحظ أن قيم ع ال فى أى حالة هى دائماً مجموع حواصل ضرب القيم المتناظرة فى آخر صف يحمل الرمز ى مستوفيا شروط الدقة المطلوبة مع الصف ى السابق عليه ، فى قيم ر الأصلية وذلك وفقا للمعادلة الآتية :

ع ال = ر ى

الخطوة الثانية : نحسب تشبع المتغير الأول على العامل الأول بالمعادلة الآتية :

$$\text{ا ال} = \frac{\text{ع ال}}{\sqrt{\text{ى ع}}}$$

حيث القيمة ى ع عبارة عن مجموع حواصل ضرب القيم المتناظرة فى الصف الأخير ى والصف ع ال وتساوى هنا ١٨٫١٢٩٣٨٩ وجذرها هو : ٤٫٢٥٧٨٦٢

وبدلا من القسمة فى كل مرة يمكننا أن نقوم بالضرب وهو أسهل ،

---

* المصفوفة الاصلية قبل رفع درجتها اى مصفوفة الارتباطات التى بدأنا بها

♦. مطالعة ممتعة / محمد عموش .

في معكوس القيمة أي $\frac{1}{\sqrt{مج ع}}$ والذى يساوى ٢٣٤٨٥٩٦ر ، وبضرب هذه القيمة (أى ٢٣٤٨٥٩٦ر) فى قيم ع ال نحصل على العامل الأول على الوجه التالى بعد التقريب إلى الرقم العشرى الثالث :

م	ع١
١	٦٩٥ر
٢	٦٤٠ر
٣	٩٦٣ر
٤	٤٩٧ر
٥	٧٣١ر
٦	٧٥٣ر
٧	٨٠٥ر

مصفوفة النانج والبواقى :

(ا) مصفوفة الناتج . بعد استخلاص العامل الأول ، وإذا رجعنا لمثالنا الفرضى الذى تعرفنا من خلاله على كيفية الرجوع من العامل إلى المصفوفة الارتباطية (ص١٣٢) والذى افترضنا فيه أن قيم ارتباطاتها المختلفة لاتعبر إلا عن التباين العاملى فقط لهذا العامل ، وذكرنا أن الارتباط بين أى متغيرين هو حاصل ضرب تشبعيهما على العامل ، كما أن الارتباط بين المتغير ونفسه هو حاصل ضرب تشبع هذا المتغير على العامل فى نفسه .

نستطيع بنفس هذا المنطق أن نحسب المصفوفة الارتباطية التى تعبر عن الحجم الفعلى من التباين العاملى الذى استخلص فى العامل الأول وحيث سنجدفيها

♦. مطالعة ممتعة / محمد عموش .

أن الارتباط بين المتغير الأول والثانى هو حاصل ضرب تشبعيهما (٩٩٥ر × ٦٤٠ = ٤٤٤٨ر) وهكذا حتى تملأ جميع خلايا المصفوفة كما يبينها جدول رقم (٣٣) لمصفوفة الناتج (١) للعامل الأول ،

جدول رقم (٣٣) مصفوفة الناتج للعامل الأول

المتغير	١	٢	٣	٤	٥	٦	٧
١	٤٨٢ر	٤٤٥ر	٦٦٩ر	٢٤٥ر	٥٠٨ر	٥٢٢ر	٥٦٠ر
٢	٤٤٥ر	٤١٠ر	٦١٦ر	٢١٨ر	٤٦٨ر	٤٨٢ر	٥١٥ر
٣	٦٦٩ر	٦١٦ر	٩٢٧ر	٤٧٩ر	٧٠٤ر	٧٢٥ر	٧٧٥ر
٤	٢٤٥ر	٢١٨ر	٤٧٩ر	٢٤٧ر	٢٦٢ر	٢٧٤ر	٤٠٠ر
٥	٥٠٨ر	٤٦٨ر	٧٠٤ر	٢٦٢ر	٥٢٤ر	٥٥٠ر	٥٨٩ر
٦	٥٢٢ر	٤٨٢ر	٧٢٥ر	٢٧٤ر	٥٥٠ر	٥٦٧ر	٦٠٦ر
٧	٥٦٠ر	٥١٥ر	٧٧٥ر	٤ر	٥٨٩ر	٦٠٦ر	٦٤٨ر

(ب) مصفوفة الباقى : بما أننا لم نستخلص إلا جزءاً محدوداً من تباين المصفوفة الارتباطية الأصلية حيث بلغ تباين العامل الأول (أو جذره الكامن) ٣٫٨١٦ من التباين الكلى للمصفوفة البالغ ٧ وهو قدر تبلغ نسبته من التباين الكلى ٥٤٫٥ ٪ فقط ، فمعنى هذا أن هناك قدراً كبيراً آخراً من التباين لم يستخلص بعد ، فإذا طرحنا تباين العامل الأول وهو ما تمثله مصفوفة الناتج من التباين الكلى وهو ما تمثله مصفوفة الارتباطات وفقا لقواعد طرح المصفوفات فان مصفوفة البواقى التى نخرج بها تعبر عن حجم التباين الارتباطى الذى لم يستخلص عامليا ويمكن اتخاذها أساساً جديداً وبنفس الخطوات السابقة لاستخلاص العامل الثانى الذى يعبر فى هذه الحالة عن قدر جديد من التباين المشترك بين المتغيرات . الخطوة الأولى إذن هى أن نحسب مصفوفة

(١) Product Matrix

♦. مطالعة ممتعة / محمد عموش .

البواقي بعد العامل الأول وهي التي يمثلها جدول رقم (٣٤) والناتجة عن طرح مصفوفة الناتج للعامل الأول من المصفوفة الأصلية .

جدول رقم (٣٤) مصفوفة البواقي بعد العامل الأول

متغير	١	٢	٣	٤	٥	٦	٧
١	٥١٧ر	- ١٠٥ر	- ١٥٩ر	- ١٧٥ر	- ٠٨٨ر	١٤٧ر	- ١٤ر
٢	- ١٠٥ر	٥٩ر	٠١٤ر	- ١٠٨ر	٠٧٢ر	- ٤٦٢ر	- ٠٥٥ر
٣	- ١٥٩ر	٠١٤ر	٠٧٤ر	- ١٢٩ر	١٠٦ر	- ٢٨٥ر	- ١٠٥ر
٤	- ١٧٥ر	- ١٠٨ر	- ١٢٩ر	٧٥٤ر	- ١٠٤ر	٠٤٥ر	- ٠٢ر
٥	- ٠٨٨ر	٠٧٢ر	١٠٦ر	- ١٠٤ر	٤٦٦ر	- ١٧ر	- ٢٩٩ر
٦	١٤٧ر	- ٤٦٢ر	- ٢٨٥ر	٠٤٥ر	- ١٧ر	٤٤٤ر	٢١٤ر
٧	- ١٤ر	- ٠٥٥ر	- ١٠٥ر	- ٠٢ر	- ٢٩٩ر	٢١٤ر	٣٥٢ر

حساب العامل الثاني :

بما أن العامل الأول استحوذ على حجم معين من التباين الارتباطي وبما أننا قمنا بطرح هذا الحجم من مصفوفتنا الأصلية ، فيمكننا الآن أن نقوم بحساب العامل الثاني الذي يمكنه أن يستخلص حجما آخراً من التباين الارتباطي المتبقي بعد العامل الاول ، وسنتبع في استخلاص العامل الثاني نفس الأسلوب الذي اتبعناه في حساب العامل الأول أي بالتقدم أولاً من مصفوفة البواقي (*)

(*) لاحظ اننـــا لا نقوم في طريقة المكونات الاساســـية لا بعكس للاشارات ولا بإعادة تقدير لقيم الشـــيوع بل بالعمـــل مباشرة في حدود الاجراءات التكرارية للوصول الى تقديرات دقيقة للتشبعات ويستطيع القارئ ملاحظة الفروق في اشارات التشبعات في العامل الثاني عنها في العـــامل المركزي الثاني لنفس المصفوفة الارتباطية وهو ما سنعود لمناقشته في نهاية حسابنا للمكونات الاساسية

♦. مطالعة ممتعة / محمد عموش .

للخطوات التكرارية حتى نصل لمحتوى الصحة المطلوب ثم نستخلص تشبعات العامل الثانى ويبين الجدول الاتى رقم (٣٥) خطوات هذه العملية بدأ من مصفوفة البواقى بعد العامل الاول والتى سنطلق عليها ر١

جدول رقم (٣٥) المصفوفة ر١ للعامل الثانى

المتغير	١	٢	٣	٤	٥	٦	٧
١	٥١٧ر	-١٠٥ر	-١٥٩ر	-١٧٥ر	-٠٨٨ر	١٣٧ر	-١٣٠ر
٢	-١٠٥ر	٥٩٠ر	٠١٤ر	-١٠٨ر	٠٧٢ر	-٣٦٢ر	-٠٥٥ر
٣	-١٥٩ر	٠١٤ر	٠٧٣ر	-١٢٩ر	١٠٦ر	-٢٨٥ر	-١٠٥ر
٤	-١٧٥ر	-١٠٨ر	-١٢٩ر	٧٥٣ر	-١٠٣ر	٠٢٦ر	-٠٢٠ر
٥	-٠٨٨ر	٠٧٢ر	١٠٦ر	-١٠٣ر	٤٦٦ر	-١٧٠ر	-٢٩٩ر
٦	١٣٧ر	-٣٦٢ر	-٢٨٥ر	٠٢٦ر	-١٧٠ر	٤٣٣ر	٢١٤ر
٧	-١٣٠ر	-٠٥٥ر	-١٠٥ر	-٠٢٠ر	-٢٩٩ر	٢١٤ر	٣٥٢ر
ك١	-٠٠٣ر	٠٤٦ر	-٤٨٥ر	٢٤٤ر	-٠١٦ر	-٠٠٧ر	-٠٤٣ر
ى١	-٠١٣٣ر	١٨٨٥ر	-١,٩٨٧٧	١,٠	-٦٥٦ر	-٠٢٨٧ر	-١٧٦٣ر
ك٢	٠٣٤١ر	-٠٠١٩ر	-٦٠٩ر	٢٤٤١ر	-٦٦٤ر	١١٨١ر	٠٣٢٠ر
ى٢	١٣٩٧ر	-٠٠٧٨ر	-٢٤٩٥ر	١,٠	-٢٧٢٠ر	٤٨٣٨ر	١٣١١ر

يتضح من حساب قيم الصفين ى١ ، ى٢ أنهما غير متطابقة ، ويترتب على هذا أن نبدأ إجراءنا التكرارى برفع رتبة المصفوفة (أى بضربها فى نفسها للحصول على المصفوفة ر٢ للعامل) ونستمر فى ذلك إلى أن نصل لقيم متطابقة فى آخر صفين يحملان الرمز ى ويبين الجدول التالى رقم (٣٦) المصفوفة ر٢ للعامل الثانى .

• مطالعة ممتعة / محمد عموش .

جدول رقم (٣٦أ) للمصفوفة س٢
للعامل الثانى

المتغير	١	٢	٣	٤	٥	٦	٧
١	٣٧٧٦ر	-١٤٨٢ر	-١٠٧٤ر	-١٧٥٢ر	-٠٧٧٣ر	١٩٦١ر	-٠٣١٤ر
٢	-١٤٨٢ر	٥١٠٢ر	١٥٦٥ر	-١٤٤٢ر	١٧٥٩ر	-٤١٥٥ر	-١٣٦٥ر
٣	-١٠٧٤ر	١٥٦٥ر	١٥٠٩ر	-٠٩٦٥ر	١٦٥٣ر	-٢١٤٩ر	-١١٤٨ر
٤	-١٧٥٢ر	-١٤٤٢ر	-٠٩٦٥ر	٦٣٧٦ر	-١٣٠١ر	٠٩٦٠ر	٠٥٦٥ر
٥	-٠٧٧٣ر	١٧٥٩ر	١٦٥٣ر	-١٣٠١ر	٣٧٠٢ر	-٢٨٧٨ر	-٢٨٢٦ر
٦	١٩٦١ر	-٤١٥٥ر	-٢١٤٩ر	٠٩٦٠ر	-٢٨٧٨ر	٤٩٣٩ر	٢٥٠٣ر
٧	-٠٣١٤ر	-١٣٦٥ر	-١١٤٨ر	٠٥٦٥ر	-٢٨٢٦ر	٢٥٠٣ر	٢٩٠٥ر
مج١	٠٢٤١ر	-٠٠١٩ر	-٠٦٠٩ر	٢٤٤١ر	-٠٦٦٤ر	١١٨١ر	٠٣٢٠ر
ى١	١٣٩٧ر	-٠٠٧٨ر	-٢٤٩٥ر	١ر٠	-٢٧٢٠ر	٤٨٣٨ر	١٣١١ر
مج٢	٠٠٤٢ر	-١١٥٨ر	٠٧٦٧ر	١٧٧٦ر	-١١٢٤ر	١٢٩٤ر	٠٧٧٦ر
ى٢	٠٣٣٦ر	-٦٥٢٦ر	-٤٣١٨ر	١ر٠	-٦٣٢٩ر	٧٢٨٦ر	٤٣٦٩ر

ولأن الفروق ما زالت كبيرة بين قيم الصفين ى١ ، ى٢ فسنستمر فى إجراءنا التكرارى برفع رتبة المصفوفة س٢ إلى س٤ وهو ما يوضحه الجدول رقم (٣٧) .

جدول رقم (٣٧) س٤ للعامل الثانى

المتغير	١	٢	٣	٤	٥	٦	٧
١	٢٥٢٢ر	-٢١٤٠ر	-١١٤٤ر	-١١٩٠ر	-١٢٦٤ر	٢٥٣٢ر	٠٧٢٦ر
٢	-٢١٤٠ر	٥٤٩٨ر	٢٦٧٣ر	-٢٢٥١ر	٣٦٩١ر	-٥٧٨٦ر	-٢٨٤٥ر
٣	-١١٤٤ر	٢٦٧٣ر	١٥٤٨ر	-١٢٨٥ر	٢٢٨٨ر	-٣١٠٢ر	-١٧٤٦ر
٤	-١١٩٠ر	-٢٢٥١ر	-١٢٨٥ر	٤٩٦٧ر	-٢٠٢٥ر	٢٠٦٥ر	١٤٩٥ر
٥	-١٢٦٤ر	٣٦٩١ر	٢٢٨٨ر	-٢٠٢٥ر	٣٨٠٩ر	-٤٥٥٧ر	-٣٠٦٧ر
٦	٢٥٣٢ر	-٥٧٨٦ر	-٣١٠٢ر	٢٠٦٥ر	-٤٥٥٧ر	٦٥٥٩ر	٣٥٨٣ر
٧	٠٧٢٦ر	-٢٨٤٥ر	-١٧٤٦ر	١٤٩٥ر	-٣٠٦٧ر	٣٥٨٣ر	٢٦٢٩ر
مج٢	٠٠٤٢ر	-١١٦٠ر	-٠٧٦٨ر	١٧٧٦ر	-١١٢٥ر	١٢٩٤ر	٠٧٧٥ر
ى٢	٠٣٣٦ر	-٦٥٢٦ر	-٤٣١٨ر	١ر	-٦٣٢٩ر	٧٢٨٦ر	٤٣٦٩ر
مج٣	٠٦٦١ر	-٢٦٣٦ر	-١٤٥٦ر	١٨٤٨ر	-٢٢٢٥ر	٢٩٢٦ر	١٧٤٥ر
ى٣	٢٢٥٩ر	-٩٠٠٩ر	-٤٩٧٨ر	٦٣١٦ر	-٧٦٠٤ر	١ر٠	٥٩٦٤ر

• مطالعة ممتعة / محمد عموش .

ننتقل أيضا لإعادة خطواتنا التكرارية على المصفوفة $ر^{٨}$ بعد ضرب $ر^{٤}$ فى نفسها يتبين من الجدول التالى رقم (٣٨) .

جدول رقم (٣٨) $ر^{٨}$ للعامل الثانى

المتغير	١	٢	٣	٤	٥	٦	٧
١	٫٢٢٢٠	-٫٢٨٩٢	-٫٢٠٨٦	٫٠٦٢٥	-٫٢٩٨٧	٫٤٤٨٣	٫٢٢٩٩
٢	-٫٢٨٩٢	١٫٠٢٢١	٫٥٥٥٤	-٫٤٨١٢	٫٨٢٨٢	-١٫١٥١٣	-٫٦٤٧٦
٣	-٫٢٠٨٦	٫٥٥٥٤	٫٣٠٤١	-٫٢٦٦٨	٫٤٥٦٦	-٫٦٢٨٥	-٫٣٥٧٨
٤	٫٠٦٢٥	-٫٤٨١٢	-٫٢٦٦٨	٫٤٣٤٠	-٫٤١٥١	٫٥٢٣٨	٫٣٢٧٥
٥	-٫٢٩٨٧	٫٨٢٨٢	٫٤٥٦٦	-٫٤١٥١	٫٦٩٢٤	-٫٩٤٠٧	-٫٥٤٥١
٦	٫٤٤٨٣	-١٫١٥١٣	-٫٦٢٨٥	٫٥٢٣٨	-٫٩٤٠٧	١٫٣٠٤٠	٫٧٣٧٠
٧	٫٢٢٩٩	-٫٦٤٧٦	-٫٣٥٧٨	٫٣٢٧٥	-٫٥٤٥١	٫٧٣٧٠	٫٤٣٠٦
مج ع	٫٠٦٦٢	-٫٣٦٣٦	-٫١٤٥٦	٫١٨٤٧	-٫٣٣٣٤	٫٣٩٣٦	٫١٣٤٥
ك ع	٫٢٢٥٩	-٫٩٠٠٩	-٫٤٩٧٨	٫٦٣١٦	-٫٧٦٠٤	١٫	٫٥٩٦٤
مج هـ	٫٣٩٦٩	-١٫٠٩٩٠	-٫٦٠١٧	٫٥٥٣٧	-٫٩٠٥٦	١٫٢٤٠٨	٫٧١٠٥
ك هـ	٫٣١٩٩	-٫٨٨٥٧	-٫٤٨٤٩	٫٤٤٥٤	-٫٧٣٩٩	١٫	٫٥٧٣٦

كما يرى القارىء ، مازلنا فى حاجة للاستمرار نحو المصفوفة من الرتبة الأعلى وهى ما بينها جدول رقم (٣٩) .

جدول رقم (٣٩) $ر^{١٦}$ للعامل الثانى

م	١	٢	٣	٤	٥	٦	٧
١	٫٥٩١٢	-١٫٥٤٢٥	-٫٨٤٤	٫٧١٨	-١٫٢٦٤٧	١٫٧٤٦٥	٫٩٩٠٤
٢	-١٫٥٤٢٥	٤٫١٦٧٠	٢٫٣٧٩٦	-٢٫٠٤٣١	٣٫٤٢٥٦	-٤٫٧١٠٠	-٢٫٦٨٦٥
٣	-٫٨٤٣٠	٢٫٢٧٩٦	١٫٢٤٧٢	-١٫١١٣١	١٫٨٧٤٣	-٢٫٥٧٦٦	-١٫٤٧٠٠
٤	٫٧١٨٠	-٢٫٠٣٢١	-١٫١١٣١	١٫٠٢٨٩	-١٫٦٧٧٩	٢٫٢٩١٩	١٫٣١٦٩
٥	-١٫٢٦٤٧	٣٫٤٢٥٦	١٫٨٧٤٣	-١٫٦٧٧٩	٢٫٨١٧٤	-٣٫٨٧١٦	-٢٫٢٠٩٨
٦	١٫٧٤٦٥	-٤٫٧١٠٠	-٢٫٥٧٦٦	٢٫٢٩١٩	-٣٫٨٧١٦	٥٫٣٢٤٤	٣٫٠٣٦٢
٧	١٫٩٩٠٤	-٢٫٦٨٦٥	-١٫٤٧٠٠	١٫٣١٦٩	-٢٫٢٠٩٨	٣٫٠٣٦٢	١٫٧٣٤٠
مج ع	٫٣٩٦٩	-١٫٠٩٨٩	-٫٦٠١٦	٫٥٥٢٦	-٫٩٠٥٧	١٫٢٤٠٧	٫٧١٠٤
ك ع	٫٣١٩٩	-٫٨٨٥٧	-٫٤٨٤٩	٫٤٤٥٤	-٫٧٢٩٩	١٫	٫٥٧٢٦
مج هـ	٦٫٨٤٨٦	-١٨٫٥٠٤٣	-١٫١٤٢٧	٩٫٠٦٦١	-١٥٫٢٤٥٨	٢٠٫٩٠٤٩	١١٫٩٠٧١
ك هـ	٫٣٢٦٨	-٫٨٨٤٨	-٫٤٨٤١	٫٤٣٣٧	-٫٧٣٧٦	١٫	٫٥٧٠٦

♦. مطالعة ممتعة / محمد عموش .

نلاحظ أن هذه الخطوة أدت إلى التماثل بين الرقمين العشرين الأولين للقيم الأربعة أرقام ٢ ، ٣ ، ٥ ، ٧ والرقم الصحيح للقيمة ٦ والتماثل فى الرقم العشرى الأول للقيمتين ١ ، ٤ ولا يكفى هذا مما يجعلنا نتقدم نحو المصفوفة التالية استمرارا فى إجراءنا التكرارى للحصول على تماثل حتى الرقم العشرى الثالث بين قيم الصفين ى .

جدول رقم (٤٠)

م	١	٢	٣	٤	٥	٦	٧
١	٩,٠٥٨٢١	-٢٥,٩٢٥٠٩	-١٤,١٨٩٧	١٢,٦٧٧٩	-٢١,٤٢٦٥	٢٩,٤١٢٨	١٦,٧٢٦٠
٢	-٢٥,٩٤٥٠٦	٧٠,٢٠٥٤	٢٨,٤١..	-٢٤,٤٢٤٧	٥٧,٧٢٩٢	-٧٩,٤٤٨٤	-٤٥,٢٧٢
٣	-١٤,١٨٩٧	٢٨,٤١	٢١,١٤٥	-١٨,٩٩٩٥	٢١,٥٨٤٢	-٤٩,٤١٢٢	-٢٤,٧٧١٠
٤	١٢,٦٧٧٩	-٤٤,٤٢٤٧	-١٨,٧٧٦٥	١٦,٧٨٦٥	-٢٨,٢٢٥٥	٤٨,٧٩٤٥	٢٢,٤٦٨
٥	-٢١,٤٢٦٥	٥٧,٧٢٩٢	٤١,٥٨٤٢	-٢٩,٢٢٥٥	٤٧,٤٧٤	-٦٥,٢٤٧٤	-٤٧,٢٤٢
٦	٢٩,٤١٢٨	-٧٩,٤٤٨٤	-٤٢,٤١٢٢	٤٨,٧٩٤٥	-٦٥,٢٤٧٤	٨٩,٦٨٢٠	٥١,١٧٢٤
٧	١٦,٧٢٦٠	-٤٥,٢٧٦٠	-٢٤,٧٧١	٢٢,٤٦٨	-٤٧,٢٤٠٢	٥١,١٧٢٤	٢٩,١٩٩٠
$ج_٦$	٦,٨٤٨٧	-١٨,٥٤٠٤	-١٠,١٤٤٧	٩,٦٦	-١٠,٢٤٥٨	٢,٩٥٤٩	١١,٩٥٧٠
$ى_٦$	,٤٢٦٨	-,٨٨٤٨	-,٤٨٤١	,٤٤٢٧	-,٧٢٧٦	١,	,٥٧٦
$ج_٧$	١٩٢٩,٢٠٥٤	-٥٢٦٤,٢٩٧	٢٨٨٠,١٢٩٢	٢٥٧٢,٨٤٥٦	-٤٢٢٨,٧٨٨	٥٩٤٩,٨٧٤٦	٤٢٩٤,٩٩٧٢
$ى_٧$	,٤٢٦	-,٨٨٤٨	-,٤٨٤١	,٤٤٢٦	,٧٢٧٥	١,	,٥٧٠٦
ع ل	,٤٨٩٦	-١,٠٠٠٠	-,٥٧٧٤	,٥١٦٢	-٨٦٧٩	١,١٩٤٠	,٦٨٠٨
						مجـ ى٤ = ٢٦٩	٢,٧٠
						$\sqrt{مجـ ى٤}$ = ٠٧٩٦	
إ ل	,٢٠٢٤	-,٥٤٨٤	-,٤٠٠٠	,٢٦٨٢	-,٤٥١	-,٦١٩٩	,٤٥٤٧

بمقارنة قيم الصفين الأخيرين $ى_٦$ ، $ى_٧$ فى المصفوفة الأخيرة نتبين استيفاء شرط التطابق حتى الرقم العشرى الثالث وهو المحك الذى ارتضيناه فى مثالنا هذا وعلى ذلك نتوقف عن الخطوات التكرارية لنبدأ فى حساب تشبعات العامل الثانى وهى كما تتبين من الجدول السابق رقم (٤٠) حيث نحسب الصف الجديد $ع_٢ ل$ وذلك بضرب القيم المتناظرة فى الصف $ى_٧$ وقيم صفوف المصفوفة الأصلية على التوالى ونرصد فى العمود الأول من الصف $ع_٢ ل$ مجموع حواصل

♦. مطالعة ممتعة / محمد عموش .

ضرب قيم الصف $ى_٧$ والصف الأول فى المصفوفة الأصلية (المصفوفة ر للعامل الثانى) ونرصد فى العمود الثانى مجموع حواصل ضرب القيم المتناظرة بين الصف $ى_٧$ والصف الثانى من المصفوفة وهكذا .

نحسب بعد ذلك مجـ ع ى وهى عبارة عن مجموع حواصل ضرب القيم المتناظرة فى الصف $ى_٧$ والصف الأخير ع ٢ ل، ثم نحسب جذر هذه القيمة ثم معكوسها

أى $\frac{١}{\sqrt{\text{مجـ ع ى}}}$

نقوم فى الخطوة الأخيرة بحساب التشبعات وذلك بضرب معكوس $\sqrt{\text{مجـ ع ى}}$ فى كل قيمة من قيم الصف ع ٢ ل فنحصل على تشبعات العامل الثانى.

ويبين الجدول الآتى تشبعات العاملين الأول والثانى وجذرهما الكامن وقيم شيوعها ونسبة التباين الذى أمكننا استخلاصه من التباين الارتباطى الأصلى .

♦. مطالعة ممتعة / محمد عموش .

جدول رقم (٤١) مصفوفة
المكونات الأساسية الناتجة

م / ع	١	٢	هـ٢ *
١	٦٩٥ر	٢٠٢ر	٥٢٤ر
٢	٦٤٠ر	— ٥٤٨ر	٧١٠ر
٣	٩٦٣ر	— ٣٠٠ر	١ر٠١٧
٤	٤٩٧ر	٢٦٨ر	٣١٩ر
٥	٧٣١ر	— ٤٥١ر	٧٣٨ر
٦	٧٥٣ر	٦٢٠ر	٩٥١ر
٧	٨٠٥ر	٣٥٤ر	٧٧٣ر
الجذر الكامن ونسبة التباين	٣ر٨١٦	١ر٢١٦	٥ر٠٣٢ = ٧١ر٨٩ ٪

وبنفس الطريقة نقوم بحساب بقية عوامل المصفوفة ، فبعد حساب العامل الثانى نحسب مصفوفة الناتج لهذا العامل ثم نقوم بطرحها من المصفوفة الأولى للعامل الثانى لنحصل على مصفوفة البواقى التى نبدأ منها خطوات حساب العامل الثالث وهكذا .

مقارنة بين عوامل المكونات الأساسية والعوامل المركزية لثرستون :

استخدمنا فى مثالنا لحساب المكونات الأساسية نفس المصفوفة الارتباطية المكونة من سبعة متغيرات التى سبق استخدامها فى حساب العوامل المركزية لثرستون وذلك بهدف المقارنة بين نتائج الأسلوبين للتعرف على المزايا التى

---

* هـ٢ = قيم الشيوع

• مطالعة ممتعة / محمد عموش .

حققها أسلوب هوتيلنج رغم حجم العمل وطول العمليات الحسابية اللازمة وللتعرف على الاختلافات بين نتائج الأسلوبين وما إذا كانت اختلافات جوهرية أم لا ولتسهيل المقارنة سنضع أمامنا جدولا يبين عوامل الأسلوبين متجاورين لتتبع هذه المقارنة وهو الجدول رقم (٤٢) .

جدول رقم (٤٢) المقارنة بين عوامل ثرستون
والمكونات الأساسية الناتجة عن تحليل المصفوفة الارتباطية نفسها

م / ع	ثرستون			هوتيلنج		
	١	٢	هـ٢	١	٢	هـ٢
١	٦٥٨ر	-- ١٢١ر	٤٤٨ر	٦٩٥ر	٣٠٢ر	٥٢٤ر
٢	٦٠٤ر	٤٢٢ر	٥٤٣ر	٦٤٠ر	— ٥٤٨ر	٧١٠ر
٣	٨٧٠ر	٣٤٩ر	٨٧٩ر	٩٦٣ر	— ٣٠٠ر	١ر٠١٧
٤	٤٤٧ر	— ١٠٤ر	٢١١ر	٤٩٧ر	٢٦٨ر	٣١٩ر
٥	٧٢٣ر	٤٧٥ر	٧٤٨ر	٧٣١ر	— ٤٥١ر	٧٣٨ر
٦	٧٥٠ر	-- ٦٢٣ر	٩٥١ر	٧٥٣ر	٦٢٠ر	٩٥١ر
٧	٧٩٨ر	— ٣٢١ر	٧٤٠ر	٨٠٥ر	٣٥٤ر	٧٧٣ر
الجذر الكامن			٤ر٥٢			٥ر٠٣٢
ونسبة التباين	٣ر٤٧٧	١ر٠٤٢١	٪ ٦٤ر٥٧	٣ر٨١٦	١ر٢٦١	٪ ٧١ر٨٩

يظهر الجدول السابق عدداً من الفروق بين الطريقتين يمكن ملاحظتها بالفحص المباشر وجميعها توضح مميزات هامة فى طريقة المكونات الأساسية من ذلك الآتى :

١ ـ يلاحظ أن حجم تشبعات العامل الأول فى طريقة هوتيلنج أكبر من حجم التشبعات فى العامل المركزى الأول مما يدل على أن طريقة هوتيلنج تتمكن من استخلاص أقوى تباين بين المتغيرات فى العامل الأول فبينما

• مطالعة ممتعة / محمد عموش .

كان ما استخلصه العامل الأول فى الطريقة المركزية يبلغ ٤٩ر٧ ٪ من التباين الارتباطى كان ما استخلصه العامل المناظر فى طريقة المكونات الأساسية ٥٤ر٥ ٪.

٢ ـ يلاحظ أيضا أن قيم شيوع المتغيرات على العاملين الأول والثانى (وهى القيم التى تعبر عن حجم تباين المتغير الذى استخلص عامليا) أكبر فى طريقة المكونات الأساسية من قيم الشيوع فى العاملين المناظرين فى الطريقة المركزية مما يدل على أن طريقة المكونات الأساسية تتمكن من استنفاذ أقصى تباين ممكن للمتغيرات فى أقل عدد ممكن من العوامل مما يزيد من قيمتها التلخيصية الواضحة.

٣ ـ يلاحظ أخيراً أن نسبة التباين المستخلص فى طريقة المكونات الأساسية فى العاملين أكبر بشكل واضح من نسبة التباين المستخلص فى العاملين فى الطريقة المركزية، بل أكبر من نسبة التباين المستخلصة فى العوامل المركزية الثلاثة ويستطيع القارىء العودة لجدول رقم (٢٥) للعوامل المركزية الثلاثة ليتبين أن حجم ما استخلصته من تباين بلغ ٤ر٩٤٥ بينما ما استخلصه العاملان فى طريقة هوتيللنج بلغ ٥ر٠٣٢ وهى نتيجة حاسمة أيضاً فى دلالاتها التلخيصية.

نقطة أخيرة فى مجال مقارنتنا هنا، إذ يستطيع القارىء المدقق أن يلاحظ أن التشبعات السلبية الإشارة فى العامل الثانى فى الطريقة المركزية لا تناظرها تشبعات سالبة الإشارة فى طريقة المكونات الأساسية على العامل الثانى، فهل يعنى ذلك تغيراً جوهريا فى خصائص التصنيف العاملى الذى انتهينا إليه فى الطريقة الثانية عن ما انتهينا إليه فى الطريقة الأولى.

الواقع أن الخصائص الجوهرية ثابتة فى الحالتين فالعامل الثانى قطبى فى الطريقتين وليس عاملا بسيطا واختلاف التناظر فى الإشارات لا يغير من طبيعة العامل أو تفسيره، إذ نستطيع أن نلاحظ أن نسق الإشارات واحدا

♦. مطالعة ممتعة / محمد عمروش .

فى الحالتين بمعنى أن الإشارة تحكم فى الواقع العلاقة بين تشبعات أى متغيرين على العامل ، فحيث حاصل ضرب أى تشبعين لمتغيرين عبارة عن ارتباطهما العاملى فيمكننا أن نجد بناء على هذا أن الارتباط بين المتغيرين ١ ، ٢ على العامل الثانى المركزى سلبى وهو سلبى أيضا على العامل الثانى فى طريقة هوتلينج وهكذا بالنسبة لأى متغيرين ، فبين الثانى والثالث المركزى العلاقة إيجابية وهى أيضاً إيجابية بين الثانى والثالث فى المكونات الأساسية ويعود الأمر فى حقيقته إلى مواضع المحاور فى الفضاء المتعدد الأبعاد ، وبذلك لا تكون هذه السمة الظاهرة فى الاختلاف بين مواضع الإشارات فى الحالتين ذات تأثير على خصائص التصنيف .

♦. مطالعة ممتعة / محمد عموش .

الفصل الرابع عشر

محكات تقدير عدد العوامل

♦. مطالعة ممتعة / محمد عموش .

محكات تقدير عدد العوامل المنتجة

تعد مشكلة تقدير عدد العوامل التى يتعين إنتاجها فى الدراسة العاملية من المشكلات التى تؤرق الباحثين ، ذلك أن إمكان استخلاص عوامل من المصفوفة الارتباطية إلى الحد الذى تصبح فيه آخر مصفوفة بواقى صفرية من الامور الممكنة وحيث يمكن استخلاص عدد من العوامل يساوى عدد المتغيرات التى بدأنا بها .

والمشكلة تحكمها بعض الاعتبارات النظرية التى تناقش مشكلة التعدد والاقتصاد فى عدد العوامل والأهداف التى تجعلنا نقبل موقف نظرى يؤيد التعدد فى حالة أو موقف معارض يجعلنا نؤيد الاقتصاد فى عدد العوامل فى حالة أخرى وهى اعتبارات نظرية يناقشها الفصل الثامن عشر .

غير أننا نستطيع أن نقول أن الباحث يمكنه وفقاً لأغراض دراسة معينة

♦. مطالعة ممتعة / محمد عموش .

أن يؤيد موقف التعدد بينما يؤيد الموقف المعارض وفقاً لأغراض دراسة أخرى دون أن يكون فى ذلك تناقض فى الموقف المبدئى للباحث حيث يتحدد هذا الموقف فى صلته بأهداف دراسة معينة دون أن يكون موقفاً ثابتاً بغض النظر عن طبيعة وظروف كل دراسة.

ويمكن من وجهة نظر رياضية تناول مشكلة تقدير عدد العوامل، والحقيقة التى يجب ملاحظاتها هناهى أن هذا التحديد يرتبط بعدد من الاعتبارات وأول هذه الاعتبارات التى يمكن وضعها كأساس هو ارتباط عدد العوامل بعدد المتغيرات التى تتضمنها المصفوفة الارتباطية، وحتى يستطيع الباحث أن يسترشد بهذا الاعتبار منذ الخطوات الأولى لدراسته فسنضع هذا الاعتبار بشكل عكسى يسهم فى مساعدة الباحث على تحديد عدد متغيراته وفقا لما يتوقعه من عوامل منذ البداية.

الحد الأدنى من المتغييرات لاستخلاص عدد معين من العوامل:

عند القيام بدراسة عاملية قد يتجه اهتمام الباحث إلى تكوين بطارية اختبارات تغطى مجالا معينا للدراسة، وقد يكون هذا المجال موضوعا لدراسة سابقة تمكنت من التوصل إلى عوامل معينه يود الباحث إعادة استخلاصها فى دراسته من جديد سواء لدى عينات مختلفة أو فى مجتمعات مختلفة أو لأى سبب آخر، وقد يتوقع الباحث عدد معين من العوامل لا استنادا لدراسة سابقة ولكن إلى تحليل عدد من المفاهيم التى استخدمها فى بناء مقاييس معينة أو غير ذلك من المصادر التى يتوسم الباحث من خلالها إمكانية استخلاص عدد معين من العوامل.

وبغض النظر هنا عن طبيعة هذه العوامل وتفسيراتها، وفى حدود الرغبة فى التحديد العددى المتغيرات التى تنتج هذا العدد المطلوب أو المتوقع من العوامل، سنضع فى اعتبارنا منذ البداية أن ثلاثة اختبارات، أو تشبعات ثلاثة متغيرات، على العامل قد تكون بمثابة الحد الأدنى من التشبعات لتقرير

♦. مطالعة ممتعة / محمد عموش .

هوية العامل ، ومع ذلك فإن النقطة التى تناقش هنا ليست خاصة بالهوية بقدر ما هى متعلقة بمدى كفاية حجم معين من الاختبارات لاستخلاص عدد معين من العوامل .

ويقترح فى هذا الشأن استخدام المعادلة الآتية لتحديد الحد الادنى من المتغيرات لإنتاج عدد معين من العوامل :

$$\text{م} = \frac{٢\text{ع} + ١ + \sqrt{٨\text{ع} + ١}}{٢}$$

فإذا كان المتوقع إنتاجه خمسة عوامل مثلا فيمكننا التعويض فى المعادلة كالآتى

$$\text{م} = \frac{٢ \times ٥ + ١ + \sqrt{(٨ \times ٥) + ١}}{٢}$$

$$= \frac{١١ + \sqrt{٤١}}{٢} = ٨٫٧$$ ومع التقريب لأقرب رقم صحيح

تكون $\text{م} = ٩$

ويلاحظ أننا نستطيع استخدام نفس المعادلة بصورة أخرى لتقدير عدد العوامل المتوقعة من عدد معين من المتغيرات بدأنا به بالفعل كالآتى :

$$\text{ع} = \frac{٢\text{م} + ١ - \sqrt{٨\text{م} + ١}}{٢}$$

فإذا كنا قد بدأنا بتسعة متغيرات فيمكننا أن نتوقع العدد الآتى من العوامل بالتعويض فى المعادلة :

♦. مطالعة ممتعة / محمد عموش .

$$ع = \frac{٢ \times ٩ + ١ - \sqrt{٨ \times ٩ + ١}}{٢}$$

$$= \frac{١٩ - \sqrt{٧٣}}{٢} = ٥ر٢٢$$ أو مع التقريب لأقرب

رقم صحيح تكون ع = ٥

ومن الأفضل هنا أن نقرب عدد المتغيرات الناتج عن التعويض فى المعادلة إلى الرقم الأعلى ، وأن نقرب عـــدد العوامل إلى الرقم الأدنى الصحيح .

ويبين الجدول الآتى عدد العوامل التى يمكن إنتاجها وعدد المتغيرات اللازمة فى كل حالة ، ويجب أن نلاحظ هنا أن هذه القاعدة ليست بالقاعدة الكافية لتقدير نقطة التوقف عن استخلاص العوامل ، وهى مجرد قاعدة تقديرية تسهم فى حسن تصميم الدراسة العاملية .

جدول رقم (٤٣) العدد المناسب من المتغيرات
والعوامل كل منهما فى مقابل الآخر

عدد العوامل	١	٢	٣	٤	٥	٦	٧	٨	٩	١٠	١١	١٢	١٣	١٤	١٥	١٦	١٧	١٨	١٩	٢٠
عدد المتغيرات	٣	٥	٦	٨	٩	١٠	١٢	١٣	١٤	١٥	١٧	١٨	١٩	٢٠	٢١	٢٣	٢٤	٢٥	٢٦	٢٧

ولا توجد حتى الآن فى المستوى الرياضى قاعدة كافية ومرضية ومقبولة من الجميع للتوقف عن استخلاص العوامل ، وإن كان هناك عدد من المحكات التى يمكن اللجوء إلى أى منها ، والواقع أنها تؤدى إلى نتائج متقاربة حتى أن

♦. مطالعة ممتعة / محمد عموش .

الاختلاف بين استخدام قاعدة وأخرى لا ينتج عنه استخلاص أكثر من عامل إضافى أو عدم إنتاج هذا العامل ، ومن أهم هذه القواعد الآتى :

محكات التوقف عن استخلاص العوامل :

يذكر فرنون وآخرين حوالى خمسة وعشرين محكا مختلفا يمكن استخدام أى منها لتقدير نقطة التوقف عن استخلاص عوامل جديدة ، إلا أننا لن نذكر هنا إلا أهم الطرق المستخدمة فى هذا الشأن .

(ا) محك تيكر (١)

وهو كما يظهر من اسمه يقوم أساسا على استخدام معامل فاى(٢) ويعتمد على مبدأ أنه إذا لم يكن هناك تناقص واضح فى حجم قيم البواقى من مصفوفة إلى أخرى تليها (بعد استخلاص عامل آخر) فإن العوامل العامة الجوهرية فى المصفوفة الارتباطية تكون قد استخلصت بالفعل وما يتبقى ليس إلا بواقى لا أهمية لها .

وخطوات العمل فى هذه الطريقة كالآتى :

١ – أجمع كل القيم المطلقة (أى بدون إشارات) فى مصفوفة البواقى قبل الأخيرة (وسنطلق عليها المصفوفة ق) ثم أضف إليها مجموع التقديرات الخاصة بالشيوع فى الخلايا القطرية (وسنطلق عليها هـ^{٢} م أى شيوع مقدر) .

٢ – اجمع كل القيم المطلقة فى مصفوفة البواقى الأخيرة (وسنطلق

---

(١) Tuker's Phi.

(٢) Phi.

♦. مطالعة ممتعة / محمد عموش .

عليها المصفوفة ل) ثم أضف إليها مجموع بواقى قيم الشيوع أى قبل إعادة التقدير (وسنطلق عليها هـ٢ ب أى بواقى شيوع) .

٣ ــ الحصول على قيمة فاى نقسم مجموع قيم ل + هـ٢ ب على ق + هـ٢م أى ناتج الخطوة الثانية على ناتج الخطوة الأولى ، والمعادلة المستخدمة هنا هى .

$$\text{ө} = \frac{\text{مج ل} + \text{هـ}^{2}\text{ب}}{\text{مج ق} + \text{هـ}^{2}\text{م}}$$

٤ ــ نحسب قيمة (ن - ١) / (ن + ١) حيث ن هى عـــدد المتغيرات فى المصفوفة ، أى إذا كانت مصفوفتنا مكونة من سبعة متغيرات مثلا فإن قيمة هذه الخطوة تـكون (٧ ــ ١) (٧ + ١) = ٧٥ و .

٥ ــ إذا كانت قيمة معامل فاى تزيد عن ناتج (ن ــ ١) / (ن + ١) فما زالت هناك عوامل دالة فى المصفوفة ويتعين الاستمرار فى استخلاص عامل جديد .

ويلاحظ أن هذه الطريقة تصلح بالنسبة للطريقة المركزية لثرستون ، وتعتمد صحة هذا المحك جزئيا على صحة إجراءات عكس الإشارات فى المصفوفة كما أن عملية العـكس تؤدى إلى ارتفاع فى القيم الإيجابية مما يترتب عليه أن تتجاوز فاى قيمة (ن - ١) / (ن + ١) وفى هذه الحالة يتطلب الأمر إعادة حساب هذا المحك وقيمة فاى من جديد بعد العامل التالى ، بالإضافة إلى هذا يمكننا أن نتبين أن استخدام هذا المحك يتطلب عدداً من العمليات الحسابية ليست بالقليلة تتضمن الرجوع لمصفوفة البواقى السابقة على آخر عامل .

♦. مطالعة ممتعة / محمد عموش .

(ب) قاعدة همفرى (١) Humphrey

بينما كانت الطريقة السابقة تعتمد على حجم التباين فى مصفوفة البواقى ومدى تناقصه تدريجياً بعد كل عامل مستخلص فإن قاعدة همفرى تقوم على أساس آخر يختلف تماماً فهى من ناحية تعتمد على حجم العينة الأصلية التى حسبت الارتباطات بين متغيراتها وتعتمد ثانياً على فكرة أن تشبعين فقط (وليس ثلاثة) كافيين لتقرير وجود عامل عام وعلى ذلك تكتفى هذه القاعدة باستخدام مؤشرات عاملية عبارة عن أعلى تشبعين لمتغيرين بالاضافة إلى حساب الخطأ المعيارى لمعامل ارتباط صفرى للمقارنة بينهما كمؤشر للتوقف أو الاستمرار فى استخلاص عوامل جديدة وخطوات استخدام هذه القاعدة كالآتى :

١ — أوجد حاصل ضرب أعلى تشبعين على آخر عامل مركزى استخلص فى المصفوفة .

٢ — احسب الخطأ المعيارى لمعامل ارتباط قدره صفر (لنفس أسلوب معامل الارتباط المستخدم فى المصفوفة المحللة ولنفس حجم العينة (أى ١/$\sqrt{ن}$ لمعامل بيرسون مثلا) .

٣ — إذا كان حاصل الضرب الذى حسب فى الخطوة الأولى لا يتجاوز ضعف الخطأ المعيارى الذى حسب فى الخطوة الثانية ، فالاحتمال ما زال كبيراً أن العامل غير جوهرى (فى حدود الخطأ المعيارى لمعامل ارتباط صفرى) .

ويمكننا ملاحظة أن هذه الطريقة تقلل من أهمية أن هوية العامل تتحدد بواسطة ثلاثة تشبعات وليس إثنين ولو كانت تبدو مفيدة بصفة خاصة فى حالة العينات غير الكبيرة .

---

(١) Humphrey's Rule.

♦. مطالعة ممتعة / محمد عموش .

(د) محك كومب (١) Coomb

يعتمد أسلوب كومب على منطق آخر يختلف أيضاً عما شاهدناه فى الحالتين السابقتين ، وهو من ناحية يتعامل مع المصفوفات الايجابية الارتباطات ولا يتعامل مع المصفوفات التى تتضمن اصلا ارتباطات سلبية كثيرة ، ولئن كان من المسموح به استخدام هذا المحك فى حالة وجود ارتباطات سلبية حول الصفر فى مصفوفة البواقى .

ومنطق هذا الأسلوب يعتمد على تناول نمط البواقى فى المصفوفه أكثر من أعتماده على حجمها أو دلالاتها حيث يفترض أنه فى حالة وجود عوامل ذات دلالة مرتفعة لم تستخلص بعد وليس مجرد تباين خطأ فى المصفوفة فعلينا أن لا نتوقع قيم سالبة أكثر فى مصفوفة البواقى بعد العكس مما يتوقع بحكم الصدفة فى مصفوفة ناتجة عن ارتباطات إيجابية .

والطريقة المتبعة هى أن نقوم بعد عدد إشارات السالب المتبقية فى مصفوفة البواقى بعد العكس فاذا لم يكن العدد الموجود منها يختلف جوهريا عن عدد للسوالب بعد العكس طبقاً للجدول الآتى (جدول رقم ٤٤) الذى يحدد العدد المتوقع للسوالب بالنسبة لعدد معين من المتغيرات فى المصفوفة ، فان العوامل الجوهرية تكون قد استخلصت جميعها .

---

(١) Coomb's criterion.

♦. مطالعة ممتعة / محمد عموش .

جدول رقم (٤٤) القيم الحرجة لمحك كومب وخطأها المعياري لبطاريات اختبارات لعدد متغيرات من ١٠ إلى ٥٠ متغير

عدد المتغيرات	نسبة السوالب الحرجة بعد العكس	عدد السوالب بعد العكس	الخطأ المعياري لعدد السوالب بعد العكس	عدد المتغيرات	نسبة السوالب الحرجة بعد العكس	عدد السوالب بعد العكس	الخطأ المعياري لعدد السوالب بعد العكس
١٠	٣٤,٣	٣١	٥	٣١	٤١,٣	٣٨٤	١٥
١١	٣٥,٤	٣٩	٥	٣٢	٤١,٤	٤١١	١٦
١٢	٣٦,٢	٤٨	٦	٣٣	٤١,٥	٤٣٨	١٦
١٣	٣٦,٨	٥٧	٦	٣٤	٤١,٧	٤٦٨	١٧
١٤	٣٧,٣	٦٨	٧	٣٥	٤١,٨	٤٩٧	١٧
١٥	٣٧,٨	٧٩	٧	٣٦	٤١,٩	٥٢٨	١٨
١٦	٣٨,٢	٩٢	٨	٣٧	٤٢,٠	٥٥٩	١٨
١٧	٣٨,٥	١٠٥	٨	٣٨	٤٢,١	٥٩٢	١٩
١٨	٣٨,٨	١١٩	٩	٣٩	٤٢,٢	٦٢٥	١٩
١٩	٣٩,١	١٣٤	٩	٤٠	٤٢,٣	٦٦٠	٢٠
٢٠	٣٩,٣	١٤٩	١٠	٤١	٤٢,٤	٦٩٥	٢٠
٢١	٣٩,٥	١٦٦	١٠	٤٢	٤٢,٥	٧٣٢	٢١
٢٢	٣٩,٨	١٨٤	١١	٤٣	٤٢,٦	٧٦٩	٢١
٢٣	٤٠,٠	٢٠٢	١١	٤٤	٤٢,٧	٨٠٨	٢٢
٢٤	٤٠,٢	٢٢٢	١٢	٤٥	٤٢,٨	٨٤٧	٢٢
٢٥	٤٠,٤	٢٤٢	١٢	٤٦	٤٢,٩	٨٨٨	٢٣
٢٦	٤٠,٥	٢٦٣	١٣	٤٧	٤٣,٠	٩٣٠	٢٣
٢٧	٤٠,٧	٢٨٦	١٣	٤٨	٤٣,١	٩٧٢	٢٤
٢٨	٤٠,٨	٣٠٨	١٤	٤٩	٤٣,٢	١٠١٦	٢٤
٢٩	٤١,٠	٣٣٣	١٤	٥٠	٤٣,٣	١٠٦١	٢٥
٣٠	٤١,١	٣٥٨	١٥	—	—	—	—

♦. مطالعة ممتعة / محمد عموش .

(٥) محك كايزر : Kaiser

محك كايزر محك رياضى فى طبيعته أقترحه جوتمان Guttman فى فترة سابقة ومنطق هذا المحك يعتمد على حجم التباين الذى يعبر عنه العامل ، فلكى يكون العامل بمثابة فئة تصنيفية فلابد أن يكون تباينه أو جذره الكامن أكبر أو مساو على الأقل لحجم التباين الأصلى للمتغير ، وبما أننا لانستطيع نظريا استخلاص كل تباين المتغير فى عامل واحد فإن حصولنا على عامل جذره الكامن لايقل عن واحد صحيح لابد أن يكون مصدر تباينه أكثر من متغير وبالتالى يكون عاملا معبراً عن تباين مشترك بين متغيرات متعددة .

وعلى ذلك فإن هذا المحك يتطلب مراجعة الجذر الكامن للعوامل الناتجة، وعلى أن تقبل العوامل التى يزيد جذرها الكامن عن الواحد الصحيح وتعد عوامل عامة. ويبدو هذا الأسلوب صالحاً ومناسباً على وجه الخصوص لطريقة كالمكونات الأساسية لهوتلينج .

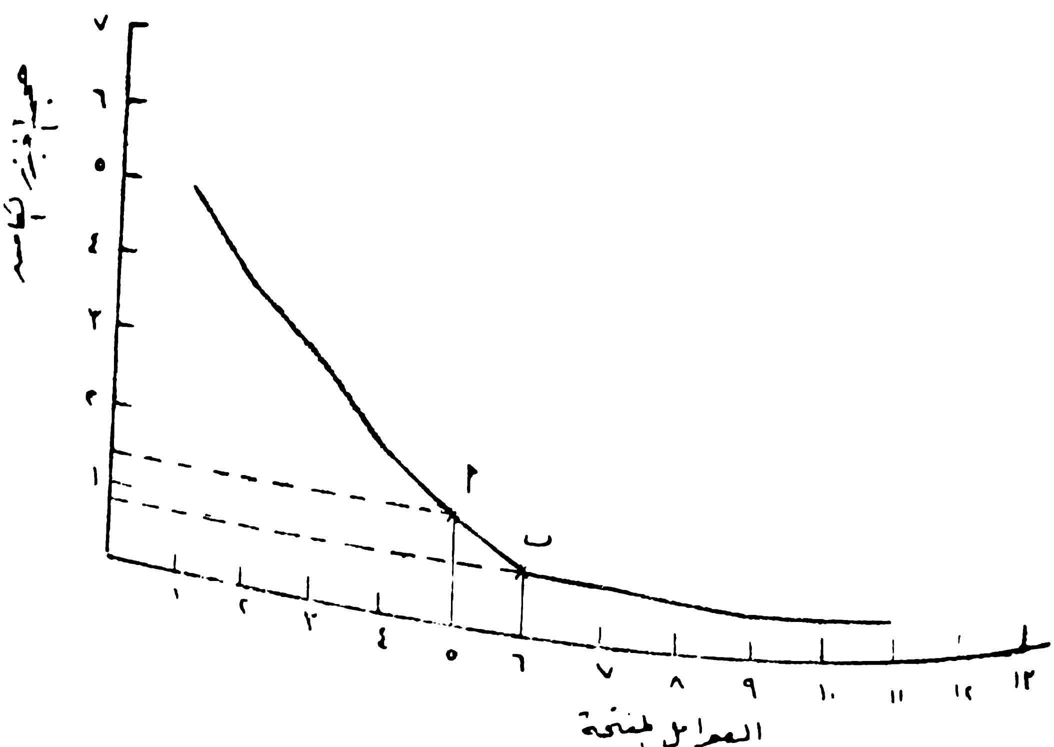
وفى ضوء القاعدة العامة وهى أن الخبرة هنا هى أفضل وسيلة لاختبار هذه المحكات فإن كاتل يرى فى ضوء الخبرة العملية أن محك كايزر يتسم بالثبات والاستقرار فى حالة ما إذا كان عدد متغيرات المصفوفة يتراوح بين ٢٠ إلى ٣٠ متغير ، أما إذا انخفض عدد المتغيرات عن العشرين فإن هناك ميل — وهو ميل ليس شديد الخطورة — لاستخلاص عدد أقل من العوامل ، أما إذا كان عدد المتغيرات يزيد عن الخمسين فالمتوقع فى هذه الحالة استخلاص عوامل أكثر مما يجب من خلال قبول هذا المحك ذلك أن الجذر الكامن لعامل مكون من بواقى تافهة القيمة ولكن كبيرة العدد يمكن أن يصل إلى الواحد الصحيح فى حالة المصفوفات الكبيرة .

♦. مطالعة ممتعة / محمد عموش .

هـ) محك كاتل (١) Cattell

تؤدى خطوات استخلاص العوامل من المصفوفة الارتباطية إلى إنتاج العوامل الأكثر عمومية أولا فى كل الأساليب العاملية بلا استثناء ، ثم تبدأ العوامل الخاصة أو التباين النوعى فى الظهور ، وفى طريقة كالمكونات الأساسية لافرق بين عوامل عامة وأخرى غير عامة يفترض أيضاً أن حجم التباين النوعى الذى يتسرب إلى العوامل الناتجة يتزايد فى العوامل الأخيرة ويبدأ فى فرض صورة تقلل من أهمية المصفوفة العاملية ويتطلب الأمر فى هذه الحالة تحديد العدد الأمثل من العوامل قبل أن يؤدى ظهور التباينات الخاصة إلى إحداث خالل فى مصفوفة العوامل ، ويقترح كاتل هنا محكا بسيطا يطلق عليه اسم البقايا المبعثرة (٢) وذلك بأن نقوم برسم محورين متعامدين ، أفقى نضع عليه عدد العوامل فى تحاليلنا (الذى انتج فيه عدداً كبيراً من العوامل) ويقسم المحور الرأسى وفقاً لوحدات منتظمة معبرة عن الجذر الكامن المستخلص للعوامل المختلفة كما يتبين من الشكل الآتى رقم (٤٥) .

شكل رقم (٤٥) محك البقايا المبعثرة لكاتل
لتحديد عدد العوامل المقبولة



(١) Cattell criterion.

(٢) Scree test.

♦. مطالعة ممتعة / محمد عموش .

وسنلاحظ بعد إتمام رصد عواملنا وجذورها الكامنة ، أن حجم الجذر يتناقص بشكل كبير فى العوامل الأولى إلى أن يصل إلى نقطة معينة هى غالباً حول جذر كامن واحد صحيح ثم يبدأ حجم الجذر فى التناقص بصورة ضئيلة بحيث يستوى فيها الخط البيانى مع الخط الأفقى .

وإذا افترضنا أن النقطة التى سنتوقف لديها فى قبولنا للعوامل هى النقطة ب أى عند العامل السادس على سبيل المثال فإن الفرق لن يكون كبيراً فى الواقع بين ما يقدمه محك كاتل وبين ما يقدمه محك كايزر الذى يتطلب التوقف عند النقطة ا أى عند العامل الخامس فى هذا المثال .

وتتبقى لطريقة كايزر ميزتها فى هذه الحالة فى كونها لا تتطلب استخلاص عدد كبير من العوامل ثم رصدها فى الشكل البيانى للتعرف على نقطة توقف التناقص واستواء الخط ، حيث يمكن حساب الجذر الكامن لكل عامل بطريقة كايزر قبل استخلاص العامل التالى مما يوفر جهداً لا مبرر له .

♦. مطالعة ممتعة / محمد عموش .

الباب الخامس

الفصل الخامس عشر

تدوير المحاور

♦. مطالعة ممتعة / محمد عموش .

تدوير المحاور[1] :

يؤدى التحليل العاملى لمصفوفة ارتباطية ، بأية طريقة من الطرق العاملية إلى استخلاص عوامل معينة ، وهذه العوامل ، بمعنى آخر ، عبارة عن محاور متعامدة تمثل تشبعات المتغيرات إحداثياتها ، وهى تتحدد بطريقة عشوائية ، ويختلف هذا التحديد للمحاور من طريقة عاملية لأخرى ، فهل يمكننا قبول العوامل الناتجة فى تحليلاتنا على أنها الصورة النهائية التى تلخص لنا العلاقات الارتباطية المتعددة وبصورة مقبولة سيكلوجياً .

تعد هذه الصورة مقبولة من وجهة نظر رياضية بحتة فهى استخلاص مباشر يستوفى تماماً الاشتراطات المطلوبة لتحليل مصفوفة ارتباطية .

(1) Rotation of axes.

♦. مطالعة ممتعة / محمد عموش .

غير أنه من وجهة النظر سيكلوجية قد لا يكون هذا الحل المباشر مرضياً، ورغم أن الكثيرين من علماء التحليل العاملي يقبلون العوامل الناتجة بوصفها الخطوة النهائية، إلا أن القدر من الغموض وعدم الوضوح الذى تكون عليه هذه الصورة المباشرة – أحياناً – يجعل من العسير قبولها، أو التوصل الى تفسير نفسى مناسب لها، ولكى يكون للتحليل العاملي قيمته السيكلوجى فلا بد أن تكون نتائجه قابلة للتفسير وقابلة للصياغة وفقاً لخصائص معينة، منها إطاره النظرى.

هنا يقوم الباحث بإجراء جديد على هذه العوامل أو المحاور يهدف أساساً إلى إعادة تحديد مواضعها، بهدف الوصول بها إلى قدر من الثبات والاتساق بالمعنى النفسي وحتى يتسنى له تفسيرها، واضعاً فى اعتباره أن الخطوات الحسابية لاستخلاص العوامل إنما تقوم على التعامل مع ارتباطات بين متغيرات فى صورة كمية لا تتضمن ما تعنيه هذه المتغيرات أو مضمون الارتباطات، بينما هذا المضمون هو الجانب السيكلولوجى الرئيسى الذى يعنى به الباحث ويتناوله باستبصاراته وهو مطالب فى هذه الحالة بإجراء تعديل فى مواضع المحاور التى توصل إليها ليكسب هذه المحاور معناها السيكلوجى الواضح.

نحن إذن نخرج بعوامل أو محاور مباشرة، وهى مباشرة لأنها ناتجة عن الارتباطات دون إجراء تعديل عليها، وهى عوامل تصنيفية، تصنف أحجام من التباين كل منها مستقلا عن الآخر، وعلاقة متعامدة(١) بين كل عامل وآخر وإذا كان هذا الحل المباشر لا يتفق مع الخصائص التصنيفية التى يقبلها السيكلوجين ويرتبط بالمعنى المباشر للمتغيرات التى يتناولونها وفقاً لاعتبارات نظرية متعددة فأما أن نجد تعديلا يجعله مقبولا، وأما أن نرفضه تماماً لأنه لا يقوم بالمهمة المطلوبة على الوجه الأمثل.

---

(١) Orthogonal

♦. مطالعة ممتعة / محمد عموش .

لعل السؤال المباشر الذى يمكن أن يتبادر إلى الذهن هنا هو : هل من حقنا أن نغير فى معالم صورة رياضية توصلنا إليها وفق قواعد صارمة وبخطوات حسابية دقيقة ومعقدة لتتفق فى نهاية الأمر مع مضامين أو مفاهيم سيكلوجية يبدأ بها الباحث أو يريد أن ينتهى إليها ؟

وما هى إذن أهمية أو موضوعية كل الخطوات الحسابية المتعددة التى قنا بها وتحملنا مشقة حسابها طالما سنغير من معالمها وفق رغبتنا أو إطارنا النظرى أو وجهة نظرنا الشخصية ؟

إذا تعرفنا على الخصائص الرياضية للعلاقة بين المحاور المختلفة والأساس الرياضى لبقاء العلاقة ثابتة بين المحاور فسنتبين إننا نقوم بالتدوير مع الاحتفاظ بكل العلاقات الرياضية ثابتة ويصبح الإجراء مشروع تماما فى هذه الحالة .

العلاقة بين أى عاملين فى تحليل ما علاقة متعامدة بمعنى إننا نستطيع تمثيل هذين العاملين على شكل محورين س ، ص يلتقيان فى نقطة الصفر بزاوية قائمة مقدارها ٩٠° أى أنه لا ارتباط بينهما على الإطلاق وبالتالى إذا كانت تشبعات مثل هذين العاملين كالآتى جدول رقم (٤٥) .

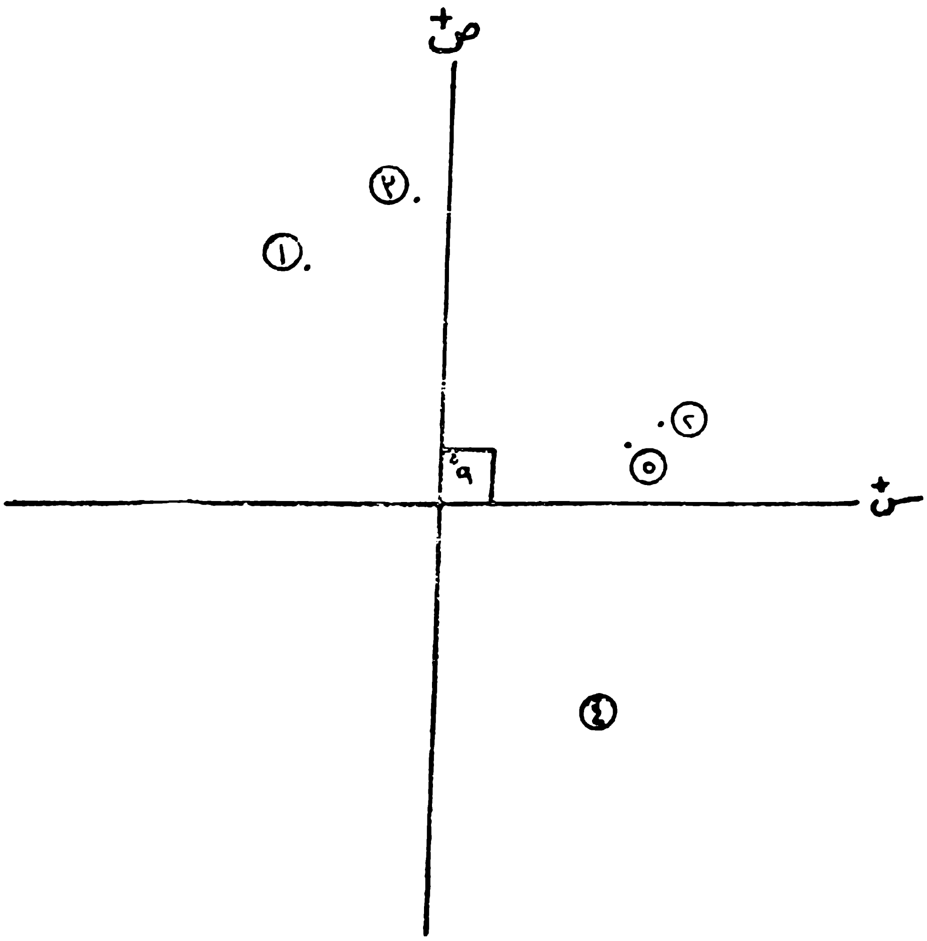
جدول رقم (٤٥) لعاملين مستخلصين من حل مباشر

المتغير / العامل	س	ص
١	ـ ٤٢ر	٦٤ر
٢	٦٥ر	٢١ر
٣	ـ ١٣ر	٨٨ر
٤	٣٦ر	ـ ٦٣ر
٥	٥٨ر	١٧ر

♦. مطالعة ممتعة / محمد عموش .

فيمكننا تمثيلهما بالشكل الآتى رقم (٤٦) دون أن تتغير أى من خصائصهما .

شكل رقم (٤٦) تمثيل عاملين
متعامدين بزاوية ٩٠°



والآن ما هى الخصائص الرياضية لهذا التمثيل والتى يؤدى تغييرها إلى تغيير معالمه ويؤدى الالتزام بها إلى ثبات هذه المعالم والعلاقات التى يعبر عنها رغم أى تدوير نقوم به .

يقدم الرياضيون هذه الخصائص التى توضح الموقف ، وتتلخص هذه الخصائص فى أن أى متجهين — ومحورينا هنا عبارة عن متجهين — بينهما علاقة متعامدة ، فان العلاقات التى يمثلانها لا تتغير إذا قمنا بتعديل وضع هذين

♦. مطالعة ممتعة / محمد عموش .

المتجهين[1] أو المحورين مع الاحتفاظ بنقطة الصفر والزاوية الواقعة بينهما وطولهما ثابتين .

وعلى هذا يمكننا أن نفحص بالتفصيل هـــذه الاشتراطات الثلاثة فيما يلى :

١ — أن كل محور من هذين المحورين يمثل من حيث الطول بعد أو مقياس معيارى متوسطة صفر وانحرافه المعيارى واحد صحيح . وإذا تجاوزنا طول أحد هذين المحورين فإن هذا يعنى أننا غيرنا من الطبيعة المعيارية لهذا المحور فلا يصبح متوسطة صفر ولا يصبح انحرافه المعيارى واحد صحيح ولا تصبح النقطة الواقعة بين المحورين موحدة المعنى طالما فقدت الأساس الواحد لتقدير العلاقة على البعدين .

٢ — إن وحدات القياس متناظرة على المحورين وهذا التناظر قائم على ثبات نقطة الأصل أو الصفر وتتناظر الوحدات من نقطة الصفر فى اتجاه الامتداد الموجب والامتداد السالب فإذا كان المحور س مقسم إلى أجزاء عشرية أو مئوية من نقطة الصفر إلى الواحد الصحيح إيجاباً ومن نفس النقطة إلى الواحد الصحيح سلباً فإن العلاقة بين المحورين لاتتصف بالثبات والدقة إلا إذا كان البعد على أى منهما مسار تماماً البعد على الآخر ، بمعنى أن العلاقة بين هذين المحورين تقوم على أساس ثبات نقطة الصفر بحيث يستتبع التغير فى إحداثيات إحدهما تغير لموقع نفس الإحداثية على الآخر وفقاً لوحدة القياس المعيارية ذات الأصل الواحد .

٣ — إن العلاقه بين هذين المحورين أو البعدين محكومة بالزاوية بينهما

---

(1) Vectors.

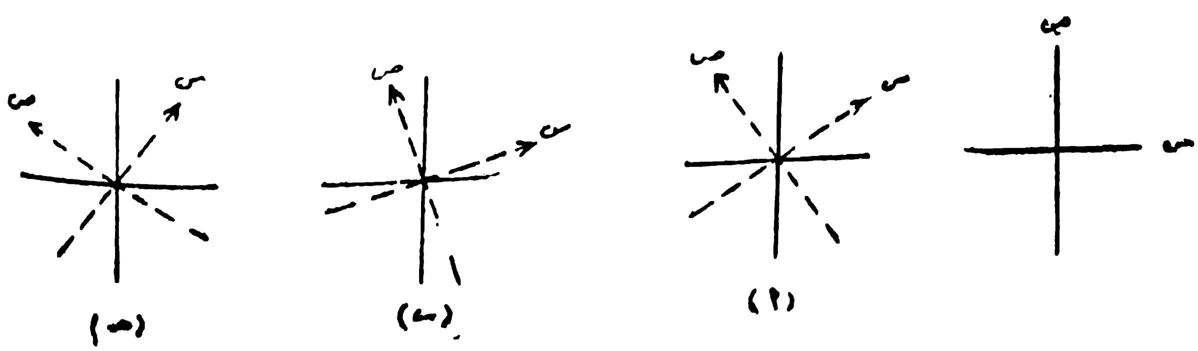
♦. مطالعة ممتعة / محمد عموش .

أيضاً ، فالطول الواحد للمحورين يحـــدد المتوسط والانحراف المعيارى للاحداثية الواحدة ، ونقطة الأصل تحدد ثبات العلاقة نتيجة لتناظر النقطة على بعدين معيارين ، والزاوية بينهما تحدد درجة الارتباط بحيث إذا كانت الزاوية قائمة بينهما يكون الارتباط صفريا ، وإذا كانت الزاوية مائلة يكون هناك ارتباط ويأخذ هذا الارتباط إشارته من كون الزاوية حادة أو منفرجة .

معنى هذا أن محافظتنا على هذه الخصائص الرياضية الثلاث أمر ضرورى يترتب عليه عدم تغير الصورة التى حصلنا عليها أساساً وعـــدم المساس بدقة حساباتنا وأسسنا الرياضية التى قام عليها هذا الحل العاملى . وبما أننا نعرف أن الحل الرياضى الذى توصلنا إليه من تحليل مصفوفة ارتباطية إلى عوامل يؤدى إلى التوصل إلى متجهات للمتغيرات بينها علاقة قائمة فإن الإجراء الرياضى للتدوير يؤدى إلى التوصل إلى صورة مكافئة للحل المباشر ، وعلى هذا فنحن أمام بدائل أخرى للصـــورة المباشرة التى استخلصناها والتى لا ترضى أغلب السيكلوجيين .

إذا انتهينا الآن إلى أنه لاتغيير بالمعنى الرياضى نتيجة لتدوير أى محورين مع المحافظة على خصائصهما الثلاث التى ذكرناها فإن المحورين س ، ص فى الشكل التالى رقم (٤٧) لايغير تدويرهما إلى أى من الأشكال ا أو ب أو حـ من خصائصهما .

شكل رقم (٤٧) تدوير محورين متعامدين
لاتجاهات وزوايا متعددة



♦. مطالعة ممتعة / محمد عموش .

يبقى بعد ذلك سؤال آخر ، إذا كان هذا هو المنطق الرياضي خلف عملية التدوير الذي يبرر مشروعية تغيير مواضع المحاور للتوصل إلى صورة أو تفسير سيكولوجي لهذه العوامل فما هو المنطق الأساسي خلف هذه العملية ؟ صحيح نستطيع الآن أن نطمئن رياضياً إلى سلامة هذا الإجراء ولكن ماذا يعني إخراجنا بعض التشبعات من عامل وإدخالنا لها في عامل آخر أو إسقاط دلالة بعض التشبعات عن عامل ورفع دلالات تشبعات أخرى على عامل آخر أو أن نغير مواضع المحاور فتتحول بعض التشبعات السالبة إلى الإيجاب أو العكس ؟

المنطق خلف كل هذا يمكن فهمه من معنى التحليل العاملي ، فقد ذكرنا منذ البداية أن العوامل عبارة عن فئات تصنيفية ، تصنف خصائص المتغيرات المختلفة التي يعبر عنها حجم من التباين تتضمنه العلاقات الارتباطية ، في عدد من العوامل ، وعندما يتغير حجم التباين الموزع على فئتين تصنيفيتين أو عاملين والخاص بمتغير ما يتغير معه توزيع تباين بقية المتغيرات على نفس الفئة التصنيفية معبراً بذلك عن أن التصنيف هنا يتضمن اشتراكا بين كل المتغيرات في خصائص واحدة أو في تباين واحد وإن استبعاد جزء من هذا التباين هو إبعاد لجزء مشترك بين كل المتغيرات ويترتب عليه إضافة هذا الجزء المشترك بين نفس المتغيرات إلى العامل الآخر وفقاً لقواعد ثبات العلاقة بين خصائصهما التصنيفية في الفئتين ، بحيث يمكن توسيع مفهوم (أو تباين أو خصائص) عامل معين لإدخال ماصدقات جديدة (أو متغيرات جديدة أو دلالة أكبر للمتغيرات) أو العكس .

وهكذا تؤدي عملية إعادة التصنيف أو تدوير المحاور إلى توسيع أو تضييق المفاهيم وزيادة أو الإقلال من الماصدقات وفقاً لما يتسع له المفهوم ، والمفهوم في صورتنا الرياضية هذه يأخذ شكل التباين بين المتغيرات والماصدقات تأخذ شكل الخصائص المتوفرة في المتغيرات المختلفة .

وعلى هذا فطالما نتوصل إلى إضفاء مفاهيم عامة وذات طبيعة سيكلوجية

♦. مطالعة ممتعة / محمد عموش .

على عواملنا فإننا لا نفعل أكثر من إعادة تصنيف العلاقات بين المتغيرات وفقاً لخصائصها، وتصبح عملية إعادة التصنيف لمناظرة حلولنا العاملية بقدر المستطاع لمفاهيم السيكولوجية، التى نتناول من خلالها خصائص المتغيرات، أمر مشروع تماماً، طالما نتوخى بالاضافة إلى ذلك الخصائص الرياضية الملائمة بين المحاور التى يتم تدويرها.

والواقع أن مشكلة التدوير هى أكثر مشاكل التحليل العاملى تعقيداً أو استعصاء على الفهم، ولا يتطلب التدوير من الباحث خبرة دقيقة فى التحليل العاملى لحسب بحيث يتمكن من فهم النقاط والشروط التى يتعين مراعاتها والتقدم باختيارات متعددة من خطوة لأخرى، بل لابد بالإضافة إلى هذه الخبرة أن يكون الباحث دارساً مدققاً للمشكلة التى يقوم بدراستها عامليا، إذ لا تكفى مهارة اختيار الزوايا وإتباع الشروط الشكلية أو اختيار الحلول المناسبة وفقاً لطبيعة المشكلة الجزئية التى يدرسها بل يتعين أن يكون لدى الباحث إطار نظرى واسع يقف بمثابة المحك المرجعى الذى يساعده على القيام بالتدوير المناسب.

ويكتسب التدوير أهميته الكبرى أيضاً من حقيقة أن الحلول المباشرة التى نتوصل إليها من تحليل أواخر تؤدى بنا إلى عوامل معينة تختلف باختلاف الطريقة المستخدمة، فتزداد أهمية الحاجة عندئذ إلى أسلوب نهائى يساعد على توحيد الصياغة بقدر المستطاع بين النتائج التى نخرج بها من هذه الأساليب، وهذا الأسلوب النهائى هو التدوير الذى يساهم هنا فى إعادة توزيع التباين بين العوامل الناتجة مع المحافظة على الخصائص التصنيفية التى انتهينا إليها فى تحليلنا.

يضاف إلى هذا هدف آخر لا يقل أهمية، وهو أننا نخرج فى عدد من حلولنا العاملية المباشرة بتشبعات سالبة على العوامل وفى غير الحالات التى تتضمن تبريراً سيكولوجيا مقبولا لظهور هذه التشبعات السلبية (ومن هذه

♦. مطالعة ممتعة / محمد عموش .

الحالات عوامل الشخصية أو الاتجاهات على سبيل المثال) لا يستطيع الكثير من السيكلوجيين قبول فكرة وجود عوامل قطبية وبالأخص فى مجال القدرات وهو أول المجالات التى كانت موضوعا لاهتمام رواد التحليل العاملى ، وليس المقصود هنا أن التدوير يؤدى إلى إلغاء هذه التشبعات السلبية على العوامل ولكنه يؤدي إلى شكل أفضل من التوزيع الإيجابي للتباينات بصورة تساعد على فهم خصائص العامل ؛ ودون التأثير على العلاقة بين المتغيرات التى تعبر عنها هذه التشبعات أو العلاقة المتعامدة بين العاملين ، ويراعى باستمرار الشروط المناسبة للتدوير الجيد بحيث يتوفر المحك المناسب الذى يسهم فى معاونة الباحث على اختيار زوايا المقبولة وفقاً لخصائص عامة اصطلح عليها فى المجال . وتعد خصائص البناء البسيط[1] التى وضعها ثرستون سنة ١٩٤٧ أكثر هذه الخصائص قبولا لدى السيكلوجيين عند تدوير المحاور وتؤدى هذه الخصائص إلى تبسيط الصورة الرياضية وإعادة صياغتها فى أسلوب مقبول سيكلوجياً ، وذلك أن السيكلوجيين يميلون على العكس من الرياضين إلى تفسير نتائجهم لا على أساس من الاعتبارات الرياضية وحدها بل على أساس إطار مرجعى سيكلوجى واضح (Harman, 1962, p. 98)

خصائص لبناء البسيط

تتلخص خصائص البناء البسيط التى وضعها ثرستون Thrustone فى الآتى :

أولا : يجب أن يكون لكل متغير تشبع واحد على الأقل قريب تماماً من الصفر ، ويعنى هذا أن يوجد صفر (أو تشبع حول الصفر) فى كل صف من صفوف المصفوفة العاملية التى تم تدوير محاورها . وتعنى هذه القاعدة بأسلوب

---

(1) Simple structure.

♦. مطالعة ممتعة / محمد عموش .

آخر أن أى اختبار من اختبارات البطارية ذو شكل مركب وأنه يتضمن عدداً من المكونات أقل من عدد العوامل ،

ثانياً : يجب أن يوجد فى كل عامل (كل عمود من أعمدة المصفوفة بعد التدوير) عدد من التشبعات الصفرية لا تقل عن عدد عوامل المصفوفة ، وتعنى هذه القاعدة أيضاً أن هذه التشبعات الصفرية على عامل ما يجب أن تتوزع بقية تبايناتها بصورة دالة على العوامل الأخرى فى المصفوفة ، أى أن يكون هناك أقل عدد ممكن من الاختبارات أو المتغيرات ذات الدلالة على العامل تقف بمثابة الأساس التصنيفى له .

ثالثاً : بالنسبة لكل زوج من الأعمدة فى المصفوفة التى تم تدويرها يجب أن يوجد عدد من التشبعات الصفرية فى أحد العمودين يقابلها تشبعات غير صفرية فى العمود الآخر ، وبفحص هذه القاعدة نتبين أنها تعنى ضرورة أن يعبر العامل الواحد عن شكل أو نوع من أنواع التباين الذى لا يكون شائعاً فى كل العوامل ، بحيث ينفرد بسمات خاصة تميزه عن بقية العوامل ، وبغير هذا تفقد الصورة العاملية أهم خصائصها ، ونلاحظ هنا أن هذه القاعدة تتطلب أن تكون التشبعات الجوهرية وفى مقابلها التشبعات الصفرية لبعض من المتغيرات وليس لكل المتغيرات .

رابعاً : يجب أن يكون لنسبة كبيرة من المتغيرات تشبعات غير دالة (أو صفرية) على أى زوج من العوامل فى المصفوفة العاملية التى تتضمن أربعة عوامل أو أكثر .

خامساً : يجب أن يوجد أقل عدد من التشبعات المرضية أو المقبولة على كل زوج من العوامل فى المصفوفة بعد تدويرها

(Guilford, 1954, p. 508 ; Fruchter, 1954, p. 110)

♦. مطالعة ممتعة / محمد عموش .

يمكننا وفق هذه القواعد القيام بالتدوير للوصول إلى خصائص البناء البسيط ، غير أن هذه القواعد تبدو مجردة بصورة لاتسهم فى اختيار زاوية التدوير أثناء الممارسة العملية ، هى هنا بمثابة الهدف الذى نتوخاه عند التدوير ، غير أن المحكات العملية التى نحتاجها لاختيار الزوايا للعوامل الجديدة لاتتضح فى هذه القواعد العامة التى وضعها ثرستون ، ويحتاج الباحث بما يتوفر له من خبرة فى التدوير وما يتوفر لديه من أساس نظرى وإطار مرجعى إلى ممارسة اختيار الزوايا المناسبة ، وفى كل الحالات سيجابه هنا بحقيقة أن المحك لاختيار الزوايا محك ذاتى[1] . ففى أى مصفوفة عاملية يقوم بتدويرها باحثين مختلفين مستقلة عن بعضهما ولكل منهما إطاره المرجعى الخاص به سيصلان إلى عوامل لاتتشابه تماماً .

وعلى أى الأحوال وفى حدود التدوير اليدوى أو التدوير بالرسم[2] يمكننا أن نسترشد بالمحكات التى يضعها كاتل (Cattell, 1944) لاختيار زوايا التدوير .

محكات اختيار مواضع العوامل وزوايا التدوير :

القاعدة الأولى : هى أن نقوم بالتدوير بحيث نقبل العوامل التى تتفق مع الحقائق الاكلينيكية المعروفة والحقائق النفسية العامة وبحيث نجعل محاورنا تمر من خلال التراكمات الخاصة بمتغيرات تعد بمثابة الزمله الاكلينيكية[3] أو الملاحظات التى تؤيدها نظرية سيكلوجية .

---

(1) Subjective.

(2) Graphic rotation.

(3) Syndrome.

. مطالعة ممتعة / محمد عموش .

القاعدة الثانية : هى أن نقوم بالتدوير إلى أن نصل إلى عوامل تتفق مع عوامل أخرى ظهرت فى دراسات عاملية سابقة ، وتبدو هذه القاعدة مقبولة فى المجالات والعينات التى تتميز بحسن انتخابها فى هذه الدراسات العاملية والتى توصلت إلى تصنيفات مستقرة وواضحة وباستخدام مقاييس معروفة لهذه العوامل .

القاعدة الثالثة : أن نقوم بالتدوير حتى نتمكن من وضع المحاور فى مركز التجمعات الارتباطية ، سواء أكانت هذه التجمعات الارتباطية واضحة فى مصفوفة الارتباطات أو فى التشبعات على العوامل التى نقوم بتدويرها .

القاعدة الرابعة : أن نقوم بالتدوير حتى تتفق عواملنا التى نخرج بها مع عوامل سبق الحصول عليها وبصورة مقبولة ، وإذا كنا نقوم بتدوير مصفوفة معينة ووصلنا من تدويرها إلى عامل جديد فيجب أن نحافظ على تعامده مع العوامل السابقة عليه فى المصفوفة والمعروفة من قبل بحيث يبدو كفئة تصنيفية جديدة ومستقلة بعد أن نحصل على آخر تصنيف عاملى فى المصفوفة لتباينات معروفة .

القاعدة الخامسة : أن نقوم بالتدوير حتى نصل إلى توزيع يتفق وينسجم مع التوقعات السيكلوجية العامة ، فالعوامل الخاصة بسمات تتأثر بالتعلم مثلا يتوقع أن نجد عليها تشبعات مرتفعة للغاية من ناحية وتشبعات أخرى شديدة الانخفاض من ناحية ثانية ، بينما العوامل الخاصة بسمات شديدة العمومية وأساسية ينتظر أن تكون تشبعاتها متباينة ومتسقة .

القاعدة السادسة : أن نقوم بالتدوير للتوصل إلى توزيعات عاملية سابقة ، والهدف من هذه القاعدة أن تكون الصورة التلخيصية التى نحصل عليها من تحليل أو آخر قابلة لإعادة الإنتاج والتحليلات العاملية المختلفة

♦. مطالعة ممتعة / محمد عموش .

متطابقة بين دراسة وأخرى ، وهذه القاعدة تعد بمثابة تعميم لقاعدة الاقتصاد فى العوامل ولهذا يطلق عليها كاتل اسم قاعدة التزامن فى البناء البسيط أو البناء البسيط المتزامن(١) .

يستطيع الباحث فى ضوء هذه القواعد أن يسترشد بالإطار المرجعى المناسب والمبادىء التى يقوم على أساسها بالتدوير ليتوصل إلى الحلول العاملية الجيدة .

انواع التدوير المختلفة :

فى الوقت الذى يتفق فيه السيكلوجيون على أهمية وضرورة تدوير المحاور - وإن كانت هناك أقلية تقبل العوامل الناتجة من الحلول المباشرة دون إجراء أى تدوير على الإطلاق - فإن هذا الاتفاق لا يشمل أسلوب التدوير .

والأسلوب السائد بصفة عامة والأكثر شيوعاً هو التدوير المتعامد(٢) حيث يتم التدوير مع الاحتفاظ بزاوية قدرها ٩٠° بين المحورين . وبما أن جيب تمام الزاوية القائمة يساوى صفراً ، فمعنى هذا أن العلاقة بين أى عاملين متعامدين علاقة صفرية أو لا علاقة على الإطلاق ويعنى هذا بأسلوب آخر أننا أمام عوامل مستقلة أو فئات تصنيفية غير متداخلة .

غير أن افتراضنا الاستقلال بين العوامل المختلفة لا يلاقى قبولا فى كل مجالات الدراسة السيكلوجية ، فمن حقنا أن نتوقع عوامل مستقلة فى مجال الشخصية مثلا أو الاتجاهات أو القيم ، غير أننا لا نستطيع أن نقدم مسوغاً

---

(١) Simultaneous simple structure.

(٢) Orthogonal rotation.

♦. مطالعة ممتعة / محمد عموش .

مقبولا لافتراض الاستقلال بين القدرات العقلية ، فطبقاً لما يتوفر لنا الآن من حقائق لا نستطيع أن نقرر أن هناك استقلالا بين القدرة على الاستدلال والقدرة الحسابية والفهم العام وأصالة التفكير وغيرها من القدرات .

وعلى هذا يبدو التدوير المتعامد مقبولا فى عدد من المجالات بينما لا يلاقى قبولا فى عدد آخر من المجالات ويقبل بدلا منه شكل أو أسلوب آخر من أساليب التدوير هو الأسلوب المائل أو التدوير المائل(۱) وفى هذا الأسلوب - الذى تبرره أسس نظرية مختلفة - لا تقبل الزاوية القائمة بين المحاور ، ونقبل بدلا منها زاوية حادة لنعبر فى النهاية عن عوامل مترابطة(۲) وليست مستقلة ، وبقدر ما يتسم به هذا الأسلوب من مزايا تتسق مع التصور السيكولوجى للعلاقات بين القدارات بقدر ما يتسم به من مصاعب تتعلق بالزاوية المقبولة بين المحاور ومقدار التدوير الذى نقوم به ، وهناك العديد من الأساليب المختلفة فى التدوير المائل التى تستند إلى مبررات رياضية أو سيكولوجية ، ولكل طريقة منها مزاياها وعيوبها ويجب على الباحث أن يختار الأسلوب الملائم لدراسته ، وعليه أيضاً أن يحدد الطريقة التى سيتبعها سواء أقام بتدوير مائل أو متعامد ، ويجب أن يكون قرار الباحث فى نهاية الأمر قرار سيكولوجى أكثر منه قرار آخر .

اسلوب التدوير المتعامد بالرسم :

يعتمد أسلوب التدوير بالرسم على تدوير كل زوج من العوامل معاً بحيث نخرج من هذا التدوير بعامل واحد مقبول على الأقل هو أحد عاملى هذا الزوج الذى قمنا بتدويرهما معاً وبعد أن ننتهى من تدويرهما نقوم بتدوير زوج آخر من عوامل المصفوفة أو نقوم بتدوير أحد عاملى الزوج الأول من العوامل اللذين تم تدويرهما مع عامل ثالث أى فى زوج جديد ، وفى مقدورنا أن نقوم بتدوير العامل الواحد أكثر من مرة مع أى عامل آخر سواء مع عوامل قمنا بتدويرها من قبل أو مع عامل نقوم بتدويره للمرة الأولى .

---

(۱) Oblique rotation.

(۲) Correlated.

♦. مطالعة ممتعة / محمد عموش .

ويوضح المثال الآتى لتدوير مصفوفة عاملية تتكون من أربعة عوامل إبداعية نتتبع خلاله إجراءات وخطوات عملية التدوير .

جدول رقم (٤٦) مصفوفة عاملية لثمانية عشر متغير إبداعى بطريقة المكونات الأساسية لهوتلينج

المتغيرات / العوامل	١	٢	٣	٤	قيم الشيوع
١ عاوميه التقصص (اصاله)	٤٧٧*	٩٤٨-	٢٨٨-	٢٦٨	٤٧١٤٨
٢ الدوائر (اصاله)	٦٥٦	١٢٢	٣١٦-	٠١٧-	٠٤٥٦٧
٣ الخطوط المتوازيه (اصاله)	٨٤٨	٠٢٤	٢٢٨-	٢٠٢-	٨١٢٧٤
٤ الادوات (حساسيه للمشكلات)	٧٤٢	٠٧٤	٠٠٢-	٠٧٦-	٠٦٣٦١
٥ الاستعمالات غير المعتاده (مرونه)	٧٣٢	٠٣١-	٠٦١-	٢٢٧	٠٩١٣٩
٦ رؤية المشكلات (حساسية للمشكلات)	٦٤٧	٠٨١	٣٤٥	٢٥٥	٦٠٧٣٠
٧ الالغاز (اصاله)	٧٩٤	٠١٦	٠٣٠	٠٩٨	٦٤٠٩١
٨ النظم الاجتماعيه (حساسيه للمشكلات)	٥٨١	١٣٧-	٢٠٠	٥١٦	٦٨٧٤٨
٩ تسمية الارشاد (مرونة)	٨٠٥	٠٦٠-	١٥٤	٠٧١٠	٦٨١٦٣
١٠ الاستخدام (مرونة)	٦٤٦	٢٤٦-	٢٧١-	٣٩١	٧٠٣٨٢
١١ الحوار (طلاقه)	٨١٢	٠٣١	٣٠٧-	٢٤٧-	٨١٤٧٦
١٢ خطوط متوازيه (طلاقه)	٨٣٢	٠٠٢-	١٥٤-	٣٧٣-	٨٥٤٦٤
١٣ الاستخدام (طلاقه)	٤٨٩	٠٨١-	٦١٦	١٦٠-	٦٥٠٤٢
١٤ تسمية الارشاد (طلاقه)	٧١٧	٢٨٣-	١٧٦	٠٧٠-	٦٣٠٦٩
١٥ عاوميه التقصص (طلاقه)	٧٩١	٢٦٣-	١٠٩	١٢٨-	٧٣٦٧٧
١٦ مواصلة الاتجاه شكليا (مواصلة الاتجاه)	٥٤٢	٢٩٢	١٨٥	٢٥٤-	٤٧٧٦٠
١٧ مواصلة الاتجاه ل ١ (مواصلة الاتجاه)	٢٩٣	٧٤٧	١٦٧	٠٧٢	٦٧٩٧٥
١٨ مواصلة الاتجاه ل ٢ (مواصلة الاتجاه)	٢٩٣	٧٠٧	١٣٩-	٢٣٤	٦٠٥٩٠
الجذر الكامن	٨,١١١	١,٤٣٢	١,٢٢٦	١,٠٤١	١١,٨١٠
نسبة التباين للعوامل ٪	٤٥,٠٦١	٧,٩٥٦	٦,٨١١	٥,٧٨٤	٦٥,٦١٢

والسؤال الأول هنا أى عاملين نبدأ بتدويرهما معاً ، هل نبدأ بالترتيب؟ أى العامل الأول مع الثانى ثم الأول مع الثالث أو الثانى مع الثالث أو الثالث والرابع معاً .

* للعلامة العشرين إهملت

♦ . مطالعة ممتعة / محمد عموش .

الاختيار هنا موكول للباحث بناء على توسمه لإمكان إعادة توزيع التباين بين أى عاملين من عوامل المصفوفة وبحيث يختار ما يرى أنه يحقق ميزة الاقتصاد فى الجهد والاستفادة من استبصاره السيكلوجى ، غير أنه يمكن أيضا البدء بترتيب معين بحيث يتوقف الباحث عن تدوير العامل الذى يعتقد أنه وصل به إلى صورة مرضية تتفق مع فروضه أو إطاره النظرى وأن يستمر فى تدوير بقية العوامل معاً ليصل إلى الصورة المناسبة المصفوفة كلها .

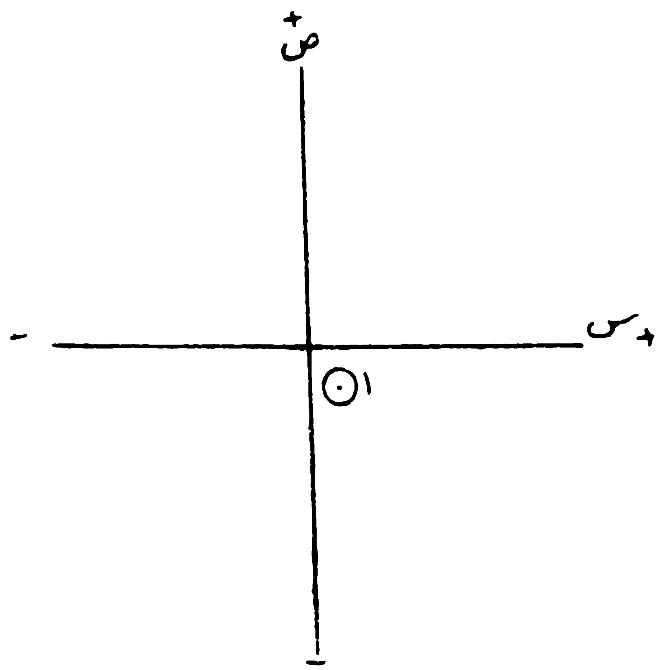
وتبدأ خطوات عملية التدوير كالآتى :

الخطوة الأولى : ارسم محورين متعامدين س ، ص على ورقة مربعات مقسمة إلى مليمترات بحيث يكون طول المحورين متساويا وزاوية الأصل (أى نقطة التقائهما) قائمة وبحيث يمثل الجانب الأيمن من المحور الأفقى (باعتبار كل محور مقسم إلى جانبين أو نصفين متساويين فى نقطة التقائه بالمحور الآخر) والجانب الأعلى من المحور الرأسى القيم الموجبة ، كما يمثل الجانب الأيسر من المحور الأفقى والأسفل من المحور الرأسى القيم السالبة . ويفضل أن يكون كل جزء من جزئى كل محور منهما مقسما إلى ١٠ أقسام (أو عشر سنتمترات مقسم كل منها إلى ملليمترات (بدأ من نقطة الصفر إلى نهاية المحور ، عشرة أقسام فى اتجاه الإيجاب وعشرة فى اتجاه السلب) .

الخطوة الثانية : اعتبر المحور الأفقى ممثلا للعامل الأول (الذى ترغب فى تدويره (والمحور الرأسى ممثلا للعامل الثانى ، وأرصد تشبعى المتغير الأول على العاملين فى شكل إحداثية (أى نقطة واقعة بين المحورين) وسنقوم هنا فى شكل رقم (٤٨) بتدوير العامل الأول والثانى ، وعلى هذا سنبدأ بتحديد الإحداثية الأولى الخاصة بتشبع المتغير الأول عليهما وهما هنا ٤٧٧ر٠ ، ٩ — ١٤٨ر٠ وعلى هذا تقع هذه الإحداثية الممثلة لها فى الاتجاه الأيمن (الإيجابى) من المحور

♦. مطالعة ممتعة / محمد عموش .

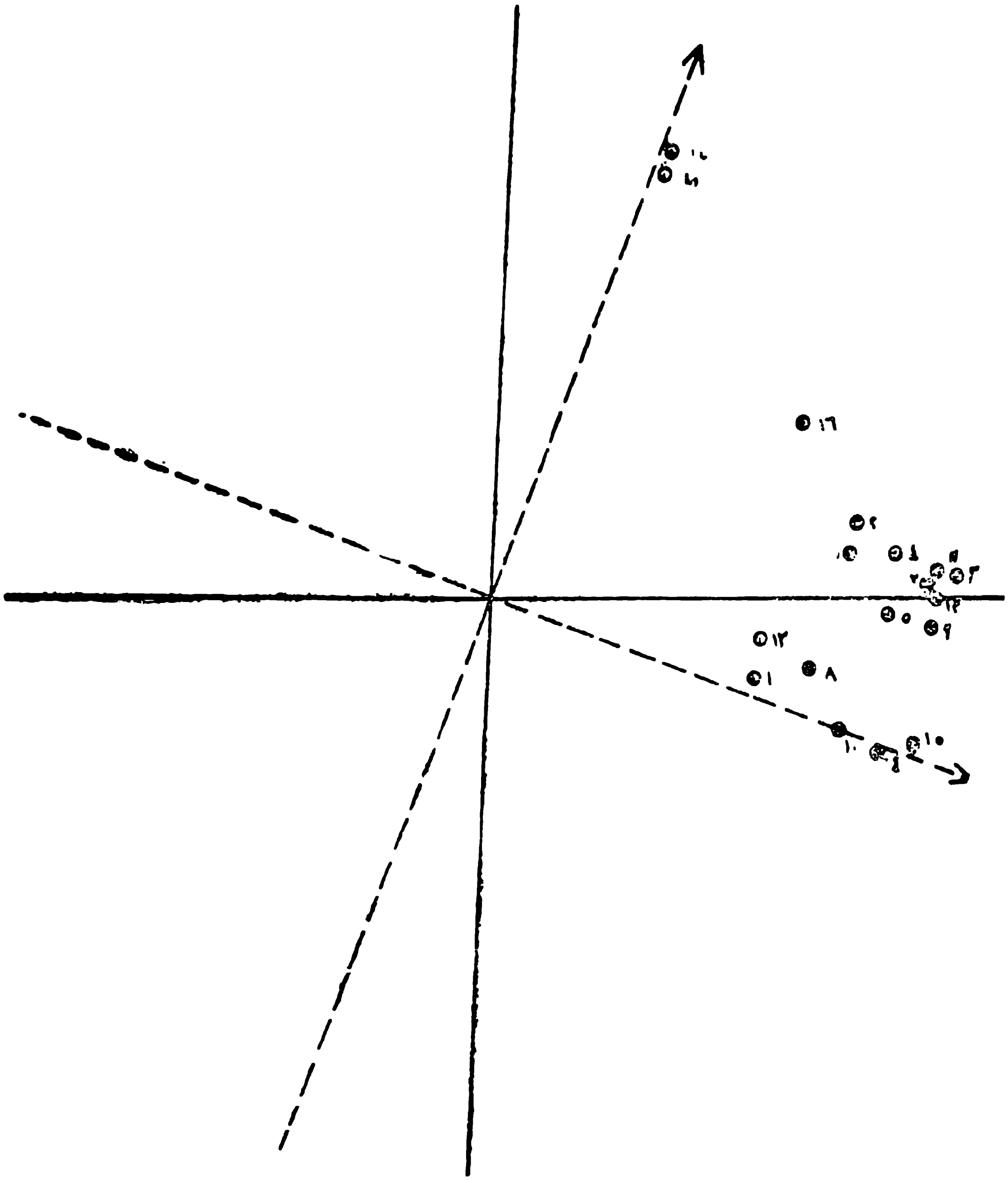
الأفقى ، والاتجاه الأسفل (السلبى) من المحور الرأسى ، أى أنها تقع فى المربع الأيمن الأسفل المحصور بين المحور الأفقى الإيجابى والرأس السلبى ونضع نقطة على مسافة قدرها ٤٧٧ر٠ من نقطة الصفر على المحور الأفقى فى الاتجاه الإيجابى على أن تقع هى نفسها على بعد ١٤٧ر فى نقطة الصفر على المحور الرأسى فى الاتجاه السلبى ونحيط هذه النقطة بدائرة صغيرة ونكتب خارجها رقم المتغير كما يبدو فى الشكل الإيضاحى التالى :



الخطوة الثالثة : حدد بقية الإحداثيات المعبرة عن مواضع تشبعات بقية المتغيرات على المحورين وضع أرقامهما بدقة وبصورة تمكنك من ملاحظة تحريك المحاور عند التدوير للتعرف على أماكن الإحداثيات على المحورين الجديدين .

♦. مطالعة ممتعة / محمد عموش .

شكل رقم (٤٨) تدوير العامل الأول والثانى
بزاوية قدرها ٢٠° فى اتجاه عقارب الساعة



الخطوة الرابعة : استخدم ورقة رسم مقواه من النوع الشفاف وقسمها إلى محورين بنفس الطريقة ونفس الأبعاد والتعامد فى الزاوية طبقا لما سبق أن قمت به فى الخطوة الأولى بحيث يمكن مطابقتها تماما مع المحورين السابقين .

الخطوة الخامسة : ثبت المحورين فى الورقة الشفافة على المحورين الخاصين بالعامل الأول والثانى بحيث يتطابقا ثم أغرس دبوس فى نقطة الصفر للاثنين بحيث يتيح تحريك النسخة الشفافة فى أى اتجاه مع تثبيت الورقة الأصلية والاحتفاظ بتطابق نقطة الصفر بينهما .

♦. مطالعة ممتعة / محمد عموش .

الخطوة السادسة : حرك النسخة الشفافة بمحوريها القائمى الزاوية بين تجمعات الإحداثيات سواء فى اتجاه عقارب الساعة أو عكس اتجاه عقارب الساعة إلى أن نتوصل إلى زاوية مرضية ينحصر بين محوريها الإيجابيين (فى النسخة الشفافة) التشبعات ذات المعنى والدلالة وفقا المحكات والإطار المرجعى للدراسة لعامل منهما على الأقل .

الخطوة السابعة : ثبت النسخة الشفافة المتحركة عند الزاوية المختارة تثبيتاً جيداً رقم بقياس الزاوية بين المحاور الأصلية وبين المحاور المقبولة .

الخطوة الثامنة : أفصل النسخة الشفافة وارسم محورين جديدين وفقا للزاوية الجديدة التى قمت بقياسها على النسخة الأصلية .

الخطوة التاسعة : حدد قيمة الزاوية الجديدة باستخدام المنقلة وحدد اتجاه التدوير وما إذا كان فى اتجاه عقارب الساعة أم عكس اتجاه عقارب الساعة .

تتوقف الآن قليلا لنرى الاعتبارات السيكلوجية التى حكمت اختيارنا لزاوية لتدوير التى انحرفت وفقا لها محاورنا ، وفى مجال القدرات الإبداعيه ووفقا للبحوث والدراسات السابقة فى المجال والإطار النظرى الذى وضعه جيلفورد نجد لدينا عددا من القدرات الأساسية هى الأصالة والطلاقة والمرونة والحساسية للمشكلات . مضافا إليها عامل خامس فى هذه الدراسة وهو مواصلة الاتجاه(١) .

(١) Maintenance of direction.

♦. مطالعة ممتعة / محمد عموش .

وقد وضعنا في جدول رقم (٤٦) أمام كل متغير العامل الذى يقيسه ، وبما أننا نعلم أن العامل الاول في طريقة المكونات الاساسية غالبا ما يتضمن تشبعات جميعها موجبة فسنتوقع تراكا لأغلب المتغيرات حول المحور السيني وهو ما نجده بالفعل في شكل رقم (٤٨) وسنجد في بطارية متغيراتنا عدداً كبيراً من اختبارات الطلاقة يمكننا أن نسترشد بها وهى الممثلة بالإحداثيات أرقام (١١ ، ١٢ ، ١٣ ، ١٤ ، ١٥) وسنحاول هنا أن نتحرك بمحاورنا حتى نحصل على أكبر تقديرات إيجابية لهذه الإحداثيات الخمس على أحد محاورنا لنخرج بعامل للطلاقة يتسق مع النتائج العاملية السابقة في المجال ، وسنلاحظ في نفس الوقت أن محاولتنا هذه أدت من جانب آخر إلى الحصول على تقديرات أكثر ارتفاعا على العامل الثانى لمتغيرات مواصلة الاتجاه التى تمثلها الإحداثيات أرقام ١٦ ، ١٧ ، ١٨ .

الخطوة العاشرة : بعد أن حسبنا قيمة الزاوية التى قمنا بتدوير المحاور بها وكانت في مثالنا ٢٠ درجة في اتجاه عقارب الساعة . نستخرج قيمة جيب هذه الزاوية وجيب تمامها (جا ، جتا) من خلال الجداول الخاصة بجيوب تمام الزوايا (بالملحق) .

وحيث نجد أن جا٢٠ = ٣٤٢ر وجتا٢٠ = ٩٣٩٧ر

ونستخدم المعادلة الآتية بأحد صورتيها حسب اتجاه التدوير :

(أ) اذا كان التدوير في اتجاه عقارب الساعة :

$$ت_{١}َ = ت_{١} \text{ جتا } \theta - ت_{٢} \text{ جا } \theta$$

$$ت_{٢}َ = ت_{١} \text{ جا } \theta + ت_{٢} \text{ جتا } \phi$$

• مطالعة ممتعة / محمد عموش .

(ب) اذا كان التدوير عكس اتجاه عقارب الساعة :

تَ١ = ت١ جتا Θ + ت٢ جا Θ

تَ٢ = − ت١ جا Θ + ت٢ جتا Θ

حيث تَ١ ، تَ٢ تشبعى الاختبار على العاملين الأول والثانى بعد التدوير ، ت١ ، ت٢ تشبعى الاختبار على العاملين الأول والثانى قبل التدوير ، Θ الزاوية ، ونقوم بالحساب على الوجه الآتى فبالنسبة للمتغير الأول وتشبعيه قبل التدوير على العاملين وهما ٤٧٧ر ٬ −١٤٨ر

وحيث نجد الآتى باستخدام الصورة (أ) من المعادلة حيث كان التدوير فى اتجاه عقارب الساعة

ت١ × جتا Θ − ت٢ × جا Θ = تَ١

(٤٧٧ر × ٩٣٩٧ر) − (−١٤٨ر٠ × ٣٤٢٠ر) =

(٤٤٨٢٣٦٩ر) − (−٠٠٥٠٦١٦ر) =٤٩٨٨٥٢٩ر

ثم

ت١ × جا Θ + ت٢ × جتا Θ = تَ٢

(٤٧٧ر × ٣٤٢٠ر) + (−١٤٨ر × ٩٣٩٧ر) =

(١٦٣١٣٤ر) + (−١٣٩٠٧٥٦ر) = ٠٢٤٠٥٨٤ر

الخطوة الحادية عشر : حتى نراجع حساباتنا ونتأكد من صحة خطواتنا علينا أن نحسب قيم شيوع المتغيرين قبل وبعد التدوير ، وربما أننا نعيد توزيع هذا التباين (أو قيم الشيوع) فنتوقع فى هذه الحالة عدم تغير مقدار هذا التباين

♦. مطالعة ممتعة / محمد عموش .

وهو عبارة عن مجموع مربعى التشبعين قبل وبعد التدوير وبتربيع التشبعين قبل التدوير سنجد أن (٤٧٧و)٢ + (– ١٤٨و)٢ = ٢٤٩٤٣٣و٠

وبتربيع التشبعين بعد التدوير سنجد (٤٩٨٨٥٢٩و)٢

+ (٠٢٤٠٥٨٤و)٢ = ٢٤٩٤٣٣و٠

وبذلك نتأكد من صحة حساباتنا ونستمر فى حساب تشبعات العاملين بعد التدوير بنفس الطريقة بالنسبة لـكل المتغيرات على النحو التالى :

المتغير الثانى : تَ١ = (٦٥٦و × ٩٣٩٧و) – (١٢٢و × ٣٤١٠و) = ٥٧٥و

تَ٢ = (٦٥٦و × ٣٤٢٠و) + (١٢٢و × ٩٣٩٧و) = ٣٣٩و

المتغير الثالث تَ١ = (٨٤٨و × ٩٣٩٧و) – (٠٣٤و × ٣٤٢٠و) = ٧٨٥و

تَ٢ = (٨٤٨و × ٣٤٢٠و) + (٠٣٤و × ٩٣٩٧و) = ٣٢٢و

المتغير الرابع تَ١ = (٧٤٣و × ٩٣٩٧و) – (٠٧٤و × ٣٤٢٠و) = ٦٧٣و

تَ٢ = (٤٧٣و × ٣٤٢٠و) + (٠٧٤و × ٩٣٩٧و) = ٣٢٤و

المتغير الخامس تَ١ = (٧٣٢و × ٩٣٩٧و) (– ٠٣١و × ٢٤٢٠و) = ٦٩٨و

تَ٢ = (٧٣٢و × ٣٤٢٠و) + (– ٠٣١و × ٩٣٩٧و) = ٢٢١و

وهكذا فى بقية تشبعات العاملين بنفس الأسلوب .

نستطيع الآن نضع أمامنا جدولا يضم العامل الأول والثانى فقط قبل وبعد

♦ . مطالعة ممتعة / محمد عموش .

للدويرها وقيم شيوع المتغيرات عليهما وتباين كلا منهما أو جذرها الكامن لنفحص ماحدث من تغير فى كل هذه الخصائص لنتيجة التدوير ، ويوضح الجدول الآنى ، رقم (٤٧) هذه الخطوة .

جدول رقم (٤٧) العوامل والجذور والتباين قبل وبعد التدوير

م	المتغيرات / العوامل		قبل التدوير ١	قبل التدوير ٢	بعد التدوير ١َ	بعد التدوير ٢َ	قيم الشيوع قبل التدوير	قيم الشيوع بعد التدوير
١	عناوين القصص	اصالة	٤٧٧و	- ١٤٨و	٤٩٨٨٥و	٢٤٠٥٨و	٢٤٩٤و	٢٤٩٤و
٢	الدوائر	اصالة	٦٠٦و	١٢٢و	٥٧٤٧٢و	٢٢٨٩٩و	٤٤٥٢و	٤٤٥٢و
٣	الخطوط المتوازية	اصالة	٨٤٨و	٠٢٤و	٧٨٥٢٤و	٢٢١٩٧و	٧٢٠٢و	٧٢٠٢و
٤	الادوات	ح. مشكلات	٧٤٢و	٠٧٤و	٦٧٢٨٩و	٢٢٢٦٤و	٥٥٧٥و	٥٥٧٥و
٥	استعمالات غير معتادة	مرونة	٧٢٢و	- ٠٢١و	٦٩٨٤٦و	٢٢١٢١و	٥٢٦٨و	٥٢٦٨و
٦	رؤية مشكلات	ح. مشكلات	٦٤٧و	٠٧١و	٥٨٢٧و	٢٨٧٩٩و	٤٢٢٦و	٤٢٢٦و
٧	الفار	اصالة	٧٩٤و	٠١٦و	٧٤٠٦٥و	٢٨٦٥٨و	٦٢٠٧و	٦٢٠٧و
٨	[illegible]	ح. مشكلات	٥٨١و	- ١٢٧و	٥٩٢٨٢و	٠٦٩٩٦و	٢٥٦٢و	٢٥٦٢و
٩	تسمية [illegible]	مرونة	٨٠٥و	- ٠٦٠و	٧٧٦٩٨و	٢١٨٩٢و	٦٥١٦و	٦٥١٦و
١٠	الاستخدام	مرونة	٦٤٦و	- ٢٤٦و	٦٩١١٨و	- ٠١٠٢٢و	٤٧٧٨و	٤٧٧٨و
١١	الدوائر	طلاقة	٨١٢و	٠٢١و	٧٥٢٤٢و	٢٠٦٨٣و	٦٦٠٢و	٦٦٠٢و
١٢	خطوط متوازية	طلاقة	٨٢٢و	- ٠٠٢و	٧٨٢٥١و	٢٨٢٦٦و	٦٩٢٢و	٦٩٢٢و
١٣	الاستخدام	طلاقة	٤٨٩و	- ٠٨١و	٤٨٧٢٢و	٠٩١١٢و	٢٤٥٧و	٢٤٥٧و
١٤	تسمية [illegible]	طلاقة	٧١٧و	- ٢٨٢و	٧٧٠٥٥و	٠٢٠٧٢و	٥٩٤٢و	٥٩٤٢و
١٥	عناوين القصص	طلاقة	٧٩١و	- ٢٦٢و	٨٢٢٢٥و	٠٢٢٢٨و	٦٩٤٨و	٦٩٤٨و
١٦	[illegible]	م. انتباه	٥٤٢و	٢٩٢و	٤٠٩٤٥و	٤٥٩٧٦و	٢٧٩٠و	٢٧٩٠و
١٧	[illegible] ل١	م. انتباه	٢٩٢و	٧٤٧و	٠١٩٨٦و	٨٠٢١٦و	٦٤٢٩و	٦٤٢٩و
١٨	[illegible] ل٢	م. انتباه	٢٩٢و	٧٠٧و	٠٢٢٥٤و	٧٦٤٥٧و	٥٨٥٧و	٥٨٥٧و
	الجذر الكامن للعامل		١١١و٨	٢٤٢و١	٢٢١و٧	٢١٢و٢		

♦. مطالعة ممتعة / محمد عموش .

يظهر فحص الجدول السابق أن تدوير العاملين ١ ، ٢ معاً قد أدى إلى إعادة توزيع تباينهما فبعد أن كان تباين العامل الأول (أو جذره الكامن) ١١١ر٨ أصبح ٣٣١ر٧ وبينما كان تباين العامل الثانى ٤٣٢ر١ أصبح ٢١٣ر٢ ومجموع تباينهما معاً لا يحدث فيه أى تغيير لأن التدوير قام بإعادة توزيع هذا التباين فقط وهو نفس الأمر بالنسبة لقيم شيوع المتغيرات التى تظهر فى العمودين الأخيرين من الجدول حيث لا يحدث تغيير فى قيم الشيوع للمتغيرات بينما يحدث التعديل فى توزيع أو إعادة توزيع التشبعات .

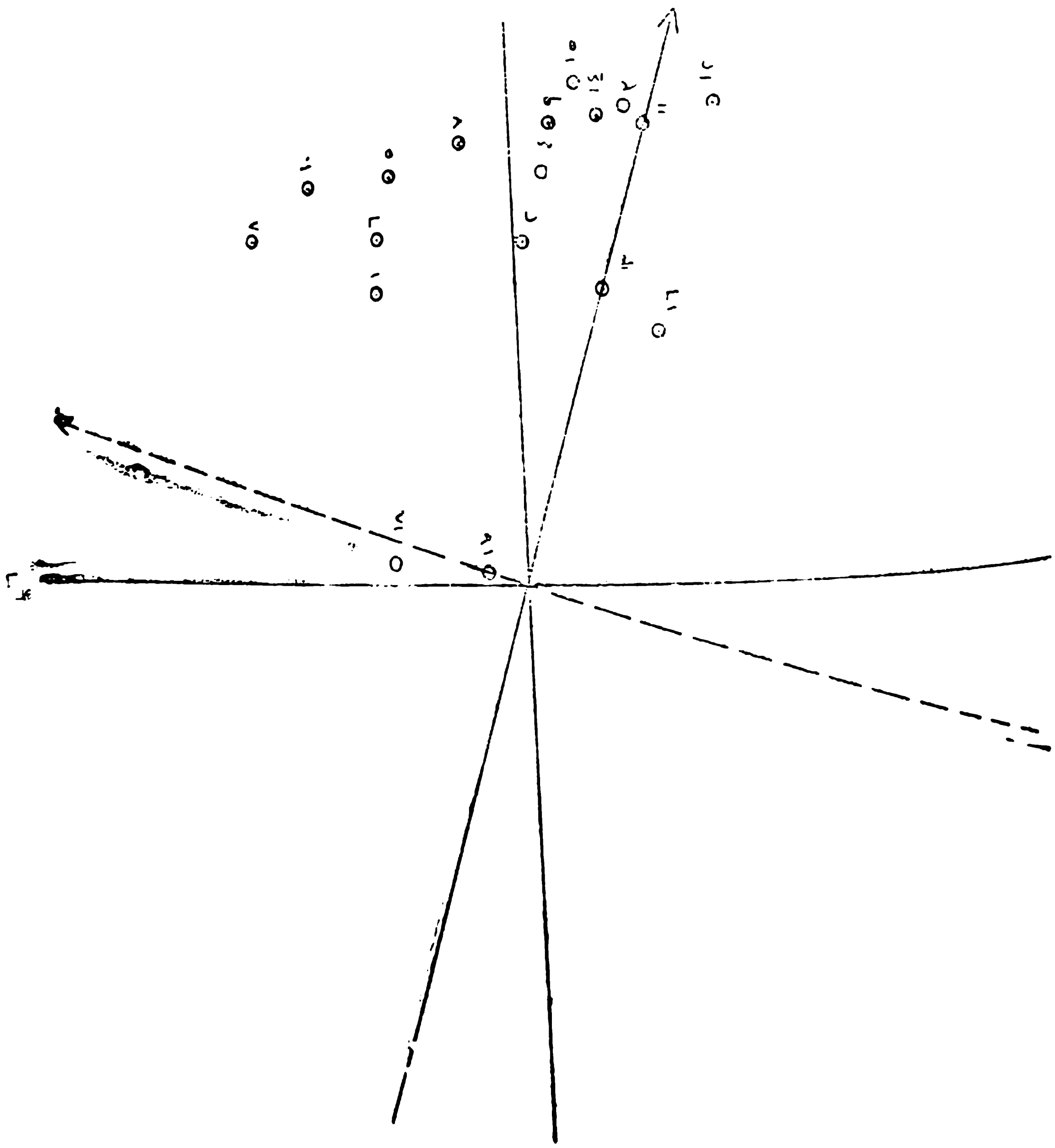
أما ما أحدثه التدوير من تعديل فى مضمون العاملين فيمكننا أن نتبين أنه تمكن من توضيح طبيعة العامل الثانى بشكل بارز بأن جمع عليه ورفع تشبعات اختبارات مواصلة الاتجاه الثلاثة بحيث أصبح يضم التشبعات الخاصة بالثلاثة متغيرات على الوجه الآتى ٤٥٩ر٠ ، ٨٠٢ر٠ ، ٧٦٤ر٠ بعد أن كانت ٢٩٢ر٠ ، ٧٤٧ر٠ ، ٧٠٧ر٠ إلا أننا نجد أن التدوير أضاف تشبعين جوهرين أيضاً للأصالة (المتغيران ٢ ، ٣) وتشبعا للحساسية للمشكلات (المتغير ،) وتشبعا دالا للطلاقة (المتغير ١١) .

ولأن العامل الأول ما زال يعبر عن حجم كبير من التباين حتى بعد تدويره فيمكننا أن نسعى لمحاولة توزيع وتصنيف هذا التباين من جديد من خلال إعادة تدويرة فى صورته الجديدة مع عامل آخر من عوامل المصفوفة بنفس الطريقة ، ويوضح الجدول الآتى رقم (٤٨) نتيجة تدوير العامل الأول مرة أخرى مع العامل الرابع بزاوية قدرها ١٧° فى اتجاه عقارب الساعة ثم تدوير العامل الرابع مرة أخرى مع العامل الثالث بزاوية قدرها ٥٥° كما يوضح الجدول أيضا نفس المصفوفة ولكن بتدويرها بطريقة الفاريمكس لمكايزر على الحاسب الالكترونى ، ويستطيع القارىء أن يلاحظ أن قيم الشيوع للمتغيرات لم يحدث فيها تغيير وأنه من الممكن مواصلة التدوير بالرسم لأى

♦. مطالعة ممتعة / محمد عموش .

زوج آخر من العوامل * للوصول إلى تصنيف أفضل ولا يوجد محك معين للتوقف عن التدوير ، والمحك الوحيد هو أن يشعر الباحث أنه وصل إلى إعادة تصنيف مناسب يتفق مع الاطار النظرى الذى بدأ منه ومع خصائص البناء البسيط الذى سبق أن أوضحناه .

شكل رقم (٤٩) تدوير العامل آ
مع العامل ٤ بزاوية ١٧° فى اتجاه عقارب الساعة



* قام جيلفورد باجراء تدوير بالرسم لازواج من العوامل التى سبق تدويرها بالفاريمكس على الحاسب فى عدد من دراساته للوصول الى صوره ترتضيها تتفق مع الاطار النظرى الذى يضم متغيراته ، وهى خطوة محفوفة بالمخاطر الى حد كبير ، وتفقد نتائج الفاريمكس قيمتها الموضوعية ؟

♦. مطالعة ممتعة / محمد عموش .

جدول رقم (٤٨) يبين مصفوفة العوامل الإبداعية الأربعة بعد تدويرها بالرسم مقارنة بالتدوير بطريقة الفاريمكس لـ كايزر على الحاسب الالكتروني

العوامل / المتغيرات	تدوير بالرسم بيرجثا				تدوير بالفاريمكس على الحاسب				قيم الشيوع
	١َ	٢َ	٣َ	٤َ	١	٢	٣	٤	
١	*٣٩٩	٢٤	١٠٧	٥٤٨	٣٣٥	-٠٠٨	-٠٧٣	٥٩٥	٤٧١
٢	٥٥٥	٣٣٩	-٥٧	٣٤٦	٦٠١	٢٢٥	٠٤١	٣٦٤	٥٤٥
٣	٨١٠	٣٢٢	-١٠١	٢٠٧	٨٠٣	١٤٥	٢٢٩	٣٠٦	٨١٢
٤	٦٦٦	٣٢٤	١٠٠	٧٣	٥٦٣	٢٠٥	٣٦٠	٢٧٤	٥٦٣
٥	٦٠١	٢٢١	٣١٠	٢٩١	٤٠١	١٦٧	٣١٥	٥٥١	٥٩١
٦	٤٨٤	٢٨٨	٥٣٨	-٤٥	١٥٧	٢٧٨	٦٠١	٣٨٠	٦٠٧
٧	٦٨٠	٢٨٧	٢٧١	١٥٣	٤٨٢	٢٠١	٤١٩	٤٣٩	٦٤٠
٨	٤١٦	٠٧٠	٦٩٣	١٧٤	-٠٠٧	١٢٠	٥١٩	٦٣٥	٦٨٧
٩	٧٦٥	٢١٩	٢١٥	-٠٣٧	٥٣٩	١٠٠	٥٤٥	٢٩١	٦٨١
١٠	٥٤٦	١٠	٣١٦	٥٥٢	٣٣٠	-٠٣٢	١٢٤	٧٦١	٧٠٣
١١	٧٩١	٣٧	-١٨٩	٢٤٢	٨٣٧	١٢٠	١٤٥	٢٨٠	٨١٤
١٢	٨٥٨	٢٨٣	-١٩٣	٠٥٣	٨٦٠	٠٧٤	٢٩٣	١٥٢	٨٥٥
١٣	٥١٣	٠٩١	٣٤٤	-٥١١	١٧٤	٢٦	٧٨٥	-٦٣	٦٥٠
١٤	٧٥٨	٠٢١	٢٣٠	-٠٥٤	٤٦١	-١٢٧	٥٥٥	٣٠٦	٦٣٠
١٥	٨٣٤	٠٢٣	١٩٠	-٠٦١	٥٥٣	-١٠٨	٥٧٦	٢٩٦	٧٣٦
١٦	٤٦٥	٤٦٠	٠٠٥	-٢٢٢	٤٥٢	٣٤١	٣٨٧	-٠٧٦	٤٧٧
١٧	-٠٠٢	٨٠٢	١٥٧	-٠٩٤	١٠١	٧٩٧	١٧٦	-٠٥٨	٦٧٩
١٨	-٠٣٦	٧٦٥	١١٢	٢٤٨	١٣٧	٧٧٦	-٠٨٩	١٧٧	٦٥٩

* العلامة العشرية أهملت

♦. مطالعة ممتعة / محمد عموش .

أساليب رياضية تحليلية للتدوير المتعامد :

يوجد بالإضافة إلى أسلوب التدوير بالرسم الذى تناولناه فى الصفحات السابقة عددا آخر من أساليب التدوير المتعامد التى تقوم على أساس تحديد محك رياضى يستوفى خصائص البناء البسيط لثرستون .

وكان أسلوب الكوارتيما كس Quartimax الذى اقترحه كارول Carroll هو أول الأساليب التحليلية التى ظهرت فى سنة ١٩٥٣ فى محاولة لتقديم حل رياضى للبناء البسيط ، ثم تتالت بعد ذلك عدة أساليب رياضية لعل أشهرها أسلوب الفاريمكس Varimax الذى قدمه كايزر Kaiser فى سنة ١٩٥٨ .

غير أن هذه الأساليب التى تقدم محكات رياضية تتطلب جهداً شاقا ووقتا طويلا لاستخدامها مما جعلها تنتظر التقدم السريع الذى حققته أخيراً الحاسبات الالكترونية وحيث أمكن وضع برامج يمكن بواسطتها تدوير مصفوفة عاملية متوسطة الحجم خلال دقائق معدودات .

وبصفة عامة يعد التدوير باستخدام الأساليب التحليلية بمثابة الحل المناسب لمشكلة الذاتية فى اختيار زوايا التدوير بالرسم ، ولا يتدخل الباحث فى هذه الطرق التحليلية ليختار زواياه على أية صورة من الصور ، ويستطيع باحثان مختلفان أن يصلا من تدوير نفس المصفوفة بأحد الطرق التحليلية إلى نفس النتيجة .

وقد تزايد استخدام الأساليب التحليلية فى التدوير ، ويميل أغلب الباحثون لاستخدام طريقة الفاريمكس لكايزر والتى تؤدى إلى أفضل الحلول التى تستوفى خصائص البناء البسيط .

. مطالعة ممتعة / محمد عموش .

كانت الفكرة العامة السائدة عند نشأة التحليل العاملى ، أن نموذج التعامد بين العوامل هو الصورة الوحيدة التى تتشكل وفقاً لها المصفوفة العاملية، ثم قدم كاتل فى الأربعينات إضافة جديدة بافتراض أنه من الممكن قبول صورة أخرى تتشكل وفقاً لها العوامل وهى الترابط بينها وليس التعامد ، ومنذ ذلك الوقت أصبحت فكرة العوامل المائلة ليست مقبولة فقط بل ومفضلة فى كثير من الأحوال عن فكرة العوامل غير المترابطة ، ويعتمد منطق الترابط بين العوامل على حقيقة أنه ليس من الميسور أن نجد بين الجمهور العام سمات عقلية مستقل بعضها عن البعض استقلالا تاما ، وبالتالى لايوجد ما يجعلنا نقيم هذا الاستقلال وعدم الارتباط فى الفئات التصنيفية التى تعبر عن هذه السمات العقلية والسيكلوجية .

ومع ذلك فما زالت فكرة العوامل المترابطة لاتلاقى قبولا بين عدد من الباحثين ممن يميلون لتفضيل فكرة الاستقلال بين العوامل .

وتتوفر الآن بعض أساليب التدوير المائل التى تقوم على تدوير مصفوفة عاملية مباشرة أو مصفوفة سبق تدويرها تدويراً متعامدا ، والمشكلة الرئيسية التى يتعرض لها الباحث والتى تعد مصدر النقد الذى يوجه إلى التدوير المائل هى حجم زاوية التدوير المختارة . فبينما كانت المشكلة فى التدوير هى حجم واتجاه التدوير ، نجد هنا أن حجم الزاوية المائلة يمثل أكثر المشكلات تأكيداً لطابع الذاتية فى هذا الأسلوب .

وكما نجد عدد من الأساليب التحليلية لحساب العوامل المتعامدة ، يوجد أيضاً عدد آخر من الأساليب المعروفة لحساب العوامل المائلة ، وبعضها حلول قائمة على العوامل المباشرة والبعض الآخر يبدأ من الحل المتعامد ، ومن الأساليب المعروفة فى مجال التدوير المائل : أساليب الكوارتيمين Quartimin

♦. مطالعة ممتعة / محمد عموش .

والـ Oblimin لـــكارول Carroll والـ Covarimin لـكايزر والـ Binormamin لـكايزر وديكمان Dickman والـ Promax لهندريكسون ووايت Hendrickson and White وغيرها .

التشبعات والارتباطات فى التدوير المائل :

عندما نقوم بتدوير متعامد لمصفوفة عاملية فإننا نصل إلى نتيجة واحدة هى مصفوفة العوامل بعد التدوير وحيث تكون التشبعات على العوامل هى نفسها - أيضاً - الارتباطات بين المتغيرات والعوامل . غير أن هذا الأمر يختلف فى حالة التدوير المائل ، ولا تظل التشبعات هى نفسها الارتباطات بين المتغيرات والعامل ، فعندما تصبح العوامل مائلة يتحدد معنى التشبعات باعتبارها إحداثيات المحاور العاملية(١) بينما توجد لدينا إحداثيات المتجهات المرجعية(٢) والتى تعبر عن الارتباطات بين المتغيرات والعامل ، ومثل هذا التمييز بين المتجهات المرجعية والعوامل الأولية يؤدى إلى خروجنا من التدوير المائل بمصفوفتين .

الأولى : هى مصفوفة النمط العاملى(٣) أو نمط العوامل الأولية وقيم عواملها هى تشبعات المتغيرات على العوامل .

الثانية : هى مصفوفة البناء العاملى(٤) وقيم عواملها هى معاملات الارتباط بين المتغيرات والعوامل .

---

(١) Primary factors.

(٢) Reference vectors.

(٣) Factorial pattern.

(٤) Factorial structure.

♦. مطالعة ممتعة / محمد عموش .

والواقع أن الميزة الرئيسية التى يمكن أن تكون أهم ميزات التدوير المائل هى أنه الخطوة الضرورية للتقدم نحو التحليلات العاملية من الدرجات العليا .

فطالما لدينا عوامل مائلة ، أى مترابطة فنستطيع أن نحسب مصفوفة معاملات الارتباط بين عواملها(١) ثم نقوم بتحليل هذه المصفوفة الارتباطية لنحصل على عوامل الدرجة الثانية(٢) .

ويلاحظ فى نهاية الأمر أن الفروق التى قد تكون ضئيلة بين نتائج التدويرين المتعامد والمائل ليست هى موضوع اهتمام الباحث بقدر ما يتجه اهتمامه إلى إضفاء منطق الترابط او التعامد بين العوامل ، ويعتقد عدد كبير من الباحثين أن التدوير المائل - رغم كل مايوجه إليه من نقد - أكثر كفاءة فى أبراز معالم البناء البسيط .

اساليب تدوير توفيقية :

بالإضافة إلى الأساليب السابقة توجد بعض الأساليب التحليلية التوفيقية سواء المائلة أو المتعامدة والتى تستخدم فى التوصل إلى تصنيف يستوفى شروطا معينة مثل أسلوب «كليف» Clif وهى أساليب ذاتية فى حقيقة الأمر ، فأسلوب كليف مثلا يقوم على تكوين مصفوفة هدف(٢) ، مكونة من جذور قيم شيوع المتغيرات

---

(١) الارتباطات هنا ليست ارتباطات مباشرة بين العوامل المائلة بل ارتباطات تقوم على حساب مقلوب Inverse المصفوفة

(٢) راجع طريقة حساب عوامل الدرجة الثانية فى الفصل السادس عشر واهمية أسلوب اسقاط المتغيرات الأصلية على العوامل العليا

(٢) Target matrix

• مطالعة ممتعة / محمد عموش .

موزعة على عوامل متوقعة ثم نقوم بتدوير المصفوفة التجريبية فى اتجاهها عدة مرات للوصول إلى أفضل تصنيف يتفق مع خصائص المصفوفة الهدف ، وتتعرض مثل هذه الأساليب لنقد شديد بوصفها أساليب تلفيقية وليست توفيقية ولا ينصح عادة باتباعها وإن كان بعض الباحثين مثل جليفورد لا يستخدمونها فقط بل يتصدون للدفاع عنها .

♦. مطالعة ممتعة / محمد عموش .

الفصل السادس عشر

أساليب عاملية أخرى

♦. مطالعة ممتعة / محمد عموش .

عوامل الشخص الواحد (١)

عرفنا من الطرق السابقة فى التحليل العاملى أنها تهدف جميعها إلى دراسة التباين المشترك لعينة من الأفراد فى أدائها على مجموعة من المقاييس، بحيث نخرج من الارتباطات بين المتغيرات لدى هذه العينة إلى تقدير لعواملها، إلا إننا لا نستطيع فى ضوء نتائجنا العاملية من دراسة قامت على عينه كبيرة أن ندعى أننا نعرف عوامل مجال معين لدى فرد محدد، صحيح أننا نستطيع استخدام الدرجات العاملية(٢) للحصول على تقديرات عاملية لدرجة فرد معين، إلا أننا نفتقر حتى فى حدود هذه الإمكانيه التى توفرها الدرجات العاملية إلى التعرف على ما إذا كان تباين أداء الفرد الواحد يمكن تصنيفه بنفس أسلوب تباين أداء عينة كبيرة، صحيح أن التباين فى الأداء يظهر من خلال الفروق الفردية لاستجابة العينة المعينه على

(١) P-technique.

(٢) Factor score.

• مطالعة ممتعة / محمد عموش .

الاختبارات فى لحظة معينة ، ولكننا نعلم من جانب آخر ، أن مشكلة الفروق الفردية انشأت فى صورتها الأصلية لتصبح موضوعا من موضوعات علم النفس من خلال ملاحظتها فى أداء الفرد الواحد أولا ، حتى أنها اعتبرت فى فترة مبكرة من نمو العلم بمثابة خطأ من أخطاء القياس .

وعلى هذا يصبح فى مقدورنا أن نغير من تصميمنا للدراسة العاملية فى سعينا الدراسه عوامل الشخص الواحد بحيث نحصل على عينه كبيرة من الاستجابات للشخص الواحد فى نقاط زمنية متعاقبة بدلا من الحصول على عينة كبيرة من الاستجابات لعدد من الأفراد فى نقطة زمنية واحدة . ومن خلال هذا الأسلوب وباختبار الشخص الواحد عدد كبير من المرات أثناء فترة نشاطه ، وأثناء تعبه ، نهاراً ومساءاً ، فى جو حار وفى جو متقلب إلى آخر هذه الظروف المتغيرة التى ينعكس خلالها تباين أدائه على المقاييس ، يمكننا أن نحسب الارتباطات بين أدائه على الاختبارات ثم نقوم بحساب العوامل الخاصة بالفرد .

ويعود الفضل فى هذا الأسلوب إلى رايموند كاتل من خلال أهتماماته بالشخصية وبحوثه فيها وقد قدمه فى سنة ١٩٤٦ حيث استخدم بطارية كبيرة تتضمن عددا من الاختبارات الموضوعية والاختبارات الفسيولوجية قام بتطبيقها فى دراسة مشتركة مع ريمر Rhymer على امرأة فى التاسعة والعشرين خلال ٥٥ جلسة تطبيق تمت كل جلسة فى وقت مختلف عن الآخر وفى ساعات مختلفة من النهار بهدف الحصول على عينة ممثلة للتغيرات فى السلوك طوال هذه الفترات من الوقت ولتقدير آثار المتغيرات الناجمة عن التعب والإرهاق على درجات الاختبارات وعلى العوامل الناتجة .

وبغض النظر عن النتائج التفصيلية التى خرج بهـــا كاتل من دراسته لهذه الحالة فإن هذا الأسلوب يتميز بأنه لفت النظر لإمكان أستخدام التحليل العاملى فى إجراء دراسة متعمقة للحالة ، وهذه الدراسة المتعمقة التى يحتاج الإخصائى الاكلينيكى فى عدد كبير من الحالات لإجرائها يمكن أن تتوفر لها

♦. مطالعة ممتعة / محمد عمومش .

شروط الضبط من خلال تضمين إجراءات القياس وتنوع عينة الزمن الذى تختبر فيه الحالة كما يمكن أن تتسع بطارية المقاييس لإتاحة الفرصه للاجابة عن كل فروض الباحث .

إلا أنه من الضرورى ملاحظة عددا من الاشتراطات المنهجية الهامة فى مثل هذ الأسلوب فمن الناحية الأولى يتعين العناية الشديدة بتوفير مقاييس مرتفعه الثبات حتى نكون على ثقة من مصادر التباين التى تعكسها مقاييسنا ، ومن الناحية الثانية يجب ملاحظة أن الاختبارات التى تقيس سمات أو وظائف عرضه للتغير السريع سواء من خلال التعلم أو التدريب من موقف لآخر لن تكون مناسبة لإعطاء تقديرات لسمات مستقرة فى الفرد ، ومن الناحية الثالثة لا يمكن استخدام المقاييس التى يقاس الأداء عليها من خلال القدرة على اكتشاف المبدأ المعين الذى يسهل الإجابة ، لأن تكرار استخدام مثل هذه المقاييس لفترات متقاربة بالنسبة للفرد الواحد يؤدى إلى عدم ثبات تقدير السمة أو القدرة التى يقيسها الاختبار والتى يواجهها المفحوص فى المرة الأولى عند بدء تعامله مع المقياس .

وبالإضافة إلى هذه الاعتبارات يمكننا أن نلاحظ أيضا أن العوامل التى نخرج بها هى عوامل شخص واحد ، أى كائن عضوى متكامل ، وفى حدود هذا المستوى الفردى المشخص لا يمكننا أن نفترض استقلالا بين سماته المزاجيه وقدراته أو استقلال داخل المجال الواحد فى أدائه سواء على المستوى المعرفى أو المزاجى وبالتالى فإن الأسلوب الأمثل عند إجراء تدوير لعوامل الشخص الواحد هو أن نتجه إلى التدوير المائل وليس المتعامد ، حيث نعرف أن التدوير المائل يفترض الارتباط بين القدرات المختلفة وهو افتراض مقبول تماما فى هذا المستوى .

لعل الميزة الاساسية لهذا الاسلوب العاملى بالإضافة إلى ثراء استخدامه الاكلينيكى فى الدراسات المتعمقة هو أنه يمكن استخدامه كمحك من محكات

♦. مطالعة ممتعة / محمد عموش .

الصدق للعوامل التى نخرج بها باستخدام عينات كبيرة بحيث تشير مؤشرات المقارنة بين نسق عوامل العينة ونسق عوامل الفرد إلى مقدار التشابه والتنظيم الذى توجد به هذه العوامل فى تصنيفاتها على هذين المستويين المختلفين . كما يمكن استخدام هذا الأسلوب فى ضوء التصنيفات العاملية العامة لمجال معين كمجال الإبداع مثلا ، لمحاولة التعرف على الفروق فى التصنيف لدى نوعيات مختلفة من المبدعين كالكتاب والقصاصين مثلا وعلماء الرياضيات أو الفنانين التشكيليين أو المهندسين من خلال التعرف على عوامل مختلفة لأفراد من هذه الفئات وهو ما يمكن أن يؤدى إلى إثراء لمجالات الدراسة ، كما يمكن أن يحل عددا كبيرا من المشكلات الخاصة بالفروق النوعية فى الأداء بين جماعات وأخرى ، أو يوحى على الأقل بما يمكن توقعه من فروق فى هذه المجالات .

التحليل العاملى المعكوس (١)

شاهدنا فى طريقة تحليل عوامل الشخص السابقة كيف أننا نقوم بتطبيق مجموعة المقاييس المستخدمة عدداً كبيرا من المرات ، فى ظروف متباينة خلال فترة زمنية ممتدة ، ثم نقوم بحساب الارتباطات بين هذه المقاييس . وتحليل هـــذه الارتباطات عامليا بهدف الحصول على عوامل الشخص الواحد .

وتبينا أن هذه الطريقة تختلف عن طرق التحليل العاملى التقليدية فى أنها لا تقوم على عينة من الأفراد بل على عينة من الظروف الزمنية بالنسبة لفرد واحد فقط .

---

(١) Obverse Analysis or Inverted Factor Analysis or Q- technique

♦. مطالعة ممتعة / محمد عموش .

وتختلف طريقة التحليل العاملي المعكوس عن طرق التحليل العاملي التقليدية اختلافا من نوع آخر ، هو أن الارتباطات التي نقوم بحسابها ليست ارتباطات بين المتغيرات ، بل ارتباطات بين الأفراد .

وقد اقترح ستيفنسون Stephenson هذه الطريقة وقام باستخدامها فى أحدى دراساته كما استخدمها ثرستون وديجان Degan فى دراسة أخرى على عينة من قضاه المحاكم .

وقد لاحظنا فى أساليب حساب العوامل المعتادة أننا نحصل أولا على مصفوفة الدرجات الخام التي تتكون أعمدتها من المتغيرات المستخدمة وتتكون صفوفها من درجات أفراد العينة على هذه المتغيرات فإذا استخدمنا بطارية من عشرة متغيرات فستكون مصفوفة الدرجات الخام مكونة من عشرة أعمدة وإذا كانت عينتنا تتضمن مئتى مفحوص فستكون صفوف المصفوفة مئتى صف ونحن نبدأ عادة بحساب المتوسطات والانحرافات المعيارية لقيم كل عمود من أعمدة المصفوفة أى لقيم الأفراد على كل متغير بأن نقوم بجمع هذه القيم على العمود الواحد وقسمتها على عددها ذلك أن قيم كل عمود تتكون من درجات متجانسة.

أما إذا اختلف حسابنا لمصفوفة الدرجات الخام بحيث نجمل الصفوف بدلا من الأعمدة أو الأعمدة بدلا من الصفوف فإن جمع قيم الأعمدة سيكون جمعا لدرجات الفرد على المتغيرات المختلفة وقد تكون هذه المتغيرات من طبيعة مختلفة أو تقيس جوانب غير متجانسة من الشخصية أو القدرات أو غير ذلك ، ويترتب عليها أيضاً اختلاف لا فى طبيعة المتغيرات فقط ولكن فى طبيعة الدرجات أيضاً .

ولنأخذ المثال الآتى لنتبين طبيعة هذه المشكلة : إذا كانت بطاريتنا تتكون من اختبارات تقيس السرعة الحركية وكانت الدرجة على الاختبار (ا) عبارة عن عدد الثوانى التي يؤدى فيها الفرد العمل المطلوب أداءه بينما كانت الدرجة على الاختبار (ب) عبارة عن عدد الأخطاء خلال الفترة الزمنية المقننة للاختبار ،

♦. مطالعة ممتعة / محمد عموش .

والدرجة على الاختبار (جـ) عبارة عن عدد المحاولات الصحيحة المقدمة خلال فترة زمنية ، والدرجة على الاختبار (د) عبارة عن عدد الحركات التى تطلبها هذا العمل وهكذا .

فهل نستطيع فى هذه الحالة أن نقوم بجمع عدد الثوانى الخاصة بالاختبار ا على عدد الأخطاء الخاصة بالاختبار ب على عدد المحاولات الصحيحة للاختبار جـ على عدد الحركات فى الاختبار د ثم نقسم هذا المجموع على أربعة للحصول على متوسط حسابى ؟ ثم نستمر فى خطواتنا لنحسب الارتباط بين درجات الفرد س والفرد ص ؟ الواقع أننا لانستطيع أن نقوم بذلك لأن درجة كل متغير من طبيعة مختلفة تماما ولا يجوز جمع ثوانى على عدد محاولات .. إلخ .

بل قد تكون متغيراتنا أحيانا من طبيعة واحدة وتكون الدرجة عليها من طبيعة واحدة إلا أن نظام الدرجات ومدى الدرجة يختلف بين مقياس وآخر بحيث يكون مدى درجات المقياس الأول مئة درجة بينما مدى المقياس الثانى خمس درجات وهكذا ويصبح من المتعذر فى هذه الحالة أيضاً القيام بالعمليات الإحصائية المعتادة لحساب الارتباطات بين درجات الأفراد .

كيف يمكننا إذن القيام بهذه الإجراءات المعكوسة لنحسب الارتباطات بين الأفراد وليس بين المتغيرات ؟ ومن ناحية أخرى نحن نعلم أن التشبعات على العوامل هى تشبعات للمتغيرات وبهذا العكس للأدوار بين المتغيرات والأشخاص ستكون التشبعات على العوامل للأفراد ، بمعنى أننا سنقول أن الشخص س يتشبع على العامل بمقدار ٠٫٧ مثلا أو ٠٫٣ فماذا تعنى هذه التشبعات فى هذه الحالة ؟ وكيف يمكننا استخدامها بهذه الصورة وتفسيرها على وجه مقبول؟ بل لعل السؤال الأهم قبل كل ذلك هو ما هى دواعى ومزايا ومبررات اللجوء إلى هذا الأسلوب العاملى وما هى خصائصه بدقة وما هى محاذيره ؟

يلجأ الباحث إلى هذا الأسلوب إذا كان هدفه التوصل إلى معرفة ما إذا

♦. مطالعة ممتعة / محمد عموش .

كان هناك تجانس بين رأى عينة من المحكمين الذين يقدرون أعمالا معينة أو أن هناك رأيا عاما بين مجموعة من الأفراد يناقشون قضية معينة ومدى اقتراب كل فرد أو ابتعاده من بين هذه المجموعة عن هذا الحكم العام أو الرأى العام .

فإذا استخدمنا مجموعة من المحكمين لتقدير جمالية عدد من الأعمال الفنية وحسبنا الارتباطات بين هؤلاء الأفراد فستجد العوامل التى نسعى إليها بمثابة تعبير عن ما هو مشترك بين هؤلاء الأفراد (وليس ما هو مشترك بين المتغيرات فى الأحوال العادية) فى رأيهم أو تقديرهم لهذه الأعمال ، وما هو خاص بواحد منهم على حدة أو ببعضهم دون بقيتهم ، معنى هذا أن عدد الأشخاص غالبا ما يكون محدودا بينما عـــدد المتغيرات أو التقديرات غالبا ما يكون كبيرا[1] ، وقد نستخدم التحليل العاملى المعكوس للتعرف على العوامل التى تمثل ما هو مشترك بين عدد من الأفراد لافى تقديراتهم الجمالية أو أحكامهم بل فى بعض سماتهم إذا قدمنا لهم مجموعة من المتغيرات المتجانسة عن حالات معينة يمكن أن يتعرض لها الفرد ليقرر كل منهم مدى وجودها أو عدمها بالنسبة له ، معنى ذلك أننى أستطيع أن استخدم بنود اختبار إيزنك للعصابية مثلا بوصفها متغيرات ثم احسب الارتباطات بين الأفراد على هذه البنود بأحد طرق حساب الارتباطات المناسبة مثل معامل فاى أو معامل الارتباط الرباعى مثلا وطالما المتغيرات من طبيعة واحدة والدرجة من مدى واحد فيكون الإجراء مشروعا هنا ويمكن حساب المتوسطات والانحرافات الخاصه بكل فرد .

وفى حالة حساب الارتباطات بين المحكمين أو المعلمين أو القضاة فاننا نقدم أعمالا من نوع واحد ليقدم كل منهم تقديراته لها كأن تكون عينة من موضوعات الإنشاء أو عينة من إجابات مادة دراسية واحدة أو عينة من اللوحات الفنية وهكذا .

---

(١) الواقع ان هذا ليس شرطا ملزما فى هذه الطريقة وان كان قلب الصورة المعتادة وعكسها يجعل من العسير تفسير العوامل الناتجة اذا زاد عدد الأفراد وزادت تشبعاتهم على العوامل الناتجة .

♦. مطالعة ممتعة / محمد عموش .

وإذا رجعنا للمفاهيم العاملية لسبيرمان ، فستتبين أن المنطق العام للعامل العام الذى نخرج بة من تحليلاتنا هو أنه يمثل ما هو مشترك بين كل الاختبارات بينما العامل النوعى أو الخاص يمثل ما هو فريد ونوعى وقاصر على الاختبار ، وبالمثل فى حالة التحليل العاملى المعكوس يكون العامل العام ممثلا لما هو مشترك وعام وشائع بين كل الأفراد (لا المتغيرات) بينما يمثل العامل النوعى ما هو فردى ونوعى بالنسبة لكل شخص من أفراد المجموعة التى حسبنا الارتباطات فيما بينها .

صحيح أننا لو قمنا بفحص خلايا مصفوفة الدرجات الخام التى نبدأ بها حساب الارتباط فسنجد أنها تتكون من درجات أفراد على متغيرات وأنها نفس الدرجات التى نستخدمها فى حالات الارتباطات المعتادة ولكن الجديد هنا هو أننا لا نجمع أو نضرب أو نقسم درجات كل الأفراد على المتغير بل درجات كل المتغيرات للفرد الواحد .

والواقع أن فكرة الارتباط بين الأفراد سابقة على ظهور فكرة التحليل العاملى المعكوس فقد استخدمها طومسون وبيلز Thomson and Bailes فى سنة ١٩٢٥ وحصلوا على عدد من الارتباطات بين المعلمين الذين قاموا بتقدير مقالات عينة من التلاميذ وذلك للتوصل إلى معرفة ما إذا كان هناك تجانس عام فى أسس التقدير بين هؤلاء المعلمين أم لا .

وقد استخدم ستيفنسون هذا الأسلوب للمرة الأولى كما أشرنا وذلك بأن طلب من عينة من التلاميذ تتكون من أربعين طالبا وأربعين طالبة بأحد المدارس العليا أن يقوموا بترتيب تفضيلاتهم لاثنى عشر موضوعا من موضوعات الدراسة وموادها مقدمة فى ستين ورقة امتحان ، ثم حسب الارتباطات بين حوالى نصف هذا العدد من التلاميذ ثم استخلص العوامل الناتجة عن المصفوفة الارتباطية وقد تبين ستيفنسون من عوامله أن هناك تشبعات لعدد من التلاميذ على عامل ، بينما هناك تشبعات لعدد آخر على العامل الثانى وكان الارتباط بين

♦. مطالعة ممتعة / محمد عموش .

المجموعه الأولى من التلاميذ قائم على تفضيلاتهم المواد العلمية مثل الكيمياء والطبيعة وغيرها ، بينما كانت تفضيلات المجموعة الثانية المشتركة بينهم والتي أدت ابروز الارتباطات بينهم فى عامل آخر للمواد الأدبية واللغوية .

ويمكننا أن نلاحظ أنه كان من الضرورى هنا للتوصل إلى تفسير العوامل أن نلجأ لمعرفة مصدر الارتباط بين الأفراد ولتقديراتهم المتغيرات المستخدمة ، وبدون التعرف على مصدر الارتباط وتقديرات الأفراد المادة موضوع التقدير أو التحكيم يصعب تماما الوصول الى تفسير للعوامل الناتجة .

وقام ثرستون وديجان بدراسة كانت العينة فيها مكونة من تسعة قضاة من قضاة المحكمة العليا وحسبت الارتباطات بين موقف كل قاضي منهم وبين الحكم الصادر (يوافق على الحكم النهائى أم يعارضه) فى ١١٥ قضية نظرت خلال عامى ١٩٤٣ ، ١٩٤٤ وبتحليل الارتباطات بين القضاة التسعة عامليا أمكن التوصل إلى ثلاثة عوامل مركزية تم أديرت تدويرا مائلا وكان العامل الأول بعد التدوير قطبياً يحمل تشبعات إيجابية لقاضيين وتشبعين سلبيين دالين لقاضيين آخرين وبالمثل العامل الثانى والثالث وكان من العسير تفسير العوامل الناتجة دون اللجوء إلى المختصين والخبراء فى القضـــاء والقانون لمحاولة تفسير كل عامل وتشبعات القضاة عليه وفقا للخصائص ووجهات النظر القانونية والتشريعية التى حددت موقف كل قاضي ووجهة نظره فى القضايا التى صدرت فيها الأحكام ، وإن كان ثرستون يلاحظ أن جزءاً كبيراً من التفسيرات التى قدمت تجاهلت أساساً هذه الفروق فى وجهات النظر التشريعية والقانونية والاقتصادية وتركزت على إبراز الفروق فى سمات الشخصية بين القضاة أفراد العينة ، ويمكننا أن نلاحظ هنا أن هذه الحقيقة وإن كانت ذات قيمة سيكلوجية بارزة إلا أنها لا تمثل دلالة خاصة فى هذا الأسلوب العاملى .

وقد أستخدم التحليل العاملى المعكوس فى مجالات أخرى أكلينيكية لتقدير العوامل التى تمثل اتفاق مرضى معينين فى خصائص الشخصية قبل المرضية ،

♦. مطالعة ممتعة / محمد عموش .

وكانت العوامل تفسر أيضا فى ضوء البنود التى أسهمت فى تحديد مستوى واتجاه الارتباطات بين الأفراد

ففى دراسة مور وآخرين سنة ١٩٤٧ Moore قدمت بطارية للشخصية تتكون من ١٢٨ سؤالا حول الشخصية قبل المرضية والصحة العقلية لعينة من ٥٦ فردا ، ومن مصفوفة ارتباطية تتكون من ١٥٤٠ معامل ارتباط حصل على ١١ عامل بالطريقة المركزية ثم أديرت تدويرا مائلا وقام التفسير أيضا على فحص مصادر الارتباط بين الأفراد الذين تشبعوا على العامل الأول وهكذا بالنسبة لبقية العوامل ، من ذلك أن العامل الأول فسر على أنه عامل للسواء أو الصحة العقلية حيث أجاب الثلاثة عشر فرداً الذين تشبعوا على هذا العامل إيجابا على السؤالين الآتيين من الـ ١٢٨ سؤالا التى تضمنتها البطارية :

١ ــ هل نفذت إلى حد معقول أول خطة جادة وضعتها لحياتك ؟

٢ ــ هل أنت شغوف غالبا بالأشياء التى حولك فى العالم الذى تعيش فيه ؟

ويعد أسلوب التحليل العاملى المعكوس من الأساليب المناسبة والهامة فى الدراسات التى تهدف للتعرف على سمات الشخصية القومية والفروق الحضارية بين الجماعات فى مجالات مختلفة كالقيم والاتجاهات والعادات القومية من خلال التوصل إلى عوامل تحمل تشبعات لأفراد من جماعات ذات هوية واضحة يرتبطون معاً فى مواقفهم أو سماتهم أو عاداتهم ويتميزون عن جماعات ذات هوية أخرى فى نفس المجالات .

♦. مطالعة ممتعة / محمد عموش .

اثنان

المقارنة بين العوامل
فى إنساق عاملية مختلفة

أحد المشكلات الهامة فى التحليل العاملى التى يواجهها الباحث الذى لايقتصر إهتماماته على مجرد تحليل مصفوفة من الارتباطات لعينة معينة، وتتجاوز إهتماماته هذه النقطة لمحاولة التعرف على وجه التشابه أو الاختلاف بين أكثر من نسق عاملى، هى مشكلة إمكانية المقارنة بين الإنساق العاملية.

ويبدو هذا الهدف كبير الأهمية، ويقوم على مبررات عديدة، ذلك أن أحد الخصائص الأساسية التى تتميز بها النتائج التجريبية القابلة للتعميم هى قابليتها لإعادة الإنتاج من خلال إعادة إجراء نفس الدراسة على عينات أخرى وفى فترات زمنية مختلفة وبواسطة نفس الباحث أو بواسطة باحثين آخرين، وكلما كانت النتائج التى تتوصل لها قابلة لإعادة الإنتاج، وأمكن إعادة إنتاجها بالفعل كلما كان ذلك أساسا جيدا لبناء فروض دقيقة والتقدم لاختبارها، كما تؤدى خطوات إعادة الإنتاج وإمكانية المقارنة بين النتائج — إذا توفرت — وحتى فى حالة عدم إمكان الحصول على نفس النتائج إلى تقدم الباحث نحو دراسة المتغيرات المختلفة التى يحتمل تدخلها وتوجيهها للنتائج الجديدة أو الأصلية بالصورة التى أدت إلى عدم تكرارها، وهو أيضا موقف يسهم فى توفير الخصوبة للبحث العلمى وتقدمه على أسس سليمة.

وقد تكون أهداف الباحث الذى يقوم بدراسة عاملية جديدة مستخدما نفس خصائص دراسته السابقة، أو خصائص دراسة عاملية لباحث آخر، سواء من حيث العينات أو المتغيرات، قد تكون أهدافه أن يتوصل إلى مدى استقرار البناء العاملى والتصنيف الذى سبق الحصول عليه بين عينة وأخرى أو عبر فترات زمنية طويلة، بمعنى آخر، أن يكون السؤال الذى يثيره الباحث هو هل هذا التصنيف العاملى المستخلص من أداء عينة معينة يتسم بالعمومية والاستقرار مهما اختلفت العينات بحيث يمكن التوصل إلى نفس التصنيف لدى مجتمع آخر.

♦. مطالعة ممتعة / محمد عموش .

الواقع أن توفر إمكانية المقارنة بين الإنساق العاملية يمثل ميزة جوهرية فى التحليلى العاملى توفرت له منذ فترة قصيرة للغاية ، وتنمى هذه الميزة من خصوبة الأسلوب حيث يمكن فى ضوئها أستخدامه بشكل مناسب لأختبار الفروض المختلفة.

فطالما استطيع أن نضع فروضا عن وجود اتفاق أو اختلاف ، أو افتراض تغير معين ونختبر هذه الفروض من خلال مقارنات مشروعة منهجيا يصبح من الممكن فى هذه الحالة اللجوء إلى التحليل العاملى لأداء هذه المهمة دون حرج أو تجاوز لحدود إمكانياته .

فالباحث يستطيع أن يفترض خصائص عاملية فى المجال المعرفى فى مرحلة عمرية معينة على سبيل المثال ، كما يستطيع أن يفترض أن هذه الخصائص المعرفية تتمايز وتستقل وتتحدد فى مراحل عمرية تالية وفقا لما يتوفر لدينا من حقائق أرتقائية وبما يترتب على النضج العمرى من تمايز واتساع وتفصيل لهذا الأداء المعرفى وتصنيفه العاملى ، وهو ما يمكن التثبت منه من خلال المقارنة بين الإنساق العاملية

كما يمكن للباحث أن يفترض أن تدريبا معينا على نوع من الأداء يؤدى إلى تغيرات متوقعة فى الأسس التصنيفية لهذا الأداء ، ويصبح من الممكن هنا أيضا إختبار صحة هذا الفرض من خلال المقارنة بين خصائص هذا الأداء قبل وبعد التدريب فى مستوى التصنيفات العاملية .

لا يمكن وضع هذه الفروض ، ولا تتوفر إمكانية اختبارها فى المستوى العاملى إلا إذا وجد أسلوب مقبول للمقارنة بين عوامل الإنساق المختلفة ، فهل تتوفر هذه الامكانية بلا حدود وما هى أساليبها ؟

الحقيقة أن إمكانية المقارنة بين نسقين عامليين فى دراستين مختلفتين لاتتوفر فى كل الحالات ، بل فى حالات محدودة وبطرق مختلفة فى كل حالة .

فقد نجد أن الدراستين المطلوب المقارنة بينهما مختلفتين فى وقت إجرائهما

♦. مطالعة ممتعة / محمد عموش .

فقد تكون أحدهما تمت في الأربعينات بينما الأخرى في السبعينات ، وقد تختلفان في العينة التي حصلنا منها على البيانات التي كانت مصدراً لمصفوفاتنا الارتباطية ، فقد تكون أحدهما عينة من الذكور والأخرى من الاناث أو قد تكون أحدهما عينة مصرية والأخرى غير مصرية ، أو أحدهما عينة أسوياء والأخرى عينة مرضى . وقد تختلفان في المتغيرات المستخدمة في كل دراسة منهما وهو اختلاف يوجد حتى إذا كانت هذه المتغيرات لنفس السمة ولكن باختبارات أو مقاييس مختلفة وحتى إذا كانت هذه المقاييس تحمل نفس المسمى كمقياس اللاجتماعية في كل دراسه أو مقياس للقلق أو العصابية دون أن يكون المقياس ذاته بنفس بنوده مستخدم في الدراستين .

عند هذا التعدد في أشكال الاختلافات الممكنة يجب فحص الموقف .

فهل يؤثر الاختلاف الزمني في إمكانية المقارنة ، الواقع أن هذا الاختلاف قد لا تكون له أهمية من حيث تدخله المباشر في إمكانية المقارنة لأننا لانضع خاصية زمن الدراسة في بناء العلاقات الارتباطية وهي الأساس في التحليلات العاملية ، بالإضافة إلى أنه لايمكن التفكير في تصميمات تجريبية تقوم على ضرورة المقارنة بين أشكال من الأداء وتصنيفاتها العاملية مقيسة في تزامن دقيق ، وعلى ذلك يمكن المقارنة بين أي نسقين عامليين إذا توافرت لهما شروط المقارنة الأخرى مهما كان التباعد الزمني أو المكاني بينهما ، وتبقى بعد ذلك حالات الاختلاف الأخرى الناتجة عن اختلاف في العينة أو اختلاف في المقاييس .

وتؤدي هذه الاختلافات إلى أربع حالات متمايزة تظهر في كل منها حاجة إلى المقارنة بين العوامل .

الحالة الأولى : هي التي يتفق فيها البناءان العامليين في أن مصدرهما عينة واحدة ولكن المتغيرات فيهما مختلفة ، كأن تكون الدراسة الأولى أجريت على العينة باستخدام مقاييس بطارية جيلفورد للشخصية أو بطارية كاليفورنيا ثم استخلصت العوامل الخاصة بالعينة وأعيدت الدراسة على نفس العينة باستخدام

♦. مطالعة ممتعة / محمد عموش .

بطارية كاتل المعروفة باسم عوامل الشخصية الستة عشر واستخلصت العوامل من جديد .

الحالة الثانية : هى التى يتفق فيها البناءان العامليين فى ان مصدرهما عينة واحدة ومتغيرات واحدة ، كأن نطبق بطارية القدرات الأولية لثرستون على عينـــه معينة فى وقت ما واستخلاص العوامل الخاصة بالارتباطات بين متغيراتها ، ثم نطبق نفس البطارية على نفس العينة بعد عام مثلا .

الحالة الثالثة : هى التى لا يكون مصدر البنائن العامليين عينة واحدة ، بل عينيتين مختلفتين لكن الارتباطات الخاصة بكل عينة منهما لنفس المجموعة من المقاييس ، كأن نطبق بطارية من الاختبارات على عينية من الذكور والإناث ونرغب فى مقارنة عوامل الذكور بعوامل الإناث .

الحالة الرابعة : هى التى يكون فيها الاختلاف فى العينة والمتغيرات معاً ، كأن نطبق بطارية كاليفورنيا على عينة من الذكور وبطارية كاتل على عينة من الإناث ونرغب فى مقارنة عوامل كاليفورنيا الخاصة بالذكور بعوامل كاتل الخاصة بالإناث .

ويتوفر فى **الحالة الأولى** منطق المقارنة المباشرة ، فطالما لدينا نفس العينة من الأفراد بوصفها مصدر للبناءين العامليين فيمكننا فى هذه الحالة حساب الارتباط مباشرة بين العوامل أو تقديراتها حيث يمكننا تحقيق تناظر واحد بواحد بين المتغيرات فى الحالتين من خلال حساب الدرجات العاملية للفرد على عوامل كل نسق منهما على حدة .

ونفس الأمر بالنسبة **للحالة الثانية** التى تقوم على نفس عينة الأفراد ونفس البطارية من الاختبارات ، حيث يمكن حساب معاملات الارتباط بين العوامل فى المصفوفتين بطريقة مباشرة ، بالإضافة إلى أن هذه الحالة توفر

♦. مطالعة ممتعة / محمد عموش .

إمكانية حساب الدرجات العاملية لكل فرد من أفراد العينة على النسقين العامليين،

وهو ما يؤدى إلى حصولنا على أفضل تقدير لثبات البناء العاملي على مدى الزمن، حيث تشير الارتباطات بين هاتين المجموعتين من الدرجات العاملية إلى مدى استقرار العوامل المستخلصة.

تعد **الحالة الثالثة** أهم الحالات التي يثور فيها السؤال الخاص بإمكانية المقارنة بين العوامل فى العلوم السلوكية. ففى هذه الحالة التى لا يكون مصدر البناءين العاملين فيها عينة واحدة بل عينتين فى حين أن العوامل خاصة بنفس البطارية من الاختبارات، نجد أن البناء العاملي الذى نحصل عليه ما هو فى حقيقة الأمر إلا دالة لهذه العينة المعينة التى استخلصت منها هذه البيانات، ومن الطبيعى إذن أن يثور هنا السؤال الخاص بمدى ثبات واستقرار هذه العوامل خارج نسق هذه العينة المعينة أو مدى تشابه هذه العوامل بالعوامل المستخلصة من عينة أخرى، ذلك أن التغير فى العينات قد يكون عشوائياً أو قد يتضمن عينات فرعية من دراسة واحدة وهذه الحالة هى التى يتناولها أسلوب المقارنة بين العوامل.

الحالة الرابعة: والتى يقترن فيها الاختلاف فى عينة الأفراد بالاختلاف فى بطارية المتغيرات هى الحالة الوحيدة التى لا توجد أمكانية على الإطلاق للمقارنة بين النسقين العامليين فيها فهما مختلفان تماماً ولا يوجد بينهما أساس للتشابه يقبل المقارنة، وأى معامل تشابه مهما كان حسابه ممكناً يصبح بلا معنى، فلا المتغيرات هى نفسها بحيث يكون المعامل للارتباط بينها ولا الأفراد أنفسهم بحيث تكون المعاملات مؤشراً لتشابه أدائهم ولا يعد أى شكل من أشكال التشابه بينهما - وهو تشابه لا أساس له - مؤشراً على استقرار لشىء ما، فهذا الشىء غير مشترك بينهما.

ويلخص الجدول الآتى رقم (٤٩) هذه الحالات الأربعة بصورة مبسطة.

• مطالعة ممتعة / محمد عموش .

جدول رقم (٤٩) إمكانية المقارنة بين
عوامل لسقين مختلفين وأسلوبها

العينة / المتغيرات	نفس المتغيرات	متغيرات مختلفة
نفس العينة	ارتباط بين العوامل أو بين الدرجات العاملية	ارتباط بين العوامل أو تقديراتها مع تحقيق تناظر بين المتغيرات
عينة مختلفة	حساب جيوب تمام الزوايا بين متجهات المتغيرات	لا تجوز المقارنة منهجيا

اسلوب المقارنة بين عوامل عينيتين مختلفتين لنفس المتغيرات

يقوم هذا الأسلوب الذى وضعه كايزر 1971 Kaiser على تقدير العلاقة بين كل العوامل فى الدراستين فى نفس الوقت وهو تقدير يمكن تفسيره باعتباره معامل ارتباط بين كل زوج من أزواج العوامل من المصفوفتين . ورغم أن هذا الأسلوب لا يحاول ان ينفذ من هذا التقرير اللارتباط بين أى عاملين من المصفوفتين إلى تفسير معين أو تحديد لهويه كليهما إلا أن هذه المعاملات الارتباط أو هذه المعاملات للتشابه بين العوامل تعد مؤشراً جيداً لتحديد هوية عامل أحد المصفوفتين استرشاداً بعامل تشابهه بعامل فى المصفوفة الأخرى أمكن تحديده بشكل دقيق .

يقوم منطق هذا الأسلوب على تصور متجهات المتغيرات و متجهات العوامل للمصفوفتين فى نفس الحيز المكانى وحيث يمكن حساب جيوب تمام الزوايا بين المتغيرات والتى تعد معاملات ارتباط بينها، ذلك أن الارتباط بين أى متغيرين

♦. مطالعة ممتعة / محمد عموش .

يمكن التعبير عنه باعتباره زاوية معينة بين خطين مستقيمين ويمثل هذين الخطين متجهان يتميزان بخصائص كمية أهمها أنهما يمثلان المتغيرين من حيث الحجم والاتجاه فى علاقة كل منهما بالآخر ، فإذا قمنا بعملية تدوير لأحد المصفوفتين فى اتجاه المصفوفة الأخرى مع توحيد نقطة الأصل بينهما بهدف وضع متجهات جميع المتغيرات فى حيز مكانى عام يشملهما معاً فإن جيوب تمـــام الزوايا بين العوامل تعد بمثابة تقدير للعلاقة بين هذه العوامل ، كما تعد جيوب تمام الزوايا بين كل زوج من المتغيرات فى المصفوفتين معبرة عن أقصى ارتباط بين المتغيرين تحقق عند تمثيل توزيع تباينها على المصفوفتين فى حيز مكانى واحد .

ويمثل الجدول رقم (٥٠) مصفوفتين عامليتين تتكون كل منهما من عاملين ونفس العدد من المتغيرات[١] حيث نقوم بتدوير المصفوفه (ب) فى اتجاه المصفوفة (أ) .

---

(١) من الشروط الهامة التى يذكرها كايزر أن عدد المتغيرات يجب أن يكون متساوياً فى المصفوفتين أما عدد العوامل فلا أهمية للاختلاف فيه بينهما .

♦. مطالعة ممتعة / محمد عموش .

جدول رقم (٥٠) يبين عوامل متعامدة

فى مصفوفتين عاملتين يتم المقارنه بينهما بأسلوب كايزر

المصفوفة (ا)

المتغير / العامل	١	٢
١	٤٠ر	٢٠ر
٢	٧٠ر	١٠ر
٣	٨٠ر	٣٠ر
٤	٥٠ر	٥٠ر
٥	٦٥ر	٢٠ر

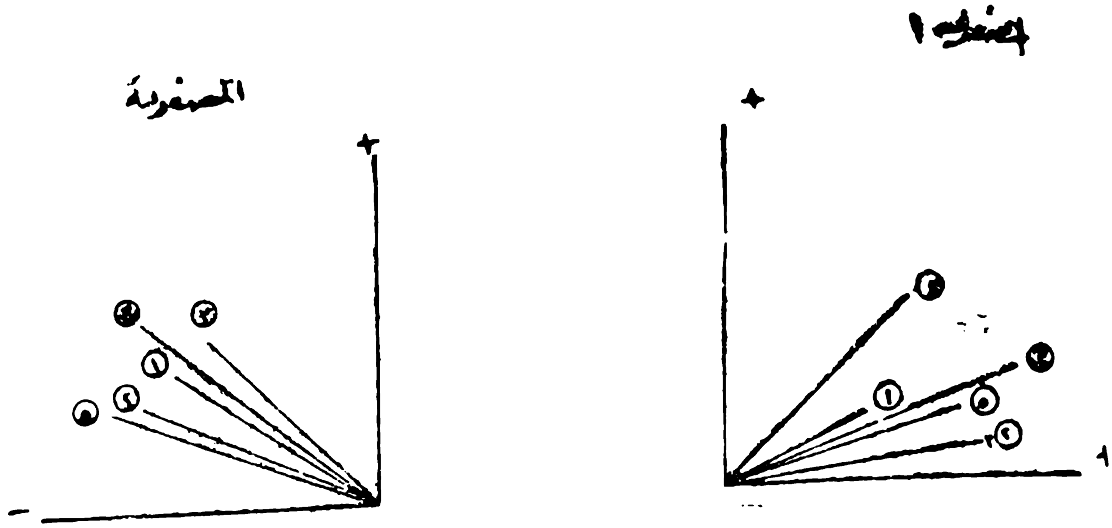
المصفوفة (ب)

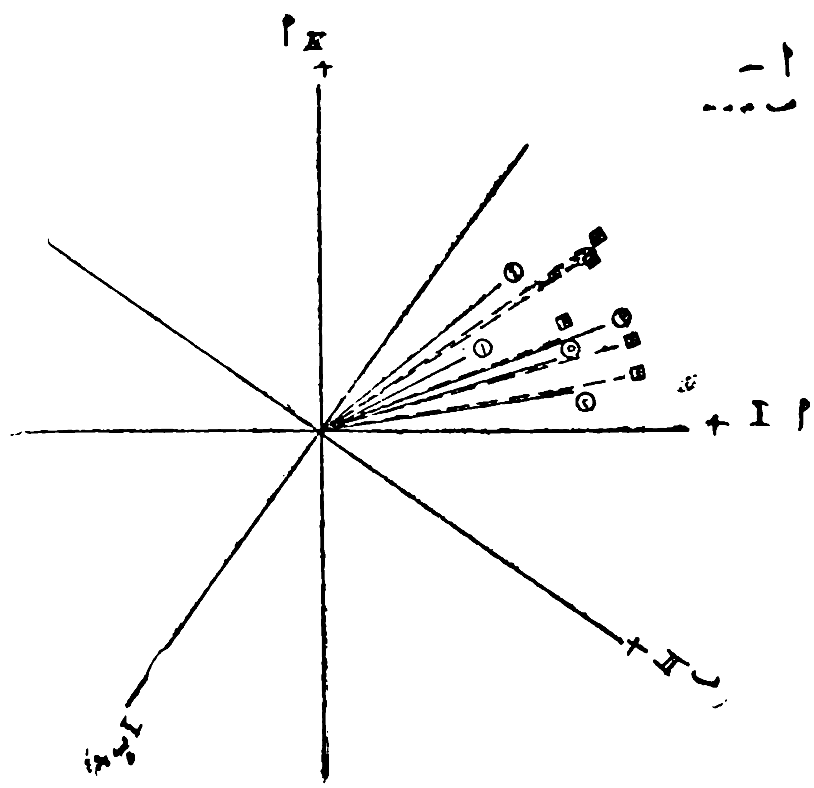
المتغير / العامل	١	٢
١	-٦٠ر	٤٠ر
٢	-٧٥ر	٣٠ر
٣	-٥٠ر	٥٠ر
٤	-٧٠ر	٥٥ر
٥	-٨٠ر	٣٠ر

ويمثل الشكل رقم (٥٠) المصفوفتين (ا) ، (ب) فإذا قمنا بتدوير المصفوفة (ب) فى اتجاه المصفوفة ا بحيث نصل فى تدويرنا إلى أقصى تداخل بين متجهات المتغيرات فى المصفوفتين فيمكننا حساب جيوب تمام الزوايا بين العوامل والتى تعتبر تقديراً للارتباط بينهما أو للتشابه بينهما ، كما تمثل جيوب تمام الزوايا بين المتغيرات أقصى ارتباط بين كل زوج من المتغيرات عندما يحتلا حيز مكانى واحد ويمثل الشكل رقم (٥٠) ما أحدثه التدوير من التوحيد للحيز المكانى لمتغيرات المصفوفين .

♦. مطالعة ممتعة / محمد عموش .

شكل رقم (٥٠) يبين عوامل المصفوفتين ا ، ب
وتدوير ب فى اتجاه ا للوصول إلى أقصى ارتباط بين المتغيرات





تدوير (ب) فى اتجاه (ا)

وبحساب ايم جيوب تمام الزوايا بين عوامل المصفوفتين نصل الى التقديرات المبينة فى جدول رقم (٥١).

♦. مطالعة ممتعة / محمد عموش .

جدول رقم (٥١) قيم جيوب تمام الزوايا
بين عوامل المصفوفتين ا ، ب

المصفوفة ا	العامل	المصفوفة ب ١	المصفوفة ب ٢
	١	٨١٩ر	٦٥٤ر
	٢	٥٧٤ر	٨١٩ر

كما يبين جدول رقم (٥٢) أقصى ارتباط تحقق بين متجهات المتغيرات في المصفوفتين نتيجة للتدوير .

جدول رقم (٥٢) أقصى ارتباط بين متجهات متغيرات المصفوفتين ا ، ب

المتغير	١	٢	٣	٤	٥
أقصى ارتباط	١ر٠٠٠	٨٦٦ر	٩٨٤ر	٨٦٦ر	٩٣٠ر

كما يمكننا هنا أن نحسب زاوية تدوير المصفوفة ب ونحسب قيم تشبعاتها بعد التدوير .

ويلاحظ في هذا المثال أننا أستخدمنا عاملين فقط في كل مصفوفة بهدف التبسيط غير أنه في الأحوال المعتادة تكون المصفوفات المطلوب المقارنة بينها أكبر من ذلك بكثير ويتعين تدوير المصفوفة الثانية كلها في اتجاه المصفوفة الأولى باستخدام الأساليب التحليلية والحاسبات الالكترونية السريعة .

دلالة قيم جيوب تمام الزوايا :

بعد أن قنا بحساب جيوب تمام الزوايا بين عوامل المصفوفتين كما بينا

• مطالعة ممتعة / محمد عموش .

جدول رقم (٥١) فإن السؤال الهام الذى يتطلب إجابة هنا هو ما هى الدلالة الإحصائية لهذه المعاملات وهل يمكن اعتبارها معاملات ارتباط بين العوامل أم لا ؟

الواقع أن هذه المعاملات لا يمكن قبولها بشكل مباشر بوصفها معاملات ارتباط طالما أن العينة مختلفة فى الحالتين مما يمثل حرجا منهجيا لا يمكن إغفاله هنا ، يضاف إلى ذلك حقيقة أساسية وهى أن العوامل نفسها لا تمثل التباين الفعلى لدرجات الأفراد بل تمثل القدر أو النسبة من التباين المشترك بين هؤلاء الأفراد ، وعلى ذلك فان الأفضل هنا أن يطلق على هذه المعاملات تعبير معاملات التشابه بين العوامل(١) وليس معاملات الارتباط(٢) .

غير أن التمييز بين كونها معاملات تشابه وليس معاملات ارتباط لا يحل مشكلة مستوى الدلالة لهذه المعاملات للتشابه ، فنحن نخرج بتقديرات رقمية وهذه التقديرات لا تكتسب قيمتها إلا إذا كان لدينا تحديد لدلالاتها يساعد على تقدير أهميتها .

وقد اتجه عدد من الباحثين لوضع محطات تحكمية(٣) لمستويات الدلالة للتشابه ، من ذلك ما يراه وايت وآخرين (White et al., 1969, p. 216) من أنه يمكن اعتبار العاملين متطابقين(٤) إذا كان الارتباط بينهما ٩٠ر فأكثر أما إذا كان معامل التشابه بينهما يتراوح بين ٧٠ر . فيمكن اعتباره شديد التشابه(٥) وإذا كان معامل التشابه يتراوح بين ٦٠ر إلى ٧٩ر فيكون العاملان متشابهان(٦) فقط ، وهى حدود إجرائية لا يمكن قبولها فى كل المستويات العاملية

---

(١) Coefficient of factor similarity.

(٢) Coefficient of correlation.

(٣) Arbitrary.

(٤) Identical.

(٥) Close similar.

(٦) Similar.

. مطالعة ممتعة / محمد عموش .

أى أنها قد تكون مقبولة فى عوامل الدرجة الأولى ، ويتمين قبول حدود أقل منها فى مستوى عوامل الدرجات العليا . ويمثل الجدول رقم (٥٣) حدود التشابه بين العوامل ودلالاتها فى مستوى عوامل الدرجة الأولى .

جدول رقم (٥٣) لمعاملات التشابه بين العوامل
ودلالاتها المقبولة

معامل التشابه	الدلالة
٩٠ر	تطابق
٨٠ر إلى ٨٩ر	شدة تشابه
٦٠ر إلى ٧٩ر	تشابه

ويوضح المثال التالى المقارنة بين عوامل مصفوفتين أحدهما مستخرجة من عينة من الذكور والثانية من عينة من الاناث على عدد من متغيرات القدرات الإبداعية هى الأصالة ، والمرونة والطلاقة والحساسية للمشكلات ومواصلة الاتجاه وتتكون البطارية من ثمانية عشر متغير ، وحيث اختيرت عينة الذكور وعينة الاناث على نفس البطارية وحسبت عوامل كل منهما على حدة وقد أدى التحليل إلى خمسة عوامل للذكور وثلاثة عوامل الاناث يبينها الجدول رقم (٥٤) .

♦ . مطالعة ممتعة / محمد عموش .

جدول رقم (٥٤) عوامل الذكور وعوامل الإناث على بطارية المتغيرات الإبداعية عددها ١٨ متغير

أ - ذكور

المتغيرات / العوامل		١	٢	٣	٤	٥
طلاقة القصص	أصالة	٠٧٠و	-١٠٨و	-١٧٠و	-٤٤٩و	-٠٧٠و
تطوير	″	٧٦٤و	٢١١و	٠٦١و	-٢٠٩و	-٠٨٤و
خطوط متوازية	″	٠٧٩و	-٠٠٥و	١٨٠و	-٢٧٢و	-٠٥٢و
الدوائر	ح تصنيفات	٠٢٩و	١٨٢و	-١٠٣و	-٤٩٤و	-٢٩٢و
استعمالات غير معتادة	مرونة	٤٠٩و	٣٤٧و	٠٧٢و	-٤٥٩و	-٢٤٣و
ربط المشكلات	ح تصنيفات	١٤٤و	٤٤٣و	٥٣٣و	-٤٤٣و	٠٤٣و
ابتكار	أصالة	٢١٦و	٢٤٧و	١٢٤و	-٢٨٢و	-١٠٣و
تنظيم الرسوم	ح تصنيفات	-٠١٠و	٠٩٦و	٠٩١و	-٠٨٩و	١٩٧و
تسمية المشاهد	مرونة	٤٤٤و	-٠٢٥و	٣٧٤و	-٤٠١و	-٠٠٧و
الرسوم	″	٣٢٩و	٣٣٣و	-٠٣٥و	-٦١٩و	-٠٧٩و
تطوير	طلاقة	٨٨٩و	٠٢٨و	٠٤١و	-١٧٥و	٠٤٦و
خطوط متوازية	″	٨٢٤و	-٠٨٥و	١١٧و	-١٨١و	-٠٠٣و
الرسوم	″	١١٣و	-٠٤٤و	٨٨٩و	-٠٢٩و	-٠٢١و
تسمية المشاهد	″	٢٠٢و	-٣٤٤و	٢٩٧و	-٦٧٠و	٠٢٧و
عناوين القصص	″	٣٤٣و	-٢٨٠و	٢٩٩و	-٦٠٩و	١٣٠و
مواقف انتباه ش	م. انتباه	-٠٢٦و	٠٤٢و	-٠٤٠و	-٠٠١و	٩٤٦و
مواقف انتباه ١٥	″	-٠٥٦و	٧٩٧و	٣٤٧و	١٢١و	-٠٤٤و
مواقف انتباه ٢٠	″	١٠٩و	٧٤٧و	٢٩٦و	-١٩٥و	١٢٥و

ب - إناث

١	٢	٣
٠٢٢و	٠٩٨و	-٦٧٧و
٢٦٧و	٤٢٨و	-٠٥٠و
٢٨٤و	٣٣١و	-٨٥٨و
٥٤٤و	٦٢٣و	-٥٦٦و
٤٩٦و	٠٢٤و	-٦٥٦و
٦٩٦و	٢٠٤و	٣٢١و
٥٦١و	٣٢١و	-٦٣٦و
٦٧٤و	٠٨٠و	-٢٧٤و
٦٨١و	٣٢١و	-٠٣٠و
٣٢٣و	-٠٣٤و	-٢٣٩و
٣٣٣و	٢٩٢و	٧٧٨و
٤١٥و	٢٤٧و	-٧٤٨و
٨٣٧و	١١٩و	-٠٣١و
٦٥٣و	٠٦٤و	-٤٠٧و
٦٦١و	٠٤٧و	-٥٦١و
٤٧٤و	٤٥٧و	-٤٨١و
٢١٧و	٧٧٩و	-٠٧٢و
-٠٦٠و	٧٨٨و	-١٢٤و

وبالمقارنة بين مصفوفتى العوامل المتعامدتين الموضحتين بالجدول السابق نخرج بمصفوفة قيم جيوب التمام الآتية أو بمعنى آخر مصفوفة معاملات التشابه والتي يوضحها الجدول التالى رقم (٥٥) .

♦. مطالعة ممتعة / محمد عموش .

جدول (٥٥) مصفوفة معاملات التشابه بين عوامل الذكور والأناث على المتغيرات الإبداعية

ذكور / أناث	١	٢	٣
١	— ٠٠٣ر	٢٥٥ر	— ٨١٦ر
٢	— ٠٦٣ر	٩٠٩ر	٠٤٨ر
٣	٧٧٧ر	١٩٤ر	٣٤٩ر
٤	٦٢٢ر	١٦٦ر	٤٤٢ر
٥	٠٨٦ر	١٨٤ر	١٢٩ر

ويبين الجدول الآتى رقم (٥٦) أقصى ارتباط بين متجهات المتغيرات فى المصفوفتين تحقق نتيجة لتدوير مصفوفة الأناث فى اتجاه مصفوفة الذكور.

جدول رقم (٥٦) بين أقصى ارتباط بين متغيرات مصفوفتى العوامل بعد التدوير

المتغير	١	٢	٣	٤	٥	٦	٧	٨	٩	١٠	١١	١٢	١٣	١٤	١٥	١٦	١٧	١٨
أقصى ارتباط	٩٠٢ر	٩١٩ر	٩١٢ر	٧٥٠ر	٨١٧ر	٩١٩ر	٨٨٢ر	٧٦٧ر	٩٦٢ر	٩٥١ر	٨٩٢ر	٨٥٦ر	٨٠٤ر	٩٤٦ر	٩٢٠ر	٥٠٦ر	٨٦٨ر	٨٠٤ر

ويظهر فحص مصفوفة معاملات التشابه أن المصفوفة تتضمن أربعة معاملات مقبولة وفقا للحدود التى سبق أن أشرنا إليها ، معامل واحد للتطابق بين العامل الثانى ذكور والعامل الثانى أناث ويلاحظ أيضا أن هذا المعامل يلقى ضوءا واضحا على التفسير الخاص بهذين العاملين ، فبأسترشاد الباحث بخصائص واضحة فى أحد العاملين المتطابقين يمكنه تحديد هويه العامل الآخر وتقديم مضمون ما يحمل من تباينات للمتغيرات .

♦. مطالعة ممتعة / محمد عموش .

المعامل الثانى معامل اشده التشابه بين العامل الاول للذكور والعامل الثالث الأناث ، ويلاحظ هنا أن هذا المعامل كان سالب الإشارة ، وهى ظاهرة يمكن توقعها فى معاملات التشابه التى نخرج بها ولأننا نستطيع أن نفسر العامل مقلوبا فإن إشارة السلب هنا يمكن إغفالها بحيث لا تؤثر فى طبيعة المعامل الذى نخرج به على أن نوضح أن تفسيرنا لأحد العاملين يراعى تفسيره مقلوبا .

أما معاملى التشابه فقط فى المصفوفة فهمـــا بين العامل الثالث ذكور والأول أناث ويبلغ ٧٧٧ر والمعامل الأخير بين الرابع ذكور والأول أناث ويبلغ ـــ ٦٢٢ر وهو هنا بالسلب أيضا وتنطبق عليه قاعدة إلغاء تأثير الإشارة بعد تفسير أحد العاملين مقلوبا .

وحتى يستطيع الباحث فحص التشابه الواضح الذى يمكن أن يترتب على حسابات المقارنة فمن الأفضل فى كل الحالات حساب تشبعات المصفوفة العاملية التى تم تدويرها أثناء المقارنة ، حيث يمكن مقارنة وفحص تشبعاتها بعد التدوير بتشبعات عوامل المصفوفة الأولى وهو ما يعطى المعاملات المستخلصة سمات ملموسة فى مستوى الفحص المباشر .

وبصفة عامة فان أسلوب المقارنة بين العوامل يقدم إضافة هامة للمعالجات العاملية فى الكثير من الدراسات التى تتوصل إلى مصفوفات مختلفة لنفس المتغيرات من عينات متباينة ، ويصبح السؤال الهام الذى يواجه الباحث هو مدى استقرار هذه الإنساق العاملية أو قابليتها لإعادة الإنتاج بين عينة وأخرى أو مدى التشابه بين التصنيفات العاملية المختلفة لعينات متعددة .

♦. مطالعة ممتعة / محمد عموش .

التحليل العاملى من الدرجة الثانية والدرجات العليا

يعد التدوير المائل للعوامل من الحلول المعقدة التى يلجأ إليها الباحث أحياناً إذا قبل منطق الارتباط بين العوامل ورفض منطق الاستقلال الذى يعبر عنه التدوير المتعامد . وقد استخدم التدوير المائل لأهداف أبعد من مجرد تصوير التصنيفات العاملية وفقاً لمنطق التعامد أو الميل، حيث يمكن أن نستخدم مصفوفة الارتباطات بين العوامل المائلة[1] بوصفها مصفوفة ارتباطية عادية قابلة للتحليل العاملى للوصول منها إلى ما نطلق عليه اسم عوامل الدرجة الثانية .

وتصبح التشبعات على عوامل الدرجة الثانية لمتغيرات المصفوفة التى قمنا بتحليلها أى لعوامل الدرجة الاولى ، وبالطبع يمكن أيضاً بنفس الأسلوب حساب الارتباطات بين العوامل المائلة فى الدرجة الثانية وتحليلها عاملياً للوصول إلى عوامل الدرجة الثالثة ، والدرجات العليا وهكذا .

وتبدو هذه الخطوات من التقدم نحو التحليلات العاملية من الدرجات العليا ذات أهمية إذا بدأنا بعدد كبير من متغيرات مجال معين ، ووصلنا منها إلى عدد من العوامل تقبل هى نفسها التصنيف فى فئات أوسع وأكثر تجريداً ويمكن أن يستمر التحليل إلى درجات عليا إلى أن نلخص الصورة التصنيفية فى عاملين أو ثلاثة فقط كما هو الشأن فى عوامل إيزنك للشخصية الانبساط والعصابية وحيث تستخدم هذه العوامل العليا كمحاور أساسية للتصنيف العام لكل متغيرات المجال المعين ، إلا أن محاولة الباحث التقدم للوصول إلى عامل واحد لا يعد ذا قيمة حيث تصبح المسألة هنا بمثابة بدعة رياضية لا معنى لها ،

---

(١) لا تستخدم هنا مصفوفة الارتباطات المباشرة بين العوامل المائلة ؛ بل تستخدم المصفوفة المقلوبة : inverse Matrix.

♦. مطالعة ممتعة / محمد عموش .

لمنطق التصنيف يفترض التوزيع بين فئات ، ومهما قل عدد الفئات إلا أن المنطق يمكن أن يظل مقبولا فى حدود فئتين أو عاملين على الأقل .

إلا أننا نستطيع أن نلاحظ خاصية هامة فى التحليل العاملى من الدرجة الثانية - وهى تنطبق على عوامل الدرجات العليا الاخرى . وهذه الخاصية هى أننا نصل إلى تلخيص شديد لحجم تباين عوامل الدرجة الأولى المترابطة التى هى أصلا بمثابة تلخيص للتباين الارتباطى، مما يجعلنا نتحرك على التوالى نحو تلخيصات شديدة يمكن أن تختفى من خلالها معالم الصورة السيكلوجية .

فبينما يكون من الميسور إلى حد كبير تفسير عوامل الدرجة الأولى بالرجوع مباشرة إلى ما تقيسه المتغيرات الدالة على العوامل ، فإن الأمر يختلف ويصبح شديد الصعوبة فى عوامل الدرجة الثانية والدرجات العليا مما يحدو بالكثيرين إلى رفض هذا الحل من أساسه باعتباره يبعدنا تمـــاماً عن الصورة السيكلوجية أو المضمون السيكلوجى المباشر ويلقى بنا فى صياغات رياضية خارجة عن حدود المفاهيم السيكلوجية .

وحتى نتمكن من متابعة تفاصيل هذه الصورة والحلول الممكنة لها ، وهى حلول أصبحت ميسورة الآن، سنتناول فيما يلى مثالا لمصفوفه من عوامل الدرجة الأولى المائلة ، وهى ناتجة عن التدوير بالبروماكس لمصفوفة العوامل المتعامدة التى سبق أن درسناها فى الفصل الخامس عشر جدول رقم (٤٦) ويلاحظ القارىء من فحصه للمصفوفة أن قيم الشيوع قد اختلفت عن قيم شيوع المصفوفة الأصلية وهى نتيجة تترتب على التدوير المائل .

ويلاحظ من جدول رقم (٤٦) لمصفوفة العوامل المائلة للمتغيرات الإبداعية أنه يمكن تفسير عواملها على الوجه الآتى :

العامل الأول : يحمل تشبعات دالة شديدة الارتفاع لأغلب متغيرات الطلاقة فى المصفوفة وتبرز بصفة خاصة تشبعات الطلاقة الشكلية على اختبارى

الدوائر والخطوط المتوازية ، ولأن الطلاقة هنا لا تعتمد على مجرد تداعى لفظى ولكنها تعتمد على طلاقة خلق تكوينات جديدة من خطوط ودوائر فمن المنطقى أن نجـــد تشبعات دالة ، بل مرتفعة الدلالة لمتغيرات الأصالة سواء الشكلية أو اللفظية ، وعلى هذا يفسر هذا العامل على أنه للطلاقة أو إن شئنا الدقة يمكن أن نطلق عليه اسم طلاقة الأصالة .

العامل الثانى : يحمل تشبعين فقط فى مستوى الدلالة المقبول وهو ٣ر على الأقل لمتغيرى مواصلة الاتجاه اللفظيين الأول والثانى وأعلى تشبع يليهما (وإن لم يكن دالا) لمواصلة الاتجاه الشكلى وهى صورة تؤيد إلى حد كبير حقائق البناء العقلى لجيلفورد[1] من أنه يمكن افتراض عامل جديد إذا تغير أحد أبعاد العامل سواء بعد المضمون أو الإنتاج أو العملية ، وهنا نجد أن المضمون شكلى لهذا المتغير بينما المتغيرين الدالين مضمونها لفظى وعلى ذلك يمكن أن نقبل بلا تردد تفسير هذا العامل على أنه مواصلة للاتجاه .

العامل الثالث : يحمل تشبعات دالة لاثنتين من المتغيرات ، لمتغيرات الحساسية للمشكلات ومتغيرات الطلاقة اللفظية ، مع تشبع واحد للمرونة وآخر لمواصلة الاتجاه الشكلى ويمكن قبوله بوصفه عامل للطلاقة اللفظية وهى طلاقة لفظية فرضت نفسها على الأداء على اختبارات الحساسية للمشكلات وانخفض تأثيرها على الاختبار الثالث للحساسية للمشكلات (متغير ٦ رؤية المشكلات) عندما أصبح الأداء هنا يتطلب اكتشاف الثغرات وليس التفكير فى تحسينات وتطوير للنظم والأدوات، فاكتشاف الثغرات تبدو فيه خصائص الأصالة بشكل أوضح كثيرا .

العامل الرابع : عامل أصالة شديد الوضوح يحمل تشبعات لأهم

---

(١) راجع الفصل التاسع عشر .

♦. مطالعة ممتعة / محمد عمروش .

متغيرات الأصالة ويؤكد هذا الامتزاج بين الأصالة والمرونة ، كما يؤكد من جانب آخر ما أوحى به العامل السابق والذي عبر عن تصنيف يستبعد اختبار رؤية المشكلات والذى يسهم هنا مع الأصالة بتشبع دال مؤكدا المنطق الذى استشفه من خصائص الأداء عليه .

جدول رقم (٥٦) العوامل المائلة لعدد ١٨ متغير من متغيرات الإبداع

تدوير مائل بالبروما كس

	المتغيرات	العوامل	١	٢	٣	٤
١	فاعلية التقصص	أصالة	٢٦١٥و	-٠٩٦و	-٠٤٢ر	٦٤٨٩و
٢	السلاسة	،،	٦١١٩و	١٥١٢و	-١٩٩٦	٢٥٨٨و
٣	مخطوطات متوازية	،،	٨٤١٦و	٢٤٠و	-٠٥٢و	١٠٤٦و
٤	الازدواجية	ح. تشكيلات	٤٩٤٩و	١١٢٨و	٢١٩٥و	٩٩٤و
٥	سهولة تغيير المعادلة	مرونة	٢٢٤٨و	٠٨٥٠و	١٤٩٤و	٤٩٨و
٦	تحديد المشكلات	ح. تشكيلات	-١٢٧٢و	٢١٠٩و	٥٩٠٥و	٢٨٥٠و
٧	الألغاز	أصالة	٢٢٤٩و	١٠٧٢و	٢٧٦٩و	٤١٠٥و
٨	تنظيم المعلومات	ح. تشكيلات	-٤٧٤	٦٢٤و	٤٨٨٥و	٦٦٥٨و
٩	تسمية الأشكال	مرونة	٤١١و	-٠٠٨٧و	٤٥٤٤و	٠٩٥٠و
١٠	الاستخدامات	مرونة	١٤٥٦و	-١٦٢و	-٠٩٧١و	٥١٥٨و
١١	الدوائر	طلاقة	٢٩١و	٠١٠٨و	-١٦٩و	٠٨٠٩و
١٢	مخطوطات متوازية	،،	٩٤٦٤	-٠٤٦٦و	٠٩٦٦و	-١٠٦٤و
١٣	الاستخدامات	،،	-٠٠٦٨و	-٠٥١٦و	٩٢٢٧و	-٢٧٦٢و
١٤	تسمية الأشكال	،،	٤٢٤٨و	-٢٤٧٢و	٤٩٥٨و	١٥٢و
١٥	فاعلية التقصص	،،	٤٤٤٤و	-٢٢٨٩و	٥٠١١و	١٠٨٩و
١٦	مواصلة الاتجاه	مواصلة الاتجاه	٤٤٤٢و	٢٧٨٦و	٤٤٧٧و	-٤١١٦و
١٧	مواصلة الاتجاه ١٥	،، ،،	٠٢٥٥و	٨٠٤٩و	١٤٧٨و	-١٨٦٩
١٨	،، ،، ٢٥	،، ،،	٠٨٢٤و	٧٩١٦و	-٢٧٢٧و	٤١٨و

♦ . مطالعة ممتعة / محمد عموش .

الخطوة التالية بعد التدوير المائل محسوباً بأحد الطرق المختلفة للتدوير المائل التى سبق أن أشرنا إليها ، نقوم فيها بحساب معاملات الارتباط بين هذه العوامل(١) لنخرج بمصفوفة ارتباطية بينها ، وستكون متغيرات هذه المصفوفة هى هذه العوامل المائلة ، ويبين الجدول التالى رقم (٥٧) مصفوفة الارتباطات بين العوامل المائلة الأربعة السابقة :

جدول رقم (٥٧) لمصفوفة الارتباطات

بين العوامل المائلة للتغيرات الإبداعية

العامل	١	٢	٣
١	—		
٢	٣٧٣٤ر	—	
٣	٥٦٥٠ر	٢٤٥٧ر	—
٤	٥٦٥٦ر	٢١٩٨ر	٥٤٠٩ر

رغم أننا حصلنا فى هذه الخطوة على معاملات الارتباط بين العوامل المائلة ، إلا أننا لا نملك حتى الآن أسلوب إحصائى لتقدير جوهرية هذه المعاملات فهى ارتباطات بين عوامل ، القيم فيها عبارة عن تشبعات عدد محدود من المتغيرات ، ويصبح من العسير الرجوع لحساب الاحتمالية بناء على الحجم الأصلى للعينة الذى ابتعدنا عنه كثيراً ، طالما أن هذه الارتباطات بين عوامل الدرجة الثانية لا تعطينا فى نفس الوقت تقديراً للتباين الأصلى للمتغيرات .

يمكننا باستخدام هذه المصفوفة وتحليلها أن نحصل على عوامل الدرجة الثانية وهى عوامل تحمل تشبعات لعوامل الدرجة الأولى ، ولأننا التزمنا فى هذا المثال بقبول محك جذر كامن واحد صحيح للتوقف عن استخلاص العوامل ،

---

(١) من خلال حساب مقلوب مصفوفة الارتباطات

♦. مطالعة ممتعة / محمد عموش .

فقد أدى هذا المحك إلى استخلاص عامل واحد فقط ، وإن كان من الممكن بالطبع التقدم لاستخلاص عامل ثانى وفق محك آخر من محكات تقدير عدد العوامل ، وربما يمكن هنا قبول ما سبق أن ذكرناه من أهمية الحصول على أكثر من عامل واحد فى مستوى الدرجات العليا .

وبالرغم من ذلك يمكننا استخدام هذا العامل الواحد فى مستوى الدرجة الثانية استخداماً جيداً لإيضاح معالم هذا المستوى .

ويبين جدول رقم (٥٨) عامل الدرجة الثانية الذى حصلنا عليه وجذره الكامن وعلينا أن نلاحظ أن هذا الجذر الكامن يمثل تبايناً للمصفوفة الارتباطية بين العوامل يبلغ ٥٥و٩٥٥٪ وهى نسبة مرتفعة من التباين مستخلصة على عامل واحد .

غير أننا نستطيع أن نتناول هذا الحجم من التباين الذى يبلغ ٢٫٣٨٢ والذى يمثله عامل الدرجة الثانية من منظور آخر قد يقلل من أهميته .

فصحيح أن هذا الحجم يساوى حوالى ٥٦٪ من تباين الارتباطات بين عوامل الدرجة الأولى المائلة ولكنه فى نهاية الأمر عبارة عن التلخيص النهائى للتباين الارتباطى الأصلى أو التباين الارتباطى بين المتغيرات الاختبارية وبحساب نسبته إلى التباين الأصلى سنجد أنه يبلغ ١٢٫٤٣٪ فقط .

بمعنى آخر أننا حصلنا على صورة شديدة التلخيص ، تلخص ما سبق تلخيصه ، فهل يمكن هنا فهم معالم هذه العوامل شديدة التلخيص فى ضوء أنها صورة غير مباشرة ، وفى ضوء بعدها عن المصدر السيكلوجى المباشر الذى نعود إليه دائماً لاستشفاف المعانى السيكلوجية عند محاولة التعرف على هوية العامل وتفسيره ؟

♦. مطالعة ممتعة / محمد عموش .

جدول رقم (٥٨)

تشبعات عامل الدرجة الثانية وجذره الكامن

المتغيرات أو عوامل الدرجة الأولى	عامل الدرجة الثانية
١	٨١٤١٦ر
٢	٤٨٨٠ر
٣	٨٠٧١ر
٤	٨٠٠٢ر
الجذر الكامن	٢٣٨٢ر٢

لنبدأ أولا بفحص هذا العامل سنجد عليه أربعة تشبعات وجميعها فى مستوى الدلالة المقبول ، وأعلى تشبعاته هى للعامل الأول من عوامل الدرجة الأولى وقد سبق أن فسر هذا العامل الأول على أنه عامل للطلاقة أو أصالة الطلاقة ، بينما أقل تشبع على عامل الدرجة الثانية هو لعامل الدرجة الأولى الثانى الذى سبق أن فسرناه على أنه عامل مواصلة الاتجاه اللفظى فهل يمكننا تفسير عامل الدرجة الثانية هذا على أنه عامل إبداعى عام تغلب عليه صبغة الأصالة أو طلاقة الأصالة ، وهل يمكن من خلاله الحصول على تقديرات لإسهامات المتغيرات الاختبارية المختلفة عليه رغم أنها لم تكن موحدة الأوزان فى عوامل الدرجة الأولى ؟

الواقع أن كل هذه المشكلات تؤدى إلى الحذر الشديد فى التعامل مع عوامل الدرجة الثانية ، كما تؤدى إلى ضرورة التروى فى تحديد المعالم السيكلوجية الدقيقة لصورة شديدة التلخيص ويتعين حتى يمكن الاستفادة من تحليلات الدرجات العليا وربطها بالمستوى السيكلوجى الاختبارى المباشر أن نجد طريقة تؤدى لتعبير عوامل الدرجات العليا عن المتغيرات الأصلية وأن نجد طريقة لربط تباين مصفوفة العوامل العليا بتباين مصفوفة عوامل الدرجة الأولى ، وقد تكفل بهذا الحل أسلوب إسقاط المتغيرات على العوامل العليا .

• مطالعة ممتعة / محمد عموش .

إسقاط المتغيرات[1] على عوامل الدرجات العليا

يقدم هندريكسون ووايت (Hendrickson and White, 1966) حلاً مناسباً لمشكلة التجريد المسرف لعوامل الدرجات العليا ، ويرى هذا الحل لتحويل تشبعات عوامل الدرجة الثانية ـ أو عوامل الدرجات الأخرى العليا ـ إلى تشبعات للمتغيرات الأصلية التي بدأنا بها وليس لعوامل الدرجة الأولى بما يقرب الصورة إلى الواقع السيكولوجي بدرجة أكبر ، ويقوم هذا الإجراء على ضرب عوامل الدرجة الثانية قبل إجراء أي تدوير عليها في عوامل الدرجة الأولى المائلة ، فنحصل بذلك على مصفوفة جديدة لعوامل الدرجة الثانية تتكون أعمدتها من عوامل الدرجة الثانية وصفوفها من عوامل الدرجة الأولى (أي من المتغيرات نفسها) وبذلك تكون تشبعاتها للمتغيرات وليس للعوامل ويصلح هذا الأسلوب بالنسبة لعوامل الدرجات العليا على التوالي بنفس الطريقة .

ويلاحظ هنا أنه في حالة ما إذا كانت اهتماماتنا متجهة إلى التقدم لتحليلات من الدرجات العليا من الثانية إلى الثالثة وهكذا فيمكننا أن ننتقل مباشرة من مصفوفة العوامل بعد الإسقاط دون الحاجة إلى تدويرها إلى التدوير المتعامد ثم المائل ، حيث يمكن هنا حساب الارتباط بين عوامل المصفوفة بعد الإسقاط إلى التحليل من الدرجة التالية سواء الثالثة أو الرابعة ، ويعني هذا تساوي الصورة بين مصفوفة العوامل بعد الإسقاط وبدون تدوير وبين المصفوفة نفسها بعد إجراء خطوتي التدوير المتعامد ثم المائل بالبروماكس .

وبضرب العامل المنتج في الدرجة الثانية الذي حصلنا عليه في مصفوفة عوامل الدرجة الأولى المائلة سنحصل على هذا العامل الجديد الذي يحمل تشبعات للمتغيرات الأصلية طبقاً لجدول رقم (٥٩) .

---

(١) Projection of variables.

♦. مطالعة ممتعة / محمد عموش .

جدول رقم (٥٩) عامل الدرجة الثانية

بعد إسقاط المتغيرات عليه

المتغيرات		التشبعات
عناوير القصص	أصالة	٤٦٤٤ر
الدوائر	أصالة	٦٣٤٨ر
خطوط متوازية	أصالة	٧٩٤٧ر
الأدوات	ح . للمشكلات	٧٢٨٢ر
استعمالات غير معتادة	مرونة	٧٤٣١ر
رؤية المشكلات	ح . للمشكلات	٧٠٠٤
الألغاز	أصالة	٧٩٧٧ر
النظم الاجتماعية	ح . للمشكلات	٦٤٣٦ر
تسمية الأشياء	مرونة	٧٨٦٧ر
الاستخدام	مرونة	٦٤٥١ر
الدوائر	طلاقة	٧٤٨١ر
خطوط متوازية	»	٧٥٧٧ر
الاستخدام	»	٤٩٢٨ر
تسمية الإشياء	»	٦٧٩٩ر
عناوين القصص	»	٧٤٥٤ر
مواصلة الاتجاه ش	مواصلة الاتجاه	٥٤٠٢ر
مواصلة الاتجاه ل١	» »	٣٨٤٠ر
مواصلة الاتجاه ل٢	» »	٣٨٠٤ر
الجذر الكامن		٧ر٨٨٧٣

يمكننا بهذه الخطوة أن نجد صورة واقعية إلى حد كبير قابلة للتحديد والتفسير، فالتشبعات للمتغيرات الأصلية وحجم التباين يصل الآن إلى حوالى ٤٣ر٨١ ٪ وليس إلى ١٢ر٤٣ ٪ ويمكننا أيضاً أن نتعرف على حجم مساهمة كل متغير فى تباين العامل من الدرجة الثانية الذى حصلنا عليه .

♦. مطالعة ممتعة / محمد عموش .

بهذه الصورة ومن خلال أسلوب الإسقاط للمتغيرات يمكن التغلب على الإسراف فى التجريد والبعد عن المصدر السيكلوجى المباشر والذى كان دائماً مثاراً لنقد التحليلات العاملية من الدرجات العليا ، ومن الواضح أننا نستطيع أن نسقط المتغيرات الأصلية على العوامل من أى درجة عليا طالما نستطيع ضرب مصفوفة عوامل الدرجة العليا فى مصفوفة العوامل المائلة من الدرجة السابقة والمعادلة العامة المستخدمة هنا هى .

$$\text{ا}_{\text{ل ن}} = \text{ب}_{\text{ل م}}\ \text{حـ}_{\text{م ن}}$$

حيث ا هى مصفوفة العوامل و ب هى مصفوفة العوامل المائلة من الدرجة ن ــ ١ ، حـ هى مصفوفة العوامل العليا من الدرجة ن بدون تدوير .

الدرجة العاملية(١)

يؤدى تحليلنا لمصفوفة من الارتباطات بين عدد من المتغيرات إلى تصنيف لتباين أداء عينة المفحوصين على هذه المقاييس أو المتغيرات ، بحيث نحصل على العوامل المختلفة التى تقف خلف الأداء على هذه الاختبارات ، ونقف على أوزان هذه العوامل من خلال تقديرنا لأهمية كل عامل مقيسا بعدد التشبعات الدالة عليه وحجم هذه التشبعات ونسبة تباينه .

ويجد الباحث فى أحيان كثيرة أنه فى حاجة لمعرفة كيف يستفيد بخصائص هذا التصنيف لأداء العينة التى اختبرها وحلل الارتباطات بين درجاتها فى مستوى الفرد الواحد ، بمعنى آخر ، إذا توصل الباحث لتصنيف الأداء الخاص بعينة معينة على خمسة اختبارات للإبداع مثلا فى ثلاثة عوامل وكانت اختباراته

---

(١) Factor score.

♦. مطالعة ممتعة / محمد عموش .

المستخدمة هى الألغاز للأصالة ، عناوين القصص للطلاقة والأصالة ، الاستخدامات غير المعتادة للمرونة والأصالة وكانت عوامله التى حصل عليها هى عامل الأصالة وعامل للطلاقة وثالث للمرونة كما يمثلها الجدول الآتى رقم (٦٠) .

جدول رقم (٦٠) ثلاثة عوامل إبداعية

من تحليل مصفوفة ارتباطية لخمسة متغيرات بطريقة هوتلينج

المتغيرات / العوامل	أصالة	طلاقة	مرونة	قيم الشيوع
الألغاز أصالة	٠٫٦٥	٠٫٢٨	٫٣٣	٫٦٠٩٨
عناوين القصص أصالة	٠٫٧٢	٠٫٤٤	٠٫٢٥	٫٧٧٥
« « طلاقة	٠٫٢١	٠٫٨٦	—٠٫٠٩	٫٧٩١٧
استخدامات غير معتادة مرونة	٫٢٤	٠٫٣١	٠٫٨٥	٫٧٧٦٢
« « « أصالة	٫٥٤	—٠٫١٦	٠٫٣٢	٫٤١٩٦
الجذر الكامن	١٫٣٣٤٢	٣٫١٣٣٣	١٫٠٠٤٤	٣٫٠٧١٩

فكيف نستطيع فى ضوء درجات فرد ما على هذه المقاييس الخمسة ، وفى ضوء تشبعات هذه المقاييس على العوامل الثلاثة أن نحصل على تقدير لعوامل الشخص ، كيف يمكن حساب الدرجة العاملية للفرد ا على العامل الأول وعلى العامل الثانى ودرجته على العامل الثالث .

إن أهمية هذه المعلومة الجديدة هى أنها تعطينا تقديراً لدرجات شخص ما وما إذا كانت هذه الدرجات ذات أوزان تتسق مع أوزان المكونات المختلفة التى يتضمنها تصنيفنا العامل أم لا .

فطالما نصنف عامليا خصائص الأداء ، وطالما أن هذا الأداء على الاختبار

♦. مطالعة ممتعة / محمد عموش .

الواحد يتضمن خصائص متعددة[1]. فليس فى مقدورنا أن ندعى أن درجة الفرد على اختبار معين يقيس الأصالة تعكس قدرته على الأصالة، وتعطينا تقديراً مباشراً ونقيا لهذه القدرة، ذلك أن هناك حجم من الأداء على هذا الاختبار الخاص بالأصالة يرد فى واقع الأمر إلى خصائص أخرى أمكن عزلها وتمييزها فى تصنيفنا العاملى فى فئة مستقلة أوعامل مستقل، وهو الأمر الذى ينطبق على كل المقاييس المستخدمة فى بطارية الاختبارات.

لكل هذا قد نجد أننا فى حاجة لترجمة درجات فرد معين أو جميع أفراد العينة على المقاييس المختلفة إلى درجات عاملية، أى إلى درجات تمثل وزن أداء الفرد فى ضوء التصنيف العاملى الذى توصلنا إليه وبدلا من أن تكون لدينا خمس درجات لكل فرد على الاختبارات الخمسة فإننا سنحصل على ثلاث درجات فقط على العوامل الثلاثة. ويمكننا إذا أردنا تلخيصا أكبر أن نكتفى بدرجة عاملية واحدة وإن كانت أقل دقة، محسوبة للفرد على العامل الأول صاحب أكبر قدر من التباين.

يمكننا حساب الدرجات العاملية من خلال طريقة المكونات الأساسية لهوتيلنيج والتى توفر دون غيرها هذه الميزة، حيث تعبر العوامل المحسوبة بهذه الطريقة أفضل تعبير عن درجات الأفراد، بينما تعبر الطرق العاملية الأخرى كالطريقة المركزية أو طريقة سبيرمان عن الارتباطات بشكل أفضل.

التحفظ الوحيد المطلوب عند حساب الدرجة العاملية من مصفوفة

---

(١) ذلك اننا حتى الوقت الراهن من التقدم السيكومترى لا نستطيع ان نقول ان لدينا مقاييس نقية عامليا بحيث يتراكم تباين الاداء عليها على عامل واحد فقط والصورة الواقعية التى نواجهها بأستمرار هى توزيع لتبايـن الاختبار على عدد من العوامل يعد كل عامل مسئولا عن جزء من هذا التبايـن ومفسر له.

♦. مطالعة ممتعة / محمد عموش .

لعوامل هوتيلنج هو أن نكون قد أستخدمنا الوحدات (الواحد الصحيح) فى الخلايا القطرية للصفوفة الارتباطية بوصفه تباين المتغير.

وتؤدى طريقة المكونات الأساسية إلى حساب الدرجة العاملية بشكل مباشر بينما لاتوفر الطرق الأخرى إلا تقديرات أقل كثيراً فى دقتها، ويرجع ذلك إلى حقيقة أن عوامل هوتيلينج أقل تعدداً من الاختبارات حيث لا مكان فيها للعوامل النوعية التى تساوى وحدها عدد الاختبارات المستخدمة بالإضافة إلى العوامل العامة، أو العوامل الطائفية حسبما نجد فى طريقة ثرستون أو سبيرمان وهو فارق يظهر فى الفرق بين عدد المجاهيل فى كل طريقة، فعدد المجاهيل أكبر من عدد المعادلات فى ثرستون وسبيرمان، بينما لدينا فى طريقة المكونات الأساسية عدد من المجاهيل مساو لعدد المعادلات.

وعلى ذلك فإننا نستطيع حساب الدرجات العاملية للفرد الواحد باستخدام عوامل هوتيلنج مباشرة متبعين فى ذلك عدد من الخطوات القصيرة كالآتى:

حساب الدرجة العاملية من درجات الفرد:

بعد أن نحصل على العوامل بطريقة المكونات الأساسية لعينة من الأفراد، وبافتراض أن عواملنا كانت هى التى يبينها الجدول السابق رقم (٦٠) فإن هذا الجدول يمكن اعتباره معادلة تخصيص(١) قابلة للحل بالتعويض فيها، فنحن نستطيع أن ننظر للجدول رأسيا لنعتبر أن قيمه هى مكونات العامل الاختبارية فعامل الأصالة يتضمن مكونات من الاختبارات الخمسة على الترتيب الآتى ٦٥ ؟ ٧٢ر ؟ ٢١ر ؟ ٢٤ر ؟ ٥٠ر. وعامل الطلاقة يتضمن مكونات اختبارية كالآتى ٢٨ر ؟ ٤٤ر ؟ ٨٦ر ؟ ٣١ر ؟ — ١٠ر. وهكذا. ونستطيع أن ننظر إلى الجدول أفقيا لنعتبر أن قيمة هى المكونات العاملية للاختبارات

---

(١) Specification equation.

• مطالعة ممتعة / محمد عموش .

المختلفة فأختبار الألغاز يتضمن المكونات العاملية الثلاثة الآتية : ٦٥ر أصالة ، ٢٨ طلاقة ، ٣٣ر مرونة وأختبار عناوين القصص طلاقة يتضمن المكونات العاملية الثلاث الآتية : ٢١ رأصالة . ٨٦ر طلاقة ، — ٠٩ر مرونة وهكذا ويمكننا أن نضع الجدول بهذه الصورة أمامنا مرة أخرى .

جدول رقم (٦١) لمصفوفة المكونات العاملية للاختبارات
والمكونات الاختبارية للعوامل (مصفوفة عاملية)

	ع١	ع٢	ع٣
م١	٦٥ر	٢٨ر	٣٣ر
م٢	٧٢ر	٤٤ ر	٢٥ر
م٣	٢١ر	٨٦ر	— ٠٩ر
م٤	٢٤ر	٣١ر	٨٥ر
م٥	٥٤ر	— ١٦ر	٣٢ر
الجذر الكامن	١ر٣٣٤٢	١ر١٣٢٣	١ر٠٠٤٤

وتقوم القيم م هنا وهى المكونات الاختبارية لكل عامل مقام الدرجات على الاختبارات الخمسة وهى قيم محسوبة بوصفها درجات معيارية ، فإذا كانت لدينا الدرجات المعيارية الآتية للفردين ا ، ب على الاختبارات الخمسة حسب جدول رقم (٦٢) .

• مطالعة ممتعة / محمد عموش .

جدول رقم (٦٢)

الدرجات المعيارية للفردين ا ، ب على المتغيرات الخمسة

م / الفرد	ا *	ب
م١	١ر٣	— ٣
م٢	٦ر	١ر
م٣	— ٥ر	١ر٤
م٤	٧ر	٩ر
م٥	١ر٢	— ٢ر

فاننا نستطيع إحلال هذه الدرجات بدلا من المكونات الاختبارية لكل عامل للحصول على الدرجة العاملية لكل من ا ، ب وذلك على الوجه الآتى :

١ — نضرب كل درجة من درجات ا على الاختبارات الخمسة فى تشبع كل اختبار على العامل الاول .

٢ — تجمع القيم الناتجة عن ضرب درجات الاختبارات الخمسة فى تشبعاتها على العامل .

٣ — نقسم الناتج على الجذر الكامن للعامل وبذلك نحصل على الدرجة العاملية للفرد أ

لاحظ اننا نستخدم هنا الدرجة المعيارية للفرد وهى الناتجة عن قسمة الفرق بين درجته الخام او الاصلية وبين متوسط اداء العينة على الانحراف المعيارى لهذا المتوسط $\left(\frac{س - \bar{س}}{ع}\right)$

. مطالعة ممتعة / محمد عموش .

وبتطبيق هذه الخطوات سنجد أن الدرجة العاملية للفرد ا على العامل الأول كالآتى : (١ر٣ × ٦٥ر) + (٦ر × ٧٢ر) + (− ٠ × ٢١ر) + (٧ر × ٢٤ر) + (١ر٢ × ٥٤ر) = ١ر٩٨٨ ÷ ١ر٣٣٤٢ (الجذر الكامن) = ١ر٤٩٠ .

وعلى العامل الثانى كالآتى : (١ر٣ × ٢٨ر) + (٦ر × ٤٤ر) + (− ٥ر × ٨٦ر) + (٧ر × ٣١ر) + (١ر٢ × ١٦ر) = ٢٦٢٣ر ÷ ١ر١٣٣٣ = ١٩٦٧ر

وعلى العامل الثالث كالآتى : (١ر٣ × ٢٣ر) + (٦ر × ٢٥ر) + (− ٥ر × − ٠٩ر) + (٧ر × ٨٥ر) + (١ر٢ × ٣٢) = ١ر٦٠٣ ÷ ١ر٠٠٤١ = ١ر٥٩٦

وبنفس الأسلوب يمكننا أن نحسب الدرجات العاملية للفرد ب ، ويبين الجدول الآتى الدرجات العاملية لكل من ا ، ب .

جدول رقم (٦٣) الدرجات العاملية

للفردين ا ، ب على العوامل الثلاثة

الدرجة العاملية / الفرد	ا	ب
العامل الأول	١ر٤٩٠	٢٠٩ر
العامل الثانى	١٩٧ر	١ر٣٠٢
العامل الثالث	١ر٥٩٦	٤٩٩ر

تتكفل المقارنة بين الدرجات العاملية التى حصل عليها كل من ا ، ب

. مطالعة ممتعة / محمد عموش .

وبين درجاتهم الأصلية بتوضيح ما تعبر عنه الدرجات العاملية في حقيقة الأمر، فهي تعكس الأداء على كل المقاييس المستخدمة وفقاً للمكونات العاملية لهذه المقاييس .

فإذا بدأنا بالفرد ا فسنلاحظ أن درجاته المعيارية الأصلية كانت مرتفعة بشكل واضح على متغيرات الأصالة فقد حصل على ١٫٣ في اختبار الألغاز ، ٦ر ف اختبار عناوين القصص أصالة ، ٢ر١ في اختبار الاستخدامات غير المعتادة أصالة وهي جميعاً درجات معيارية موجبة مما يدل على أنه أعلى من متوسط المجموعة على هذه المقاييس الثلاثة بشكل ظاهر وقد أدى ذلك لحصوله على درجة عاملية مرتفعة على العامل الأول الذى اعتبرناه عاملا الأصالة ، ولأن درجات نفس هذا الشخص كانت منخفضة على المقاييس الخاصة بالطلاقة حيث حصل على درجة معيارية قدرها — ٥ر ، أى كان أقل من متوسط المجموعة ، فإن درجته المعيارية على عامل الطلاقة كانت شديدة الانخفاض ، أما درجته على عامل المرونة فكانت مرتفعة وهي متسقة في ذلك مع درجاته المعيارية على متغير المرونة والذى حصل فيه على ٧ر .

وبالنسبة للفرد ب سنجـــد أيضاً أن أعلى درجاته المعيارية على الاختبارات الخمسة وهي ٤ر١ على عناوين القصص طلاقة انعكست في ارتفاع ظاهر في درجته العاملية على العامل الثاني للطلاقة بينما كانت درجاته الأخرى على العاملين الاخرين منخفضة .

ويمكننا إذا أردنا صيغة أكثر اختصاراً لهذه التعبيرات الوصفية لدرجات هذين الشخصين وفقاً للتصنيف العاملي أن نكتفي بالدرجة العاملية لكل منهما على العامل الأول وبذلك تكون الدرجة العاملية المختصرة للفرد ا هي ٤٩٠ر١ وللفرد ب هي ٢٠٩ر وهي أيضاً درجات وصفية معقولة إذا وضعنا في اعتبارنا أن متوسط الدرجة المعيارية لأداء ا على كل الاختبارات هو ٦٦ر بينما متوسط

♦. مطالعة ممتعة / محمد عموش .

الفصل السابع عشر

تحليل التجمعات

تحليل التجمعات (١)

تبينا فى كل أساليب التحليل العاملى المختلفة أن كل هذه الأساليب تقوم بتحليل التباينات التى تعبر عنها الارتباطات ، حيث يتوزع التباين المشترك بين الاختبار وغيره من الاختبارات فى عدد من الفئات التصنيفية نطلق عليها اسم عوامل أو مكونات أساسية ، ونحن نقوم بعد انتهاء تحليلنا العاملى لمصفوفة ارتباطية بمحاولة أستشفاف طبيعة مكونات كل عامل من عواملنا وما يمكن أن يعبر عنه التباين العام الذى اختص به هذا العامل دون غيره ، ونخرج فى كل هذه المحاولات بتعريفات للفئات التصنيفية التى توصلنا إليها .

لاحظنا أيضاً أن حجم العمل فى كل أسلوب من الأساليب العاملية

(١) Cluster analysis.

♦. مطالعة ممتعة / محمد عموش .

يتزايد بشكل كبير مع تزايد حجم المصفوفة الارتباطية المستخدمة . وكلما كانت المصفوفة كبيرة كلما كان العمل المطلوب أكثر طولا ومشقة ، وكثيراً ما يقوم الباحث بحساب عدد كبير من الارتباطات بين متغيرات كثيرة لعينة صغيرة نسبياً بحيث قد لا يكون للعوامل المستخلصة من هذه العينة دلالة كبيرة الأهمية، وقد يكون هدف الباحث استطلاعيا إذ قد يحاول التعرف فى بداية الأمر على الفئات التصنيفية التى يتوقع أن تتوزع فيها متغيراته ، وفى هذه الحالة ، وتوفيراً المشقة ، نلجأ عادة إلى « تحليل التجمعات» وهو أسلوب مبسط من أساليب تحليل الارتباطات .

وبالإضافة إلى المميزات الأساسية التى يوفرها هذا الأسلوب ، فإنه يساعد من ناحية أخرى على فهم المنطق العام للتصنيف الذى يقوم به التحليل العاملى ، فمنه نخرج بنتائج كبيرة الشبه بنتائج التحليل العاملى ، إذ يدلنا على أى المتغيرات تتجمع معاً فى فئة تصنيفية مستقلة ، كما يدلنا أيضا على عدد الفئات التصنيفية التى يمكن أن توجد فى مصفوفة ارتباطية ما ، إلا أنه لا يدلنا من ناحية أخرى على حجم إسهام كل متغير فى التجمع الذى يشترك فيه ، ولا يدلنا على ما يمكن أن يعبر عنه تباين المتغير وهو بذلك يصنف المتغيرات بناء على ارتباطاتها ولا يصنف الارتباطات بناء على سعة تبايناتها ، وهناك حالة واحدة يمكننا أن نجد فيها نفس العدد من التجمعات مساو لنفس العدد من العوامل الخاصة بمصفوفة ارتباطية معينة ، كما نجد تشبعات دالة للمتغيرات على العوامل مقابلة للمتغيرات فى التجمعات ، وهذه الحالة الوحيدة هى التى نستخدم فيها مصفوفة ارتباطية لمتغيرات نقية عامليا ، أى متغيرات لا يقيس الاختبار الواحد منها إلا عامل واحد وبالتالى لا نجد أكثر من تشبع واحد دال لهذا المتغير فى المصفوفة العاملية الناتجة بحيث يتركز كل أو أغلب تباينه فى هذه الفئة التصنيفية الواحدة ، وهى حالة نادرة تماما نتيجة لمرحلة التقدم السيكومترى فى تصميم المقاييس القائمة الان ، إلا أنه يمكن عرض هذه الحالة على سبيل الإيضاح من خلال مثال يتضمن بيانات زائفة للاغراض التعليمية إذا أردنا ذلك .

♦. مطالعة ممتعة / محمد عموش .

إذن فأهم الحالات التى نستخدم فيها تحليل التجمعات هى الحالات التى نكون فيها بصدد دراسة تتضمن عدداً كبيراً من الارتباطات لعينة صغيرة ، وبحيث نرمى لتركيز الجهود فى التحليل العاملى للعينات الكبيرة التى نصل من خلالها إلى عوامل تتميز بالاستقرار الواضح والقابلية لإعادة الإنتاج ، بالإضافة إلى إمكان استخدام هذا الأسلوب عندما نكون بصدد التعامل مع عينة من المتغيرات غير واضحة الصلات فيما بينها ، وبدلا من التوجه مباشرة إلى صورة عاملية معقدة تصنف خصائص الأداء على هذه المتغيرات نلجأ إلى تحليل التجمعات لنكتسب قدراً من الألفة والتبصر بالأسس العامة للتصنيف المستقل للمتغيرات يلى ذلك تحليل عاملى أكثر عمقاً وتفصيلا .

وهناك عدد كبير من أساليب تحليل التجمعات يرجع بعضها إلى كاتل ويرجع بعضها الآخر إلى هولزنجر وهارمان منذ الأربعينات ، وتهدف الأساليب المختلفة للحصول على معامل للتجمع بين متغيرات المصفوفة يطلق عليه اسم معامل التعلق أو المعامل « ب »[1] ، ورغم أنه لا يوجد حتى الآن محك لمستوى دلالة المعامل « ب » الذى نحصل عليه أو حد أدنى لقبول قيمته قائم على اعتبارات إحصائية ، إلا أن بعض الدراسات تقبل محكا تحكمياً يبلغ ١٫٣ بحيث إذا انخفض المعامل ب عن هذه القيمة لا يعد دالا ، بينما تميل دراسات أخرى إلى اعتبار المعامل « ب » دال إذا انخفضت قيمته انخفاضاً حاداً نتيجة لإضافة متغير معين للتجمع وبحيث يتعين إخراج هذا المتغير والاكتفاء بالمتغيرات السابقة عليه والتى أدت إلى معامل باقى مرتفع .

فاذا كان لدينا على سبيل المثال مصفوفة ارتباطية لعينة من ثلاثين طالبا اختبروا فى دراسة استطلاعية استخدم فيها عشر متغيرات للشخصية وأردنا التعرف على عدد التجمعات التى يمكن أن تتوزع فيها متغيرات هذه

---

(١) معامل التعلق coefficient of belonging أو B-coefficient

♦. مطالعة ممتعة / محمد عموش .

المصفوفة ، حتى نزداد فهما لهذه المتغيرات ، تمهيداً لإجراء تحليل عاملي لها في خطوة لاحقة بعد إجراء التجربة الأساسية ، فنقوم بتحليل التجمات لهذه المصفوفة التي يمثلها جدول رقم (٦٤) .

جدول رقم (٦٤) مصفوفة ارتباطية

من عشر متغيرات للشخصية

م	١	٢	٣	٤	٥	٦	٧	٨	٩	١٠
١	—	٤١ر	٢٢ر	٧٥ر	١٤ر	١٧ر	٨ر	٢٥ر	٣٦ر	١٥ر
٢	٤١ر	—	٧٩ر	٣٥ر	٢١ر	٤٣ر	٣٥ر	٧٦ر	١٨ر	٦٨ر
٣	٢٢ر	٧٩ر	—	٦ ر	٥١ر	٢٨ر	٢٧ر	٢٢ر	٤٧ر	٦٥ر
٤	٧٥ر	٣٥ر	٦ ر	—	٣٣ر	٢٨ر	٧٢ر	١١ر	٣٦ر	٤١ر
٥	١٤ر	٢١ر	٥١ر	٣٣ر	—	٦٦ر	٣٥ر	٢٧ر	٦٣ر	٢١ر
٦	١٧ر	٤٣ر	٢٨ر	٢٨ر	٦٦ر	—	٤٢ر	٣٨ر	٥٩ر	٣٢ر
٧	٨ر	٢٥ر	٢٧ر	٧٢ر	٣٥ر	٤٢ر	—	٢٤ر	٥٠ر	٢١ر
٨	٢٥ر	٧٦ر	٢٢ر	١١ر	٢٧ر	٣٨ر	٢٤ر	—	٣٦ر	٧١ر
٩	٣٦ر	١٨ر	٤٧ر	٣٦ر	٦٣ر	٥٩ر	٥ر	٣٦ر	—	٢١ر
١٠	١٥ر	٦٨ر	٦٥ر	٤١ر	٢١ر	٣٢ر	٢١ر	٧١ر	٢١ر	—

♦. مطالعة ممتعة / محمد عموش .

(ا) ترتيب الارتباطات من حيث حجمها :

تبدأ الخطوة الأولى بترتيب ارتباطات المصفوفة من حيث حجمها ، ونصمم لهذا الغرض جدولا تتكون أعمدته من فئات الارتباطات ، وبما أن معامل الارتباط بين أى متغيرين يتراوح فى القيمة بين صفر ، ١٫٠[1] فيمكننا أن نقسم هذا الحجم إلى عشرة فئات ، طول الفئة الواحدة ١٫٠ر أو إلى عشرين فئة بطول ٠٥ر للفئة[2] وتتكون صفوف الجدول من أرقام المتغيرات ونضع فى كل فئة أمام رقم المتغير أرقام المتغيرات التى ترتبط به فى المدى الذى تمثله الفئة ويبين الجدول الآتى رقم (٦٥) هذه الخطوة التى نتبين منها أن الصف الخاص بالمتغير الأول تضمن توزيع ارتباطاته ببقية المتغيرات فى الفئات الآتية : المتغيرين ٥، ١٠ فى الفئة من ١١ر إلى ١٥ر والمتغير ٦ فى الفئة من ١٦ر إلى ٢٠ر والمتغيرين ٣ ، ٨ فى الفئة من ٢١ر إلى ٢٥ر والمتغير ٩ فى الفئة من ٣٦ر إلى ٤٠ر والمتغير ٢ فى الفئة من ٤١ر إلى ٤٥ر والمتغير ٤ فى الفئة من ٧١ر إلى ٧٥ر والمتغير ٧ فى الفئة الأخيرة من ٧٦ إلى ٨٠ر[3] وبهذا الأسلوب نجد توزيع ارتباطات كل متغير مع بقية المتغيرات التسعة فى المصفوفة .

---

(١) فى حالة ما اذا كانت جميع ارتباطات المصفوفة ايجابية

(٢) سنحدد طول الفئة فى مثالنا بـ ٠٥ر بما يسمح بتوزيع واضح للارتباطات فى المصفوفة .

(٣) اكتفينا بفئات حتى ٨٠ وفى الجدول حيث لا توجد ارتباطات اكثر ارتفاعا من ذلك .

♦. مطالعة ممتعة / محمد عموش .

جدول رقم (٦٥) ترتيب ارتباطات
كل متغير ببقية المتغيرات فى المصفوفة

م	صفر-٠٥ر	٠٦ر-١ر	١١ر-١٥ر	١٦ر-٢ر	٢١ر-٢٥ر	٢٦ر-٣ر	٢١ر-٢٥ر	٢٦ر-٤ر	٤١ر-٤٥ر	٤٦ر-٥ر	٥١ر-٥٥ر	٥١ر-٦ر	٦١ر-٦٥ر	٦٦ر-٧ر	٧١ر-٧٥ر	٧٦ر-٨ر
١			١،٥	٦	٨،٢			٩	٢						٤	٧
٢				٩	٥		٧،٤		٦،١					٧		٨،٧
٣		٤			٨٠١	٦		٧		٩	٥		١٠			٢
٤		٢	٨			٦	٥،٢	٩	١٠						٧،١	
٥			١		١،٢	٨	٧،٤				٢		٩	٦		
٦				٨		٤،٢	١	٨	٧،٢			٩		٥		
٧					١،٨		٥،٢	٢	٦	٩					٤	١
٨			٤		٧،٢،١	٥		٩،٦							١٠	٢
٩			١٠	٢				٨،٤،١		٧،٢		٦	٥			
١٠			٩،١		٧،٥		٦		٤				٢	٢	٨	

(ب) تحديد التجمعات وحساب معامل ب :

الخطوة التالية هى تحديد التجمعات المختلفة فى المصفوفة وحساب معامل التعلق أو معامل ب لكل تجمع فيها ، وسنتبع فى ذلك عدد من الخطوات نستخدم فيها جدولا يبين مراحل العمل المتعاقبة وييسرها ، ويتكون هذا الجدول رقم (٦٦) من أحد عشر عمودا كالاتى :

♦. مطالعة ممتعة / محمد عموش .

جدول رقم (٦٦) لخطوات العمل لحساب معامل ب في تحليل التجمعات لمصفوفة ارتباطية من عشرة متغيرات

١	٢	٣	٤	٥	٦	٧	٨	٩	١٠	١١
[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]
١ ، ٧	٧٫٢١	٫٨٠	٫٨٠	٥٫٦١	٢	١	١٦	٫٨٠	٫٢٥٢	٢٫٢٧
١ ، ٧ ، ٤	٢٫٢٧	١٫٤٧	٢٫٢٧	٦٫٠٤	٢	٢	٢١	٫٧٥٧	٫٢٨٨	٢٫٦٢
١ ، ٧ ، ٤ ، ٢	٤٫١٦	١٫١١	٢٫٢٨	٧٫٩٨	٤	٦	٢٤	٫٥٦٢	٫٢٢٢	١٫٧
٢ ، ٣	٧٫٧٢	٫٧٩	٫٧٩	٦٫١٥	٢	١	١٦	٫٧٩	٫٢٨٤	٢٫٠٦
٢ ، ٣ ، ٨	٢٫٢	٫٩٨	١٫٧٧	٧٫٤٩	٢	٢	٢١	٫٥٩	٫٢٥٦	١٫٦٢
٢ ، ٣ ، ٨ ، ٥ ، ١٠	٢٫٤٧	٢٫٠٤	٢٫٨١	٦٫٠٨	٤	١	٢٤	٫٦٢٥	٫٢٨٧	٢٫٢٢
٦ ، ٥	٦٫٨٥	٫٦٦	٫٦٦	٥٫٥٢	٢	١	١٦	٫٦٦	٫٢٤٦	١٫٩١
٦ ، ٥ ، ٤ ، ٩	١٠٫٤٢	١٫٨٨	٢٫٥٤	١٢٫١٩	٢	٢	٢١	٫٨٤٧	٫٥٨١	١٫٤٥٨

١ — نضع في العمود الأول أرقام متغيرات التجمع الذي سنبدأ به ، وبفحص الجدول رقم (٦٥) نلاحظ أن أعلى ارتباطات المتغير الأول هي ارتباطه بالمتغير السابع وعلى هذا نبدأ بتحديد أول تجمع بين المتغيرين ١ ، ٧ ويلاحظ أننا سنحسب قيمة العامل ب لهذا التجمع المحدود المكون من المتغيرين ١ ، ٧ وفي المرحلة التالية سنضيف لأيهما المتغير صاحب أعلى ارتباط بهما لنرى تأثير إضافته للتجمع على قيمة المعامل ب ، أما الآن فاننا سنستمر في خطواتنا كما بيناها الصف الأول من جدول (٦٦) لحساب قيمة ب للمتغيرين ١ ، ٧ فقط .

٢ — نضع في العمود الثاني مجموع ارتباطات المتغيرين ١ ، ٧ وسنجد في جدول رقم (٦٤) أن ارتباطات المتغير ١ هي الموجودة في الصف الأول من المصفوفة أو في العمود الأول وهي كالآتي (٫٤١ + ٫٢٢ + ٫٧٥ + ٫١٤ +

• مطالعة ممتعة / محمد عموش .

١٧و + ٨٠و + ٢٥و + ٣٩و + ١٥و = ٢و٢٥) يضاف إليها مجموع ارتباطات المتغير ٧ وهى الموجودة أيضاً فى الصف السابع من المصفوفة أو فى العمود السابع وهى كالآتى :

(٨٠و + ٣٥و + ٣٧و + ٧٢و + ٣٥و + ٤٢و + ٢٤و + ٥٠و + ٢١و = ٣و٩٦)

أى ٣و٢٥ + ٣و٩٦ = ٧و٢١ .

٣ — نضع فى العمود الثالث مجموع الارتباطات الخاصة بالمتغير المضاف لمتغيرات التجمع، لمجموع الارتباطات بين المتغيرات الموجودة بالفعل فى التجمع* وبما أننا لم نضف فى هذه الخطوة (لأنها أولى خطواتنا فى هذا التجمع) متغيرات جديدة وتجمعنا يضم المتغيرين ١ ، ٧ فقط فإننا نرصد قيمة الارتباط بينهما وهو كما نجده فى جدول رقم (٦٤) ٨٠و فنرصد هذه القيمة .

٤ — نضع فى العمود الرابع مجموع ارتباطات كل متغيرات التجمع بعضها مع البعض وبما أن متغيرات التجمع ما زالت كما هى المتغيرين ١ ، ٧ فنضع معامل ارتباطهما (٨٠و) فى هذا العمود ، وفى الخطوات التالية بعد إضافة متغير جديد للتجمع وتسهيلا للعمليات الحسابية تكون القيمة الخاصة بهذا العمود عبارة عن القيمة الموجودة فى عمود ٣ مضافا إليها القيمة الموجودة فى عمود ٤ من الصف السابق ويستطيع القارىء مراجعة ذلك فى الصف الثانى بعد إضافة المتغير ٤ للتجمع .

٥ — نضع فى العمود الخامس مجموع ارتباطات المتغيرات المشتركة فى التجمع وبما أن متغيرات التجمع الأول هى ١ ، ٧ فنحصل على مجموع ارتباطات المتغير (١) بجميع المتغيرات ما عدا (٧) ثم نجمع عليه مجموع ارتباطات المتغير (٧) بجميع المتغيرات ماعدا (١) ويساوى مجموع ارتباطات ١ ، ٧ ببقية المتغيرات

(*) أى ارتباطات المتغير الجديد (فى حالة اضافة متغير جديد) بالمتغيرين ١ ، ٧ مع ملاحظة اننا لم نقم بهذه الخطوة هنا .

♦. مطالعة ممتعة / محمد عموش .

٥٦١ر، (وهذه القيمة عبارة عن القيمة فى عمود (٢) مطروحا منها القيمة فى عمود (٣) مضروبة فى ٢ ، ثم يضاف إليها القيمة فى العمود (٥) من الصف السابق وبما أن هذا الصف هو أول صف فى التجمع فلا يضاف شيء لها فى هذه الخطوة أى ٢١ر٧ — (٨٠ر × ٢) + صفر = ٥٦١ر، .

٦ — نضع فى العمود السادس عدد المتغيرات المشتركة فى التجمع وبما أن لدينا فى هذا التجمع المتغيرين ١ ، ٧ فنرصد ٢ فى هذا العمود .

٧ — نضع فى العمود السابع عدد معاملات الارتباط بين متغيرات التجمع ، وبما أنه لدينا متغيرين فقط فى التجمع ، فان عدد معاملات الارتباط بينهما هو معامل واحد فنرصد العدد ١ فى هذا العمود .

٨ — نضع فى العمود الثامن عدد الارتباطات بين متغيرات التجمع والمتغيرات خارج التجمع وبما أن مصفوفتنا الارتباطية بها عشرة متغيرات فان المتغير (١) له تسعة ارتباطات ببقية المتغيرات منها ارتباطه بالمتغير (٧) المشترك فى التجمع فتكون ارتباطاته بالمتغيرات خارج التجمع ثمانية ارتباطات والأمر نفسه بالنسبة للمتغير (١) فيكون مجموع الارتباطات بالمتغيرات خارج التجمع ١٦ ارتباط .

٩ — نضع فى العمود التاسع متوسط الارتباطات فى التجمع أى مجموع الارتباطات على عددها وبما أنه لدينا ارتباط واحد بين (١) ، (٧) مقداره ٨٠ر فتكون القيمة فى هذا العمود عبارة عن ٨٠ر ÷ ١ = ٨٠ر (وهذه القيمة باستمرار هى نتيجة قسمة القيمة فى عمود (٤) على القيمة فى عمود (٧)) .

١٠ — نضع فى العمود العاشر متوسط الارتباطات بين متغيرات التجمع وبقية المتغيرات خارج التجمع وقد سبق أن حسبنا مجموع هذه الارتباطات ورصدناه فى عمود (٥) وهى ٥٦١ر، كما سبق أن حسبنا هذه الارتباطات ورصدناه

♦. مطالعة ممتعة / محمد عموش .

فى عمود ٨ أى أن القيمة فى العمود (١٠) تساوى القيمة فى عمود (٥) ÷ القيمة فى عمود (٧) وتساوى فى هذه الحالة : ٥٦١و ÷ ١٦ = ٣٥٣و .

١١ — نستخرج قيمة المعامل ب فى العمود الحادى عشر وتساوى نسبة متوسط الارتباطات فى التجمع إلى نسبة متوسط الارتباطات خارج التجمع أى خارج قسمة القيمة فى عمود (٩) على القيمة فى عمود (١٠)

وهى ٨٠و ÷ ٣٥٣و = ٢٫١٧

ويمكننا أن نلاحظ أن قيمة ب وهى ٢٧و٢ ذات دلالة حيث تزيد عن ٣و١ وهو الحد الأدنى التحكمى المقبول اصطلاحا لدلالة المعامل ب .

بعد أن ننتهى من هذه الخطوة ، علينا أن نعود لفحص الجدول رقم (٦٥) لنتبين إذا ما كانت هناك متغيرات أخرى مرتفعة الارتباط بكل من المتغيرين (١) ، (٧) المشتركين فى التجمع الأول أم لا ، وإذا وجدنا متغيرا يستوفى هذا الشرط نبدأ فى إضافته للتجمع متبعين فى ذلك نفس الخطوات السابقة فى صف جديد فى جدول رقم (٦٦) .

ويؤدى فحص الجدول للملاحظة أن المتغير(٤) يستوفى هذا الشرط فنضيفه إلى متغيرات التجمع الأول ونستمر فى حساب الخطوات المختلفة للحصول على قيمة ب الجديدة بعد إضافة هذا المتغير للتجمع ويبين الصف الثانى من الجدول رقم (٦٦) خطوات حساب المعامل ب وحيث نتبين أنه أصبح ٦٣و٢ وهى قيمة دالة أكثر ارتفاعاً مما كانت عليه قبل أضافة المتغير (٤) وعلى هذا نستبقى المتغير ٤ فى هذا التجمع ونبدأ فى أضافة متغير جديد فى صف جديد ونلاحظ من فحص الجدول رقم (٦٥) أن المتغير رقم (٢) مرتفع الارتباط ببعض متغيرات التجمع وهو أكثر المتغيرات ارتباطا بمتغيراتنا الثلاثة السابقة فنضيفه إلى التجمع فى سطر جديد ونقوم بنفس الخطوات السابقة مرة أخرى لنرى تأثيره على قيمة المعامل ب ويلاحظ من الجدول رقم (٦٦) أن إضافته أدت إلى انخفاض حاد

♦. مطالعة ممتعة / محمد عموش .

فى قيمة ب حيث أصبح ١٫٧ ورغم أن هذه القيمة تتجاوز حدود المستوى التحكمى المقبول وهو ١٫٣ إلا أننا نستطيع هنا أن نرفض بقاء هذا المتغير فى هذا التراكم ونخرجه لأنه يؤدى إلى انخفاض شديد فى قيمة ب وبذلك يكون التجمع الأول مكون من المتغيرات ١ ، ٧ ، ٤ فقط وقد فصلنا بين هذا التجمع وبين التجمع التالى له والذى يبدأ بالمتغيرين ٢ ، ٣ بخط مزدوج وحيث نبدأ فى حساب تجمع ثانى جديد من البداية ثم نضيف إليه متغيرات أخرى بنفس الخطوات والقواعد السابقة .

ينتهى التجمع الثانى لمتغيرات المصفوفة بتحديد المتغيرات المشتركة فيه وهى ٢ ، ٣ ، ٨ ، ١٠ والمعامل ب بعد إضافتها جميعاً هو ٢٫٢٢ .

والخطوة الأخيرة هى حساب التجمع الثالث والذى يبدأ بالمتغيرين ٥ ، ٦ ثم أضيف له المتغير رقم ٩ وهو أقل التجمعات أهمية من حيث دلالة المعامل ب والذى يبلغ بالنسبة لهم ١٫٤٥٨ ، ويلاحظ أننا نقبل هذا المعامل ١٫٤٥٨ بالنسبة لهذا التجمع رغم أننا سبق أن رفضنا المعامل ١٫٧ فى التجمع الأول عندما أضفنا له المتغير رقم ٢ والفارق بين الحالتين هو أنه فى الحالة الأولى حدث تدهور مفاجىء فى قيمة المعامل نتيجة لإضافة المتغير رقم (٢) بينما فى الحالة الأخيرة كان الانخفاض تدريجيا بما يوحى بأن إضافة هذا المتغير لم تفسد العلاقات المتوازنة داخل التجمع .

بهذا ننتهى من حساب التجمعات المختلفة فى المصفوفة الارتباطية ، ويستطيع الباحث أن يستخدم نتائجة فى إعادة تصميم بطارية اختباراته باضافة أو حذف متغيرات معينة ليعيد إليها التوازن المناسب للدراسة العاملية ، كما يمكنه دراسة هذه النتائج لاستشفاف أسس التصنيف بين هذه المتغيرات للتعرف على الفئات الواسعة التى تتضمنها وتحديدها وإطلاق التسمية السيكلوجية المناسبة .

♦. مطالعة ممتعة / محمد عمروش .

الباب السادس

الفصل الثامن عشر

مشكلات وقضايا نظرية

♦. مطالعة ممتعة / محمد عموش .

يمكننا بصورة ميسرة ، وإن كانت غير دقيقة ، وصف الظواهر الطبيعية المختلفة بواسطة اللغة المعتادة التى نستخدمها فى حياتنا اليومية ، ويتضمن هذا الأسلوب ميزة هامة هى إتاحة إمكانية التواصل بين العلماء فى مجال معين وبين غيرهم ممن يقفون خارج نطاق التخصص .

وكان أغلب العلماء قبل نيوتن Newton يستخدمون هذه اللغة المعتادة فى وصف ظواهر الطبيعة ، وصياغة القوانين التى يضعونها إلى أن تبين لهم أن التعبيرات اللفظية أقل اتساعاً وأقل ملاءمة للدقة المطلوبة فى وصف الظواهر العلمية ، لهذا رأى العلماء أنه من الأفضل استخدام لغة الرياضيات وأساليبها التعبيرية لكى يتاح لهم الإفادة من المرونة الكافية ودقة التلخيص الرياضى لخصائص وعلاقات الظواهر ، وهى خصائص وعلاقات تبين إمكان مناظرتها بالخصائص والعلاقات الرياضية .

♦. مطالعة ممتعة / محمد عموش .

ويعد التحليل العاملى أحد هذه الصيغ الرياضية الوصفية التى نستخدمها فى التعبير عن الظواهر السيكلوجية ، غير أنه ترتب على استخدام هـــذه الصياغة الرياضية فى مجال رسخت فيه بقوة التعبيرات اللفظية عن الظواهر ويستمد معطياته الأولى فى شكل ألفاظ وكلمات محملة بمعانى متعددة تعد مظهراً لثراء الظاهرة السيكلوجية ، ترتب على هذا نقص ظاهر فى وضوح عدد كبير من المفاهيم العاملية والسيكلوجية على السواء ، كما ترتب على التناول الحسابى والإجراءات المتعددة لاستخراج العوامل بعد من المقدمات السيكلوجية التى بدأنا بها تحليلاتنا ، وهو ما أدى إلى ظهور قضايا واعتبارات تستحق المناقشة لإعادة ربطها بالأساس السيكلوجى الذى ننتهى منه بالعوامل .

(أ) مصطلح العامل ودلالته :

يتجه التحليل العاملى منذ سبيرمان Spearman فى بداية القرن الحالى وحتى وقتنا هذا نحو محاولة وصف وتصنيف القدرات العقلية والسمات العامة فى مجال الشخصية وغيرها من الجوانب المعرفية والسلوكية ، وقد اتسع استخدام التحليل العاملى وامتد إلى نظم علمية أخرى .

وقد أدى تعاملنا مع مصطلح العامل(١) فى مجالات القدرات(٢) والسمات(٣) والاتجاهات(٤) والوظائف(٥) إلى قدر لا يستهان به من الخلط بين مصطلح « العامل » وبين مصطلحات « القدرة » و « السمة » و « الاتجاه » و «الوظيفة» . وهى مصطلحات تحمل مضمونا علميا واسعاً ويمكن قبول اختلافات فى تعريفاتها بين نسق علمى وآخر بينما مصطلح العامل مصطلح إحصائى محدد يمكن أن يشير إلى أى منها ولكن فى ضوء خصائص معينة وهى خصائص تركيبية فى أغلب الأحوال تستمد عناصرها من مفاهيم متعدده أو من معالجات متعددة لمفاهيم متباينة .

---

(١) Factor.
(٢) Abilities.
(٣) Traits.
(٤) Attitudes.
(٥) Functions.

♦. مطالعة ممتعة / محمد عموش .

ورغم أن تحديد معانى المصطلحات هو أحد الاهتمامات العلمية الرئيسية ورغم ما لهذا التحديد من قيمة منهجية ، إلا أن الموقف فى مجال التحليل العاملى تأخر فى هذا الشأن كثيراً وأصبح يتطلب مزيداً من العناية والاهتمام .

فبالإضافة إلى الأهمية المنهجية لمعانى المصطلحات ، فإن الاعتبارات المنهجية المتعلقة بتحديد مصطلح العامل ودلالته ليست وحدها مبعث الأهمية هنا ، إذ تكمن الخطورة التى تدعونا للعناية بهذا الأمر - ربما من وجهة نظرنا كسيكلوجيين - فيما يتعدى الخلط بين مصطلح العامل الرياضى وبين المصطلحات السيكلوجية إلى نسبة معنى سيكلوجى صريح إلى مصطلح العامل ، بحيث أصبح من الخطورة الانتقال المباشر من إثبات رياضى دقيق لعامل ما إلى شكل من التقرير الدجماطيقى « لوجود » سيكلوجى صريح لوظائف أو سمات أو قدرات .

يدعونا هذا الموقف للتساؤل مع كون (Coan, 1964) عما إذا كان للعامل أى معنى سيكلوجى على الإطلاق . وقد لاحظ البورت Allport 1937 أن العدد الأكبر من العوامل فشل فى التعبير عن معنى سيكلوجى جيد بحيث يمكننا أن نقول أن الوصف العاملى لا يصور مفاهيمنا السيكلوجية بصورة دقيقة مما يجعلها تخاطر بأن تكون مجرد بدعة[1] رياضية وقد أشارت انستازى Anastasi, 1938 أيضا إلى أن العامل يعد تعبيرا مفيدا للنزعة الارتباطية ، حيث يعبر عن علاقات بين الظواهر السيكلوجية ولكنه لا يصور الظواهر ذاتها بحيث لا يمكننا هنا الانتقال من صورة عاملية إلى مضمون سيكلوجى مباشر .

ويذكر أوفيرال (Overall, 1964) بوضوح شديد أن التحليل العاملى يقدم أسلوبا لتلخيص مجموعة واسعة ومتنوعة من المقاييس المترابطة

---

(1) Artifact.

♦. مطالعة ممتعة / محمد عموش .

فى عدد قليل من التصنيفات المستقلة قد تكون ذات معنى أوضح إلا أن النتائج لا تحتاج ولا يوجد فيها أية علاقة ضرورية مع الواقع أو مع الخصائص الأولية للأشياء أو الأشخاص الذين كانوا موضوعا للقياس .

يعنى هذا الرأى بتعبير آخر أننا نقوم بتصنيفات لعلاقات بين اختبارات أو متغيرات ، أو أننا نقوم بتصنيف خصائص مشتركة بين هذه المتغيرات ونطلق على عواملنا أسماء المفاهيم العامة المجردة لهذه الخصائص بينما الحقيقة الوجودية عبارة عن المفردات الواقعية القابلة للحس المباشر وليست المفاهيم المجردة لخصائص هذه المفردات الواقعية .

فعندما نصنف مجموعة من الأفراد إلى كبار وصغار أو ذكور وإناث فإن المفردات الواقعية هنا هى أحمد ومحمد و زينب وعائشة وإبراهيم ، وكون أحمد وعائشة وإبراهيم كبارا ومحمد وزينب صغاراً أو كون أحمد ومحمد وإبراهيم ذكوراً بينما زينب وعائشة إناثاً لا يعنى أننا نجد فى الواقع كياناً محسوساً لمفهوم الأنوثة والذكورة أو الكبر والصغر ، نعم نحن نجد إناثا ولكننا لانجد الأنوثة وهكذا والعامل هو هذا التعبير عن الخصائص المجردة التى تجمع بين الأفراد دون أن يكون لها هذا الوجود الواقعى المحسوس .

قد تكون أعمال كل من كيلى Kelly, 1944 من ناحية وأدمز وفولر Adams and Fowler, 1964 من ناحية أخرى تعبيراً متطرفا عن هذه الوجهة من النظر ، فقد التزم الثلاثة بها فى أعمالهم ، حيث أخذ بها كيلى على وجه الخصوص فى دراسته للاهتمامات المهنية إذ حصل من ٣٥ معاملا للارتباط لعينة من الذكور تبلغ مئتى فرد على خمسة عوامل تعبر عن كل التباين الجوهرى للمصفوفة الارتباطية . ولم يقم كيلى بأى تدوير لهذه العوامل أو تفسير لها ، واكتفى بأن أطلق عليها مسميات خالية من المعنى ، بأن وضع لكل عامل اسما يتكون من الحروف الأولى للمتغيرات التى تشبعت عليه تشبعات ذات دلالة

♦. مطالعة ممتعة / محمد عموش .

مقبولة ، وكان هدفه من ذلك أن يفصل فصلا تاما بين هذه العوامل ومعانيها وبين المفاهيم السيكلوجية التى بدأ بها (Eysenck, 1953) ،

وقد ساد هذا الاتجاه الرامى إلى الفصل التام بين المعانى والدلالات السيكلوجية و بين العوامل بشكلها الرياضى لدى عدد من الباحثين ومنهم طومسون (Thomson, 1948, p. 303) الذى يعتقد أن العوامل تخلو تماماً من أية درجة من الوجود الواقعى الذى يمكن أن يعزى إليها ، ومع هذا فإن باحثاً آخر مثل بارتلت Bartlett,1937 يعتقد أن طومسون يضع فى نظريته أساساً واضحاً لإضفاء درجة من الواقعية على العوامل (Coan, 1964)

إلا أن هذه الوجهة من النظر التى تهدف إلى النظر إلى العامل على أنه لا يتضمن فى جوهره أى معنى سيكلوجى أو فرض ضمنى أو قدره على إثبات فرض معين تؤدى إلى سلب المنهج كل خصوبته ، كما تؤدى إلى أفقار إمكانات استثمار خصائصه ، فنحن فى سبيل التوصل إلى الحلول العاملية التلخيصية والوصفية نضحى دائما - وفقا لما تقتضيه أغلب الأساليب الإحصائية - بقدر من التباين المشترك ذو الأهمية الكبيرة من منظورنا السيكلوجى ، فاذا أفتقدنا فى نهاية الأمر هذه الصلة الوثيقة بين ما أستخلصناه من عوامل وبين الإطار المرجعى السيكولوجى الذى بدأنا به وتحركنا من خلاله تصبح التضحية بالوصف المباشر بما فيه من ثراء فارغة من المعنى ولا تستحق ما بذل فيها من عناء .

يقف ثرستون Thrustone موقفا مناقضا لهذه الوجهة المتطرفة من النظر ، ففى تحليله لمصفوفة ارتباطية لثمانية عشر متغــيرا للاهتمامات (١) أمكن استخلاص أربعة عوامل أطلق عليها مسميات واضحة تعكس خصائص التصنيف الذى صنفت على أساسه هذه المتغيرات ، فأطلق على العامل الأول عامل الاهتمامات بالعــلم والعامل الثانى الاهتمامات باللغة والثالث

(١) Strong Interests.

♦. مطالعة ممتعة / محمد عموش .

الاهتمامات بالناس والرابع الاهتمامات بالأعمال، وقد أثبتت بحوث تالية فى المجال إمكان التوصل إلى هذه التصنيفات وما توصل إليه ثرستون فى دراسة (Eysenck, 1953).

ورغم الحقيقة التى لا نمل من تكرارها وهى أن العامل طبقاً لمنطقه لا يزيد عن كونه دالة رياضية وصفية وتلخيصية لمصفوفة من معاملات الارتباط المستقيمة إلا أن هذا لا يعنى تجريده من المعنى السيكولوجى كما لا يعنى موقف كل من طومسون أو انستازى أو البورت عدم وجود علاقة على الإطلاق بين المفهوم الرياضى للعامل و «الحقيقة» السيكولوجية.

الواقع أن الموقف يتحدد بصورة أوضح من خلال اكتشاف الصلة الدقيقة بين العامل بمعناه وحساباته الرياضية وبين «الحقيقة» السيكولوجية التى يجب استخلاص معطياتها الأولية من المواقف التجريبية الدقيقة ويأخذ جيلفورد بهذه الوجهة من النظر من خلال توضيحه لطبيعة هذه الصلة بين الواقع النفسى والمعالجة العاملية، فهو يرى أن العوامل يمكن أن تمثل نوعا من الحقيقة النفسية فى حالة ما إذا استخلصت بالأسلوب المناسب من تجربة مصممه بشكل جيد (Guilford, 1959).

ولأن العامل يستمد جذور المعنى السيكولوجى من معطيات التجربة التى نبدأ بها، وبقدر ما فى هذه المعطيات من دقة وموضوعية ترجع إلى الاشتراطات المنهجية فى التجربة بقدر ما فى العامل من «صدق» فى التعبير السيكلوجى، ولهذا لايمكننا أن نتوقع من عامل ما أن يقدم لنا حقيقة سيكلوجية غير متضمنة فى المعطيات الأصلية التى بدأنا بها، ولا بد لنا بقدر ما نبتعد صعوداً فى سلم التحليل العاملى نحو الدرجات العليا من العوامل بقدر ما نحتاج للتدقيق فى المعطيات الأصلية مراجعة وفحصاً واستشفافاً للمعنى النفسى.

علينا بعد كل هذا أن نقر أن هناك فارقاً واضحاً بين العامل بوصفه

♦. مطالعة ممتعة / محمد عموش .

والرياضية لمصفوفة من معاملات الارتباط المستقيمة ، وبين وظيفة سيكلوجية يمكن تحليل جوانبها من خلال تصميم تجريبي دقيق يستخلص معطياتها ، وهنا يمكننا أن نقارن بين تعبير العامل وتعبيرات أخرى رسخت مبكراً وأصبحت مقبولة هي تعبيرات المتوسط الحسابي والانحراف المعياري ، فالمتوسط الحسابي يعبر عن قيمة نظرية تمثل مركزا لقيم حقيقية لوظيفة أو قدرة أو سمة لدى مجموعة معينة من الأفراد كما تظهر من خلال مقياس معين ، غير أن هذه القيمة النظرية قد لا يكون لها وجود فعلي لدى أي فرد من أفراد هذه المجموعة والشيء نفسه بالنسبة للانحراف المعياري ، غير أننا في الحالتين ، المتوسط والانحراف المعياري كما في العوامل لا نستطيع أن نفهم خصائص السمة أو الوظيفة إلا من خلالها ، ويرى إيزنك في هذا الصدد أن القدر من الغموض الذي تعرض له مفهوم العامل بالصورة التي أدت إلى تمييزه رياضيا عن الحقيقة السيكلوجية إنما كان نتيجة مباشرة لقصور لحصنا لمعنى القانون العلمي والمفاهيم العامة لا في علم النفس وحده بل وفي كل العلوم الطبيعية ، فمفهوم العامل لا يختلف كثيراً إذا أضفينا عليه معنى سيكلوجيا معينا عن مفهوم فيزيائي مثل « الجاذبية الأرضية » لنيوتن مثلا ، فالحقيقة التي لا شك فيها أنه كلا من المفهومين : « العامل السيكلوجي » و « الجاذبية الأرضية » لا وجود حقيقي لأي منهما في الواقع الخارجي ، فالقانون العلمي ليس جزءاً من الواقع ، بل هو صيغ خارجية نصبغها على الواقع « الموجود » في الخارج بهدف الوصف أو التفسير أو التلخيص أو التعبير عن علاقات معينة ، وعلى ذلك فإن اكتشافنا لعامل معين خاص بوظيفة سيكلوجية يجب أن لا يترتب عليه محاولة البحث عن « الوجود » الخارجي للمفهوم ، كما لا نبحث عن الوجود الخارجي للجاذبية الأرضية ، أما ما يمكن أن يكون له وجود فهو مجموعة الظواهر أو المعطيات أو النظام المعين الذي ينطبق عليه المفهوم المستخلص .

(Eysenck, 1953)

نحن إذن أمام مصطلح إحصائي له خصائصه الرياضية ، غير أنه لا يصلح بديلا كاملا أو مرادفا مباشراً للمعطيات السيكلوجية وهو يقترب في التعبير العام من خصائص المفاهيم الكلية ، وعندما نستخدم هذا المصطلح الرياضي في نصوصنا

♦. مطالعة ممتعة / محمد عموش .

سواء النظرية أو التجريبية مستقلا أو كمرادف لمفاهيمنا السيكلوجية فعلينا أن نكون على حذر وعلى بينة من معناه ودلالاته ، وعلينا أن لانتقل منه إلى تقرير وجود سيكلوجى مطابق له فى الخصائص قائم فى الواقع الخارجى . إن العوامل تلعب فى عالمنا السيكلوجى دور خطوط الطول والعرض الجغرافية لنستطيع أن نعرف من خلالها مواقع كل شىء وأن نحدد عند تقاطعاتها أماكن كثيرة وسنجدها بدقة عندما نصل إليها ، إلا أننا عندما نصل إلى هذه الأماكن فلن نجد لخطوط الطول والعرض نفسها وجودا على الإطلاق .

لاشك أن الموقف هنا سيبدو أكثر جلاء لأولئك الذين يفكرون بالمفاهيم الكلية والفروق الفردية والدوال الرياضية أكثر مما يبدو لأولئك الذين يفكرون بالمفاهيم العامة أو التحليلات النظرية أو من خلال إطار مذهبى معين أو مدرسة من مدارس العلم .

نتيجة لكل هذا ، وعندما يستخلص الباحث عاملا للأصالة مثلا ، فلا يعنى هذا أن هناك قدرة عقلية واضحة المعالم مميزة عن غيرها « وجوديا » بين سائر القدرات تعرف باسم الأصالة ، أن الأمر يأخذ شكلا مختلفا عن ذلك ، فعامل الأصالة يبدو أو يستخلص من خلال معالجة لعدد من الاختبارات التى تقيس شكلا من « الأداء » الذى نستدل منه على الأصالة العقلية من بين عدد واسع ومتباين من أشكال الأداء الأخرى يعد دليلا على وجود « نسق من التفكير » تميزه خصائص مشتركة بحيث تبدو خصائص هذا النسق (أو هذه القدرة) نقية فى حالة معينة ، ومتداخلة مع غيرها فى أشكال الأداء فى حالات أخرى ، ويتوقف هذا النقاء أو هذا التداخل بين الخصائص التى يمكن أن يعبر عنها العامل على أكثر من سبب ومن أهم هذه الأسباب الآتى :

الأول : دقة التصميم التجريبى الذى توفر فيه مقاييس متعددة لقياس القدرة أو السمة المعينة ويتضمن مفهوم التصميم التجريبى لا الدقة فى القياس

♦. مطالعة ممتعة / محمد عموش .

او حسن أختيار الأدوات لحسب ، بل وحسن اختيار العينات ومدى تجانسها ، ذلك أن العينات المختلفة حتى ولو كانت تفتقر إلى التجانس يمكن من خلالها استخلاص عديد من السمات المشتركة بين أداء أفرادها معبرا عنه بأسلوب الارتباطات ، غير أن ما يبدو هاما عند إجراءنا لتحليل عاملي هو أن نكون على قدر من الثقة أن هذه السمات أو الخصائص المشتركة المستخلصة من عينة ما فى شكل عوامل أو مكونات أساسية تتمتع بقدر وافر من الاستقرار بالمعنى السيكلوجى ، ولعل الحد الادنى لتوفر هـــذه الثقة ينبع من تصميمنا لعينات متجانسة فى دراساتنا العاملية (Guilford, 1952) .

الثانى : رغم أنه قد يكون جزء من التصميم التجريبي ، إلا أنه يتميز بأهمية جوهرية تكاد تجعله عنصرا مساو فى الأهمية للعناصر السابقة مجتمعة ، وهو بنود المقياس المستخدم ، فعندما نقيس قدرة ما فإننا نقوم بذلك من خلال بنود معينة أو من خلال إختبارات مختلفة تتضمن بنودا متعددة بما يؤدى فى معظم الأحيان إلى حصولنا على إستجابات ليست بحال من الأحوال واحدية البعد(۱) ، ورغم أن العوامل قد تكون مستقلة بالفعل إلا أنه فى حدود المهارة الحالية فى تصميم وإختيار بنود المقاييس يصعب وضع حدود للبند المعد ليقيس واحدا من العوامل دون الآخر (Ibid) ورغم عدم وجود بند تتشبع درجته على عاملين إلا أن الدرجات يمكن أن تحمل قدرا من التباين على العاملين .

الفروق التى توجد بين بنود كل اختبار وآخر ، هى فى طبيعتها فروق كيفية أو نوعية ، فاختبار يتكون من بنود شكلية وآخر من بنود لفظية أو رمزية واختبار يتطلب عددا من الاستجابات , وآخر يتطلب إختيارا بين بدائل من الاستجابات أو تكميلا أو مقارنة (Guilford, 1961) بالإضافة إلى كل هذا فهناك التنوع الواسع فى التعليمات بين أختبار وآخر وكل هذه اختلافات

---

(۱) Univocal.

♦. مطالعة ممتعة / محمد عموش .

تؤدى إلى ظهور تباين واسع بين الاختبارات يتوزع على أسس مختلفة فى مستوى الإرتباطات بين المتغيرات ، من ذلك التباين القائم على التشابه فى مادة الاختبارات أو التشابه فى التعليمات أو التشابه فى شكل البنود وليس فقط التشابه فى نوع العمليات العقلية خلف هذا الأداء أو ذاك .

صحيح أن أقصى ما نطمح إليه منهجياً هو أن نتوصل إلى بنود أحادية البعد نقية عامليا ، غير أن المرحلة العلمية التاريخية الراهنة لا تسمح لنا أن ندعى بلوغنا هذه الدرجة من التقدم ، وينتج عن البند الواحد لقياس قدرة ما حجم من التباين يتسع أو يضيق حسبما يتوفر من مهارة فى تصميم البنود أو اختيارها ، وفى مقدورنا أن نتصور هنا حجم هذا التباين إذا ماعرفنا أننا نستخدم غالبا لقياس القدرة الواحدة عدداً من الاختبارات المكونة من نوعيات مختلفة من الأداء التى ندرجه تحت المفهوم الأولى للقدرة المقيسة(١) .

(ب) الاقتصاد والتعدد فى العوامل :

إذا كانت تحليلاتنا العاملية تقوم على أساس تصنيف عدد كبير من المتغيرات ، وكان كل بند من بنود الاختبارات يحمل قدرا من التباين المسئول عن انتاج عوامل متعددة ومتنوعة ، ولأن المصفوفة الارتباطية تنطوى على قدر وافر من الخصوبة السيكولوجية ، فإن هذا الأمر يدعونا لاستطلاع كل أشكال التباين الممكنة التى تعبر عنها الارتباطات بين المتغيرات عما يمكن استخلاصه والتعبير عنه فى عدد كبير من العوامل أو المكونات الأساسية .

---

(٢) من ذلك مثلا ان الاصالة تقاس بواسطة اختبارات مختلفة يتطلب بعضها مهارة الاستجابة لمنبهات لفظية ويتطلب البعض الاخر ازاحة للمعانى او تقديم استخدامات جديدة او استجابات نادرة او غير مألوفة بالاضافة الى الاختلافات بين مادة كل اختبار وأخر من لفظية أو شكلية .. إلخ .

♦. مطالعة ممتعة / محمد عموش .

هذه حقيقة وميزة لها أهميتها فى التحليل العاملى وهى تمثل أفضل خصائص المحبوبة فى الأسلوب والتى يحتاجها العلم لتوسيع حجم المعرفة لا فى الوقت الراهن لحسب ولكن فى المستقبل أيضاً مهما توفر لنا من مناهج أخرى توصلنا إلى القوانين العامة المنظمة أو المفسرة للسلوك .

غير أن هذه الميزة يقابلها فى الاتجاه الآخر حقيقة لاتقل عنها أهمية ، وهى أن الميزة الأساسية للتحليل العاملى هى قدرته على التلخيص والوصف لعدد كبير من العلاقات الارتباطية فى عدد قليل من العوامل ، والصبغ الوصفية تتميز باستمرار بأنها تضع أصبعنا على الخصائص العامة والمشتركة للصورة الواسعة والتى لا يمكننا الانتقال منها إلى الميدان النظرى الذى يعطى القدر الأكبر من الاهتمام للمؤشرات العامة دون التفاصيل . الصورة التلخيصية أقرب إلى متطلبات التفكير العلمى إذا ما كانت نتيجة لمرحلة سابقة بدأنا فيها من صورة تفصيلية تعرضها معاملات الارتباط .

بين هذين الموقفين المتعارضين نجد أنفسنا فى حاجة لمناقشة قضية جديدة من قضايا التحليل العاملى هى قضية الاقتصاد(١) والتعدد(٢) فى العوامل .

تفرض مشكلة العدد المناسب من العوامل التى يتعين استخلاصها نفسها على الباحث قبل أن يبدأ فى إنتاج عوامله ، وحيث لاتوجد قاعدة رياضية أو سيكلوجية تقدم حلا مقبولا بصورة عامة تصبح المشكلة موضوعا لوجهات النظر ورغم أن أغلب المحكات التى يحفل بها تراث التحليل العاملى الخاصة بالعدد المناسب من العوامل محكات توصى بها الخبرة العملية إلا أنها كانت تقدم فى

---

(١) Parsimony.

(٢) Multiplicity.

(*) راجع الفصل الرابع عشر .

♦. مطالعة ممتعة / محمد عموش .

إطار من التبريرات النظرية تقف منها بمثابة خلفيات أولية ، وإذا أمعنا النظر فى هذه التبريرات أو هذه الخلفيات نستبين أنها جميعاً تتضمن رغبة فى إنتاج العوامل ذات الأهمية فقط والتى تؤدى إلى حسن الوصف أو التفسير ويقصد بالأهمية هنا أن يكون العامل ممثلا لحجم مناسب من التباين الكلى للمصفوفة الارتباطية والترجمة الرياضية لهذا الحجم هى تعبير الجذر الكامن(١).

وقد عرفنا أن المصفوفة العاملية تمثل حجما معينا من تباين المصفوفة الارتباطية ، وكلما ارتفعت نسبة حجم تباين المصفوفة العاملية إلى حجم تباين المصفوفة الارتباطية كلما كنا أمام درجة أكبر من التلخيص الوافى لتباين الارتباطات ، غير أنه فى مقدورنا دائما أن نتوقف عند حد معين من العوامل يترتب عليه انخفاض بدرجة ما لنسبة التباين المتبقى فى هذه المصفوفة أو نتوسع فى عـــدد العوامل المنتجة لنستوعب كل تباين المصفوفة الارتباطية وبحيث تصبح مصفوفة البواقى صفرية ، فإذا فعلنا ذلك فهل نحقق ترجمة تلخيصية تؤدى لنا ميزة على أى صورة من الصور ؟

لكى نستطيع التعرف على جوانب المشكلة يجب أن يكون فهمنا لتعبير العامل أكثر تحديدا بصورة تساعدنا على تصور متى وكيف تكون له أهمية ، فالعامل كتعبير رياضى تلخيصى يمثل تباينا لمجتمع أو عينة معينة فى أدائها على عدد من الاختبارات ؛ وهذ التباين تمثله فى الدرجة الأولى الارتباطات بين المتغيرات ويتضمن الارتباط فى معناه علاقة أن سالبة أو موجبة بين متغير وآخر ؛ والعامل بناء على المفهوم الرياضى يترجم العلاقات أو معاملات الارتباط بين المتغيرات إلى معاملات ارتباط (تشبعات) متسعة بين المتغيرات وبين العامل(*) بوصفه

---

(١) Latent root.

(*) تكون هذه العلاقة هى الارتباط بين العامل والتغيرات فى حالة ...

• مطالعة ممتعة / محمد عموش .

متجه(1) صفرى القيمة ، وعلى هذا يكتسب العامل أهميته إذا كان حجم التباين الذى يعبر عنه يساوى - نظريا على الأقل - أقصى تباين ممكن لمتغير واحد وهو تباين لايستخلص بالكامل من المصفوفة الارتباطية إلا إذا توصلنا إلى مصفوفة بواقى صفرية وباستنفاذ كل عناصر التباين الموجودة فى الارتباطات ونحن نعلم أن قيم الخلايا القطرية فى المصفوفةالارتباطية هى المعبرعن أقصى تباين للمتغير والذى يمكن أن يكون اما معامل الثبات أما اقصى ارتباط بين المتغير وأى متغير آخر من متغيرات المصفوفة وأما أرتباط الاختبار بنفسه أى الوحدة أو الواحد الصحيح .

وإذا افترضنا أننا اعتبرنا تباين المتغير هو الوحدة مثلا وإذا افترضنا فى نفس الوقت أن الخطوات الحسابية لأى من أساليب التحليل العاملى تؤدى إلى تمثيل حجم من التباين على العامل الاول ، ثم قدر جديد يستخلص من المصفوفة الارتباطية فى العامل الثانى وهكذا ؛ فلنا أن نكون على ثقة من أن تباين متغير واحد لايسهل إسقاطه كله على عامل واحد وبالتالى فعندما نجد أيا من عواملنا يتساوى حجم تباينه (مربع تشبعاته) مع الوحدة أو يزيد عنها فيمكننا الاطمئنان إلى أننا أمام عامل عام أى يمثل تباينه مجموعة من الخصائص بين عدد من المتغيرات وليس خصائص نوعية لمتغير واحد .

الاتجاه العام لدى أغلب الباحثين هو تحديد عدد العوامل المستخلصة بصورة أوبأخرى ، نجد هذا الاتجاه لدى ثرستون وطومسون وجوتمان وكايزر

= للعوامل المتعامده orthogonal اما فى حالة العوامل الناتجة عن تدوير مائل oblique فتوجد هذه العلاقة الارتباطية فى النمط العاملى Factorial pattern وليس فى البناء العاملى Factorial structure

(1) Vector.

♦. مطالعة ممتعة / محمد عموش .

وغيرهم من الباحثين وإن كانت هناك محكات متعددة مقترحة يمكن استخدامها في هذا الشأن مما عرضنا له فيما سبق .

ويختلف موقف جليفورد عن هـــذا الاتجاه ، فهو يفضل التوسع في استخلاص العوامل فى ضوء العدد المتوقع من خلال التصميم التجريبى واعتمادا على حقيقة أن تدوير العوامل ، والذى من خصائصه إعادة توزيع التباين ، يمكن أن يؤدى إلى إكساب العوامل المنخفضة التباين أهمية أكبر بزيادة تباينها في التدوير ، كما يتوقع أن يساعد التدوير على إبراز المعنى السيكولوجى للعوامل بالإضافة إلى أنه فى كل الحالات لا يؤدى إلى إكساب عامل لا اهمية له ، أهمية زائفة (Guilford, 1961).

يبدو من ذلك أن اتجاه جيلفورد للتعدد فى العوامل تحكمه رغبة فى استشفاف المعانى السيكلوجية واختبار الفروض العاملية التى تتضمنها التصميمات التجريبية(١) دون خوف من ظهور العوامل قليلة الأهمية والتى سيعاد معالجتها من خلال التدوير ، بينما يقوم الاتجاه إلى الحدمن العوامل على أساس من المخاوف المرتبطة بتوقع ظهور عوامل نوعية أو عوامل تعبر عنه تباين خاص نتيجة للتوسع فى العدد .

ولعلنا نواجه هنا بتساؤل ذى صياغة سيكلوجية واضحة وهو : إذا كنا

---

(١) يوحى موقف جيلفورد العلمى ان التحليل العاملى يمكن استخدامه كأداة لأختبار الفروض لذا يفضل تحديد العوامل بناء على العدد المتوقع من خلال التصميم التجريبى وما يتضمنه من تصنيف نظرى لاشكال الاداء وخصائصه وحيث نضع فى هذا التصميم التجريبى ثلاثة اختبارات على الاقل لقياس كل عامل بما يسهم فى تفســـير العوامل بشكل محدد وسنناقش وظائف واهداف التحليل العاملى فى الصفحات التالية .

♦. مطالعة ممتعة / محمد عموش .

نقوم بتحليل ارتباطات بين متغيرات عقلية مثلا ، فهل يمكننا أن نفترض أن العقل ينظمه عدد محدود من العوامل أو القدرات القادرة على تفسير كل أشكال الأداء وبحيث يجعلنا ذلك نحجم عن التوسع فى استخلاص عدد كبير من العوامل ؟

يذكر طومسون (Thomson, 1948, p. 307) إننا من وجهة النظر السيكلوجية البحتة لا نستطيع أن نفترض أن العقل يحكمه عدد محدود من القدرات بل هناك حشد من العوامل النفسية التى تفسر الأداء العقلى وهى فى كثرتها وتعددها تشبه الخلايا والأقواس العصبية فى المجال الفسيولوجى ، غير أننا محتاجون بشكل أو بآخر وللأغراض العلمية والنظرية إلى افتراض عدد محدود من العوامل يلخص لنا الموقف دون أن يتضمن هذا التلخيص إقرار منا أن العقل يعمل وفقا لهذه الحدود الضيقة .

ويرى تيريون Tryon من وجهة نظر مخالفة ، إنه من الضرورى عندما نقوم بالبحث عن متغيرات سيكلوجية أن لا نقصر بحثنا على صورة أو مجموعة تلخيصية من العوامل طالما المتغيرات الحقيقية متعددة ، وهو موقف يتفق فيه مع وجهة نظر سيريل بيرت Burt, 1941 فى موضوع التلخيص فهو يعتقد أن التبسيط فى الصياغة (من خلال الاقتصار على عدد محدود من العوامل) يمكن أن يتضمن بعض الضمانات الحقيقة فى العلوم الطبيعية ، إلا أن هذا غير ممكن فى علم كعلم النفس حيث موضوع البحث شديد التعقيد والتشابك (Coan, 1964).

وعلى هذا يمكن تلخيص الموقف ونبين معالمه بناء على مناقشة وجهات النظر المختلفة للسابقة فى عدد من الحقائق الآتية :

أولا : لابد لنا أن نعترف — من وجهة نظر سيكلوجية خالصة — إن السلوك أو الأداء العقلى يحكمه تعدد وتنوع واسع من العوامل يظهر من خلال العوامل النوعية ، ولا يكفى فى هذه الحالة أن نعتمد على التحليل العاملى وحده لإضفاء أهمية عليها فى نفس الوقت الذى لا نزيد فيه عن كونها نتائج

♦. مطالعة ممتعة / محمد عموش .

جانبية(١) بالنسبة للعوامل العامة المستخلصة من خلال تصميم تجريبي جيد ، ولا بد أن نعتمد على التجريب كخطوة أولى وجوهرية للحصول على هذه العوامل النوعية من جديد وتوفير عدد من المقاييس الدقيقة وفقاً لمفهوم واضح للتعرف عليها كعوامل عامة فى تحليل تالى يتناولها بالدراسة .

ثانيا : يمكننا — من خلال أى عدد من الاختبارات — أن نحصل رياضياً على العديد من العوامل الخاصة ، والتباينات التى تتوزع فى شكل عوامل عامة قليلة ، وعوامل خاصة متعددة ، كما أثبت طومسون ذلك إحصائياً (Thomson, 1948, p. 307)

ثالثا : يرجع اكتفائنا بعدد محدد من العوامل إلى رضائنا بالعوامل العامة ذات القيمة التلخيصية الأكثر تجريداً وعمومية ، ويترتب على توسعنا فى إنتاج العوامل الحصول على تمثيل واسع لعدد من التباينات النوعية المحدودة التى يمكن أن تعبر عن خصائص مختلفة إلا أنها لاتتسم بالعمومية .

رابعا : إننا فى كل الحالات سواء تعددت العوامل أو اختصرت بناء على محكاتنا الإحصائية نؤكد حقيقة إننا لانعزو أى وجود واقعى لهذه العوامل

---

(١) رغم اقرارنا بخصوبة ما نستكشفه من خلال العوامل النوعية المعبرة عن قدر منخفض من التباين والتى تتسق مع افتراض ان العقل محكوم بتنوع واسع من العوامل ، الا اننا نعتبر ظهور هذه العوامل النوعية الى جانب العوامل العامة بمثابة نتيجة جانبية ، لا يمكن التعويل عليها لتحديد اركان بنيان نظرى وهى تتطلب تصميم تجارب وتبنى فروض جديدة تكون موضوعا لدراسة جديدة مركزه تهدف لاستكشافها كانتاج اساس main product وليس انتاجا جانبيا off product فى تحليل مستقل ، ولعل ميزة وحيدة تبقى هنا للعوامل النوعية اذا استخلصنا منها شيئا وهى انها تؤدى مهمة الايحاء بالفروض الجديدة .

♦. مطالعة ممتعة / محمد عموش .

وأنها فى حقيقتها عبارة عن معاملات رياضية وصفية تتغير بناء على تغير كل من الاختبارات المستخدمة ، والتركيب الذى يتضمن بطارية الاختبارات وعينة الأشخاص (Thomson, 1948, p. 303)

خامسا : يتعين أن نميز إذن بين هدفين واضحين ، الأول هو الاستطلاع الواسع بغرض زيادة فهمنا للمحددات المختلفة للسلوك أو الأداء العقلى ، والذى نصل إليه من خلال العدد الأكبر من العوامل التى يمكن إنتاجها رياضياً وفقاً لأكثر المحكات الإحصائية تسامحاً والهدف الثانى وهو التصنيف العلمى الشامل الذى يضحى بالكثير من التفصيلات بهدف محاولة الوصول إلى الصورة الكلية أو المجردة ، التى تقبل المعالجة النظرية .

نتبين إذن من هذين الهدفين المتعارضين والذين يمكن تصنيفهما تحت النظرة الذرية والنظرة الكلية أو الشاملة ، المزايا العلمية التى توفرها كل وجهة من وجهتى النظر ، وعلى الباحث أن يسترشد بأيهما طبقاً لأهدافه العاملية من الدراسة دون أن يغفل تحديد مبرراته ومناقشة وجهة النظر المعارضة .

ومن وجهة النظر العلمية ، يجب على الباحث أن لا يقبل بلا تحفظ أى من المحكات المعروفة لتحديد عدد العوامل ، إذ تدلنا الخبرة العملية أن المحكات الرياضية قد لا تمكننا أحياناً من الحصول على العوامل العامة بشكل منتظم ، فإذا قبلنا على سبيل المثال محك كايزر الذى يدعونا للامتناع عن إنتاج العوامل التى يقل جذرها الكامن عن الوحدة ، فإننا لا نملك فى حدود هذا المحك أى ضمان أنه لن يلى العامل المرفوض الذى يقل جذره الكامن عن الواحدالصحيح ، عامل آخر يزيد جذره على الواحد الصحيح ، وتدلنا الخبرة العملية هنا أنه من الممكن أنتاج عامل متأخر يحمل قدراً من التباين يزيد عما يحمله عامل متقدم ، وإن كان من الممكن فى مثل هذه الحالات أن يبرر الموقف بوجهة النظر القائلة أن حجم التباين فى العوامل المتأخرة يتداخل فيه تدريجياً نسبة متزايدة من التباين

♦. مطالعة ممتعة / محمد عموش .

الخاص ، وهى حقيقة تبدو أكثر وضوحا بالنسبة لبعض أساليب التحليل العاملى كأسلوب المكونات الأساسية لهوتلينج (Overall, 1964) .

والواقع أنه إذا ما اقتصرت أهدافنا من التحليل العاملى على الوصف والاستكشاف فلن يكون هناك ما يمنع من التوسع فى عدد العوامل المنتجة ، ويرى كون (Coan, 1964) أننا نستطيع فى هذه الحالة أن نستخلص أى عدد من العوامل على أن نقوم على الفور بتدويره تدويراً مائلا ، مؤكداً أن التدوير المائل ستظل له ميزته وتفوقه الواضحين على التدوير المتعامد لا من حيث المعنى السيكلوجى والبناء البسيط فحسب ، ولكن بوصفه حل رياضى مناسب قادر على إبراز الأهمية الفعلية للعوامل ذات القيمة السيكلوجية ، وطرد وإهمال بقية العوامل المعبرة عن تباينات نوعية قليلة الأهمية .

ويصبح التساؤل المطروح أمام الباحث فى نهاية الأمر متعلقا بمدى قبوله للتدوير المائل ودلالته فى مستوى التحليل العاملى من الدرجة الأولى ، وضرورته كخطوة لازمة لحسن التفسير وليس بوصفه مرحلة انتقالية للتحليلات العاملية من الدرجات العليا .

(جـ) اهداف التحليل العاملى :

يعد التحليل العاملى أسلوبا وصفياً وتصنيفاً مناسباً فى علم النفس ، ومع ذلك فإن مشكلة أهداف التحليل العاملى تواجه الباحث كثيراً ويتوقف على إحاطته بجوانب هذه المشكلة عدد من القرارات منها على سبيل المثال صلاحية المنهج للاستخدام فى دراسة معينة أو العـــدد المناسب من العوامل المنتجة وهكذا ، وتصبح هذه النقطة جديرة بالاهتمام نتيجة لأهميتها العامة بالنسبة للمنهج كـكل .

الخطوة الأولى فى كل العلوم هى الوصف ، ويترتب على مرحلة الوصف

♦. مطالعة ممتعة / محمد عموش .

مزايا متعددة للعلم حيث تسهم فى تنظيم المعطيات وتصنيفها كمقدمة لاستخدام أساليب تجريبية متعمقة تساعد على التوصل إلى القوانين التى تحكم الظواهر ، ومع أن التحليل العاملى فى جوهره أسلوب للوصف إلا أن خصوبته أدت إلى استكشاف عدد من الأهداف الأخرى التى يمكن استخدامه فيها ويمكننا تلخيص هذه الاهداف فى النقاط الآتية :

الهدف الوصفى :

ظل الهدف الاول المتفق عليه بين الباحثين ، وما زال ، هو الهدف الوصفى ، حيث ينظر إلى العوامل دائماً على أنها أبعاد أو فئات وصفية لمجموعات من الظواهر أو الاختبارات فمسميات مثل « العاملية » أو « الانطوائية » أو « القدرات الاولية » هى مسميات لمجموعة من البنود أو الاختبارات وما تتضمنه من خصائص مشتركة (Child, 1970, p. 7) .

ويرى أيزنك أنه أذا أردنا أن نضع تعريفاً للعوامل فى ضوء هـذا الاستخدام المباشر لها فى البحوث المختلفة فسيكون هذا التعريف هو أن « العوامل صيغ تلخيصية لنسق من الارتباطات بين عدد من المتغيرات يمكن إحلالها رياضياً بدلا من هذه الارتباطات » (Eysenck, 1953) .

الهدف التنبؤى :

أدى التفاؤل بما فى المنهج من خصوبة إلى استكشاف أهداف جديدة يمكن أن يصلح لتحقيقها ، صحيح أن هذه الاهداف ليست مباشرة وليسع مما يمكن إدعاء أنها خصائص صريحة متفق عليها ؛ إلا أننا نستطيع أن نستخلص هذه الاهداف من خلال الخبرة العملية بالمنهج ، فمن المعروف أن البحوث العاملية فى العشرينات والثلاثينات من هذا القرن حول نسبة الذكاء والعامل العام وعوامل الذكاء النوعية كان لها دورها المباشر فيما توفر الآن من معلومات ذات قيمة

♦. مطالعة ممتعة / محمد عموش .

لتنبؤيه جيدة تتعلق بالإمكانات المدرسية للاطفال بناء على المقاييس المتوفرة التى حللت عامليا (Child, 1970, p. 7) وعلينا بالنسبة لهذا الهدف أن نكون على حذر حيث يتعين أولا الاطمئنان إلى ثبات مقاييسنا واتساع عيناتنا ولحدة تجانسها والاستعانة باستمرار بمحكات صدق خارجية ، ذلك أن الانتقال من نتائج عينات محدودة إلى تعميمات على الجمهور العام دون توفر القدر الكافى من الضوابط والشروط المنهجية يمكن أن يؤدى بنا إلى مزالق منهجية خطيرة . وإذا أردنا أن نحذو حذو إيزنك فى وضع تعريف مناسب للعوامل فى ضوء هذا الهدف فسيكون كالآتى « تعد العوامل صيغة رياضية تلخيصية لمجموعة من معاملات الارتباط يمكن أن توحى بأبعاد معينة للسلوك ، تمكننا من التنبوء على المستوى الواقعى إذا ما قامت نتائجنا العاملية على عينات واسعة متجانسة ومقاييس مرتفعة الثبات والصدق » .

هدف الايحاء بفروض جديدة :

الهدف الثالث من أهداف التحليل العاملى هو اقتراح أو الإيحاء بفروض جديدة ، بحيث يؤدى العامل هنا دوراً إيجابياً للبناء النظرى للعلم ، وتقوم دراسة ثرستون للاهتمامات التى سبق أن أشرنا إليهــا والتى افترض من خلالها أربعة عوامل أساسية مثالا لهذا الهدف من أهداف المنهج ، حيث أثبتت دراسة تالية صحة ما ذهبت إليه فروض ثرستون فى المجال (Eysenck, 1953) ، والواقع أن هذا الهدف من أهداف التحليل العاملى لا يتوفر له وحده ، بل يتوفر لسائر المناهج العلمية ، فحين نتناول معطيات معينة سواء بالوصف أو التصنيف أو لاكتشاف ما بينها من علاقات ، وما أن نصل إلى حلول معينة حتى تتمكن من إثارة قدر أكبر من المشكلات والفروض العلمية الجديدة التى تتطلب فحصها واستكشافها . ويذكر إيزنك (Ibid) أن التعريف المناسب للعوامل بهــذا المعنى هو أنها « صيغة مختصرة لارتباطات مستقيمة بين عدد من المتغيرات توحى بعلاقات عليه لم الإكتشف بعد » .

♦. مطالعة ممتعة / محمد عموش .

هدف اختبار الفروض :

الهدف الرابع من الأهداف التي يمكن استخدام التحليل العاملي لتحقيقها من خلال تصميم تجريبي جيد هو إمكان مساندة المنهج لقبولنا أو لرفضنا فرضاً تجريبياً معيناً ، ذلك أن المهمة التصنيفية للتحليل العاملي تتكفل بإبراز خصائص معينة في مجال ما ، بحيث نخرج بصورة وصفية ذات سمات محددة ، وإذا قمنا بالتدخل التجريبي في هذا الموقف مرة أخرى أو ضبط أو استبعاد بعض متغيراته بادئين من فروض معينة متعلقة بدور هذا التدخل في البناء التصنيفي للعلاقات بين المتغيرات، فأن المقارنات العاملية بين التصنيفين كفيلة باختبار فروضنا ويستخدم هذا المنطق العاملي في أغلب البحوث والتصميمات التجريبية فالباحث يضع تصميمه التجريبي بناء على تصور نظري معين وليس من خلال تفكير « لنجرب ونرى » إلا أن الانتقال بعد ذلك من النتائج المباشرة للتحليل العاملي لرفض أو قبول الفروض لم يكن خطوة مألوفة ، إذا كانت الحدود الكلاسيكية لاستخدام المنهج تجعل الباحث محجما عن هذه الخطوة تجنباً لإقامة أو فرض علاقات غير متضمنة في صلب المنهج صراحة ، إلا أنه عندما يقوم الباحث بدراسة لمجال معين بادئاً من تصور نظري لخصائص التصنيف في هذا المجال ، وما تتضمنه هذه الخصائص من تمايز بين عوامل معينة أو اندماج في فئات تصنيفية واسعة تضم تبايناً كبيراً لخصائص متنوعة في متغيراته . وإذا أعاد تجربته بعد تدريب معين لمفحوصين أو تعديل في تعليمات الاداء المقدمة لهم أو شروطه أو إضافة أو ضبط متغيرات جديدة في الموقف وأجرى تحليلا عامليا جديدا فانه يستطيع أن يضع عدد من الفروض الخاصة بما أدى إليه هذه التعديلات التجريبية في التصنيف ، وهي فروض يمكن أختبارها في هذه الحالة من خلال عدد من الأساليب منها المقارنة بين النسقين العاملين في التجربة الأولى والثانية باستخدام أسلوب كايزر للمقارنة بين العوامل مثلا ، كما يمكنه أن يفحص الارتفاع أو الانخفاض في الارتباط بين العوامل في المصفوفة

♦. مطالعة ممتعة / محمد عموش .

من خلال فحص الفروق بين معاملات الارتباط فى العوامل المائلة فى الحالتين مثلا ، كما يمكنه من جانب آخر المقارنة بين التغيرات فى النسق العامل للتجربة الثانية مع النسق العاملى لإعادة الاختبـــار على عينة ضابطة لم تتعرض لاختلافات مماثلة لما تعرضت له المجموعة التجريبية ، بالإضافة إلى هذا يمكن مقارنة درجة الوضوح والاستقلال للعوامل والفروق فى حجم التباين المستخلص فى النسقين وما يتضمنه ذلك من دلالات وبهذا يتمكن من اختبار فروض نظريه فى هذا المستوى التصنيفى من خلال تصميم يحقق إمكانية هذا الاختبار .

هدف التحكم فى تأثير متغيرات عرضية :

الهدف الخامس من أهداف التحليل العاملى هو استخدامه فى التحكم فى تأثير عدد من المتغيرات العرضية فى التصميم التجريبى ، فحيث توجـــد بعض التأثيرات المعروفة مسبقاً قبل البحث ، دون أن نتحكم فيها من خلال التصميم التجريبى ، فإن بعض تأثيرات هذه العوامل يمكن أن تقاس بواسطة عدد من المناهج الإحصائية لعل أكثرها استخداماً هو تحليل التباين ، إلا أنه فى حالة عدم وضوح هذه التأثيرات بشكل محدد وعلى افتراض انتشارها فى الأداء على متغيرات البحث فان التحليل العاملى يثبت دائماً كفاءته فى عزل وتحديد هذه العوامل ، وقد تمكن راوسون وريتج فى دراسة لهما من استخدام التحليل العاملى فى عزل بعض المؤثرات العرضية فى متغيرات الدراسة مثل استجابة الموافقة(١) وتأثير الوضع الاقتصادى والاجتماعى(٢) (Rawson and Rettig, 1962)

نتبين الآن القدر الواسع من الخصوبة الذى يتسم به التحليل العاملى ، وهى خصوبة يمكن أن يحسن الباحث استثمارها من خلال التصميم التجريبى

---

(١) Response acquiescance.

(٢) Socio-economic status.

♦. مطالعة ممتعة / محمد عموش .

المناسب ، غير أن هذه الأهداف الممكنة ليست من السهولة بالقدر الذى تبدو واضحة به فيما سبق وهى تحتاج للخبرة العملية الواسعة والدقيقة بحدود المنهج وحسن استخدامه ودقة التصميم التجريبى ، بالإضافة إلى كل ذلك حدوده وحسن تفسير العوامل والشروط التى يجب مراعاتها بتدقيق شديد فى هذا التفسير ، إذ يؤدى استخدام التحليل العاملى دون الخبرة به والتعرف على مزاياه وحدوده مع دقة التصميم التجريبى إلى نتائج غير ذات أهمية (Fruchter, 1954, p. 4)

تفسير العوامل :

إذا انتقلنا إلى الاعتبارات التى تحكم تفسيرنا للعوامل ، فلن نجد اختلافات بارزة فى هذا المجال حيث يبدو الاتفاق أوضح لدى الباحثين المختلفين وإن كانت شروط التفسير تختلف من باحث إلى آخر من حيث درجة صرامتها أو ما تتميز به من مرونة .

ولعل السمة المميزة لحسن فهمنا وتفسيرنا للعوامل هو أن نقوم بالتفسير بعد تدوير المحاور حيث يتم توزيع التباين الكلى للمصفوفة العاملية من جديد فى ضوء خصائص البناء البسيط ، وهى الخصائص التى تؤدى إلى تميز المتغير الواحد بتشبع مرتفع على عامل واحد ، ما لم يكن معبراً عن أشكال من التباين يتوزع بشكل بارز مع العديد من متغيرات المصفوفة .

ويتعين فى هذه الحالة أن يقوم تفسيرنا للعامل من خلال ظهور أكثر من تشبع عليه ، حيث تبدو مخاطرة منهجية أن نفسر العامل من خلال تشبع واحد ، ويرى جيلفورد أن حسن السياسة يقتضى أن نصمم بطارية الاختبارات بحيث نقيس كل عامل مفترض بواسطة ثلاثة اختبارات وليس اختبارا واحـــدا (Guilford, 1954, p. 532) وهو موقف سليم ، وفى ضوء هذه الاختبارات الثلاثة وتلازم أولشتت تبايناتها فى المصفوفة العاملية يمكننا أن نتعرف على خصائص العامل وتحديد هويته ، وهو موقف يتفق فيه فروكتر Fruchter

♦. مطالعة ممتعة / محمد عموش .

مع جيلفورد حيث يرى أنه لابد من الالتزام بهذه القاعدة ، وعلى وجه الخصوص إذا كنا نتعامل مع مجال جديد للبحث أو اختبارات جديدة .

(Fruchter, 1954, p. 149)

غير أن تحديد هوية العامل أو التعرف على خصائصه ليس كافياً فى حد ذاته ، إذ من الضرورى أن نحدد أولا أهمية العامل ، وتتحدد هذه الاهمية بذلك القدر من التباين الذى يعبر عنه العامل وعلى الرغم من عدم وجود قاعدة محددة تمكننا من التعرف على نسبة التباين الكافية لقبولنا لعامل ما ، إلا أن تعبير العامل عن نسبة لاتقل عن ١٠ ٪ من حجم تباين المصفوفة الارتباطية كفيل بإبراز أهمية العامل ، إلا أن مثل هذه القاعدة يحكمها إلى حد كبير عدد العوامل المستخلصة والحجم الكلى لتباين المصفوفة العاملية ونسبته لتباين المصفوفة الارتباطية بالإضافة إلى المنطق السيكولوجى الذى يتضمنه نسق التشبعات على العامل ، فقد يكون العامل معبراً عن نسبه مرتفعة من التباين كما يحمل عدداً من التشبعات الجوهرية التى تتعلق بمفهوم واحد ، إلا أنه يحمل فى نفس الوقت تشبعات متعددة لاتتفق مع وجهات النظر السيكولوجية الخاصة بالمفاهيم المقبولة وفى هذه الحالة يتعين على الباحث أن ينظر بحذر شديد إلى هذا العامل . وعلينا أن نكون أكثر وضوحا هنا ، فان ما نعنيه بقولنا « الاتفاق مع وجهات النظر السيكلوجية » لا يعنى أن يكون العامل متفقا مع وجهة نظر الباحث أو فروضه بل أن يتفق مع الحقائق العامة التى أثبتتها البحوث السابقة كالعلاقات بين بعض الوظائف أو القدرات أو السمات المعينة ، ويجدر بالباحث فى هذه الحالة أن يعود إلى مقاييسه المختلفة وأساليبه الحسابية لمراجعة مصدر الخلل فى العامل المنتج حيث تبقى الحقيقة الاصلية هنا وهى أن العامل لايعبر إلا عما نضعه منذ البداية من علاقات ارتباطية بين متغيرات سيكلوجية ، وفهم المتغيرات وتحليلها وحسن القياس ودقته كفيلان بتقرير الصورة العاملية المنتجة وإعطاءها ملامحها .

♦. مطالعة ممتعة / محمد عموش .

الفصل التاسع عشر

تطبيقات عاملية

♦. مطالعة ممتعة / محمد عموش .

تطبيقات عاملية :

رغم أن التحليل العاملى نشأ فى ميدان علم النفس ، وقام وتطور على أكتاف عدد من علمائه ، إلا أن خصوبة المنهج وإمكان استخدامه بوصفه صيغة رياضية مناسبة لتصنيف وتنظيم الخصائص المترابطة لظاهرة أو مجموعة من الظواهر المعينة فى مجال ما ، أدى إلى اتساع استخدامه فى نظم علمية أخرى من بينها على سبيل المثال علم الاجتماع والطب العقلى والجغرافيا والسياسة والاقتصاد والعلوم الزراعية ، وينصب الإسهام الرئيسى فى أغلب هذه المجالات على تصنيف المعطيات الأولية وتنظيمها فى أنساق كبرى يمكن الاعتماد عليها بكفاءة نتيجة لما يتوفر لها من ثبات ، فى صياغة الفروض الجديدة والتعرف على العلاقات المختلفة وأوزان هذه العلاقات فى تشكيل الظواهر .

ويتناول هذا الفصل عددا من المجالات القريبة التى أسهم التحليل العاملى

♦. مطالعة ممتعة / محمد عموش .

فى تنظيمها فى أنساق ذات خصوبة كأمثلة للتطبيقات المختلفة للتحليل العاملى ودوره فى تطوير هذه المجالات العلمية .

وقد عرفنا حتى الآن أن الهدف المباشر للتحليل العاملى هو تبسيط وصف البيانات العديدة بواسطة تحديد العدد الضرورى من المتغيرات أو الابعاد فإذا بدأنا بقياس سمة أو قدرة معينة مستخدمين فى قياسنا عددا كبيراً من البنود أو المقاييس سواء التى سبق استخدامها فى دراسات أخرى أو التى قمنا بتصميها فاننا نستطيع أن ننتهى باستخدام التحليل العاملى إلى أقل عدد ممكن من هذه البنود يصف بأفضل صورة ممكنة السمة أو القدرة التى نقيسها دون أن نضحى بالكثير نتيجة لهذا التلخيص الذى يقوم على إهمال قدر من الخصائص الجانبية أو غير المشتركة ، أو الناتجة عن أنواع من أخطأ القياس بين البنود أو المتغيرات .

ويعرف الباحث صاحب الخبرة فى القياس النفسى المشكلات المختلفة لواحدية البعد الذى يقيسه المقياس بل والبند الواحد فى المقياس ، وهى مشكلة يتصدى التحليل العاملى لمواجهتها .

فاستخدامنا لعدد كبير من البنود لقياس سمة معينة لايزودنا فى واقع الأمر بضمان أن هذه البنود المختلفة الصياغة المتعدده الجوانب هى وحدات نمطية متساوية فى نوعية قياسها لهذا البعد الذى نقوم بقياسه أو أنها لا تقيس شيئا آخرا غيره .

ولأن العقل يعمل كوحدة واحدة ، وتسلك الشخصية بوصفها كل متكامل فان استخدام الباحث لاستبصاره الخاص وخبرته للحسم فى أن بندا أو مقياسا معينا يقيس شيئا معينا ولا يقيس شيئا غيره يعد من الأمور غير الميسورة أو المقبولة الآن فى المجال العلمى وبالأخص بعد أن توفرت لدينا الوسيلة المناسبة للحسم فى هذا الشأن .

♦. مطالعة ممتعة / محمد عموش .

فنحن نستطيع أن نقول ، على سبيل المثال ، أن بنداً مثل : « ما هو حاصل جمع ثلاث برتقالات + خمس برتقالات ؟ » يعد مقياساً جيداً للقدرة الحسابية ، ويصبح الفارق بين تلميذ وآخر فى الإجابة على هذا البند ناتجا عن الاختلاف بينهما فى قدرتهما الحسابية ، وهو أمر يبدو شديد الوضوح فى هذا المثال الذى يعد بنداً نموذجياً فى اختبارات الحساب التقليدية فى المدرسة .

غير إننا نستطيع أن نعيد فحص هذا البند لنتبين أنه يمكن افتراض وجود قدره أخرى غير القدرة الحسابية تعد مسئولة أيضاً عن الوصول إلى الإجابة الصحيحة ، وهى القدرة على استخدام الرموز ، فهناك فارق بين حساب ثلاث برتقالات مضافا إليها خمس برتقالات حقيقة بضمهم معاً على المائدة محركا لهم من مواضعهم بأصبعى وبين عدى لهم باستخدام رموز مجردة مثل ٣ ، ٥ ، + ، ٨ ، = . فنحن هنا أمام مستويين من التفكير : تفكير تجريدى يتعامل بالرموز دون حاجة إلى استخدام الموجودات العيانية ذاتها ، وتفكير عيانى يتعامل بالأشياء المشخصة ويمكننا بالتالى أن نميز بين القدرة الحسابية والقدرة على التعامل بالرموز المجردة .

يمكننا أكثر من ذلك أن نجد قدرة ثالثة أيضاً تختلف عن القدرة الحسابية والقدرة على التعامل بالرموز المجردة وهى القدرة اللغوية فنحن نضع البند فى صياغة لغوية وقد يكون المفحوص عاجزا عن فهم اللغة دون أن يكون عاجزاً عن التعامل بالرموز أو عن الحساب كما لو قدمت هذا البند بالعربية إلى طفل فرنسى لايعرف هذه اللغة ، ولا تعنى عدم قدرته على الاجابة انخفاض فى قدرته على الحساب أو على التعامل بالرموز المجردة ، وفى بنود معقدة الصياغة أو تتناول معانى يختلف الأفراد فى فهمها تظهر الفروق فى القدرات المتعلقة بالفهم اللفظى داخل أبناء اللغة الواحدة .

نتبين من كل هذا أن بنداً واحدا فى مقياس قد يقيس أكثر من قدرة أو

♦. مطالعة ممتعة / محمد عموش .

جانب ويتولى التحليل العاملى تصنيف هذه الجوانب المختلفة فى فئات محدداً وزن وأهمية كل فئة من فئات التصنيف أو العوامل بحجم ما يعبر عنه من تباين.

وهكذا نستطيع باستخدام عدد كبير من المتغيرات أو المقاييس التى ينطبق عليها ما ينطبق على البند الواحد من حيث تعدد الأبعاد ، أن نتعرف على التصنيف العام المستقل أو المتداخل الذى ينتظم هذه المتغيرات وخصائص الأداء عليها.

فاذا بدأنا بقياس قدرات التفكير التقريرى[1] مثلا بعدد يصل إلى ثلاثين متغيرا تغطى الجوانب المختلفة فيه ، فقد نصل بالتحليل العاملى لمصفوفة الارتباطات بين هذه المتغيرات الثلاثين إلى عشرة عوامل فقط هى المسئولة عن الحجم الكلى أو الجزء الأكبر من تباين هذه المتغيرات الثلاثين ، ويمكننا وفقاً لهذه النتيجة أن نكتفى بعشرة درجات * فقط تعبر عن المجال وجوانبه المختلفة بدلا من ثلاثين درجة ودون أن نكون قد ضحينا بالكثير نتيجة لهذا التلخيص الواضح .

(أ) التحليل العاملى ونسق قدرات العقل :

كان قياس القدرات العقلية المختلفة معروفا قبل التحليل العاملى ؛ وقد دأب علماء النفس منذ جالتون على قياس هذه القدرات وتصميم المقاييس المناسبة لها وبعد ظهور قوانين الارتباطات وصياغة كارل بيرسون K. Pearson لها بدأت محاولات مختلفة للتعرف على العلاقات والارتباطات بين القدرات العقلية المتعددة التى أمكن قياسها . ولم يكن هناك تفسير واضح لهذا الارتباط الإيجابى

---

(١) Convergent thinking.

(*) درجات عاملية أو باعادة تصميم مقاييس نقية

♦. مطالعة ممتعة / محمد عموش .

بين هذه القدرات والذى ظهر فى دراسات متعددة ، وجاء سبيرمان ليؤكد أن هذه الارتباطات الإيجابية ترجع إلى حقيقة أن هناك شيء عام ومشترك بين هذه القدرات ، أو أن هناك بتعبير آخر قـــدره عامة وشائعه فى كل أشكال الأداء العقلى ، وأطلق سبيرمان على هذه القدرة العامة الشائعة إسم العامل العام والذى أصبح معروفاً فيما بعد على أنه الذكاء .

وتقترن فكرة القدرة العقلية العامة أو العامل العام الذى يقف خلف كل أشكال الأداء العقلى بنظرية العاملين لسبيرمان والتى جاءت لتكون بمثابة محاولة لتفسير هذه الارتباطات الإيجابية القوية بين أشكال الأداء العقلى المختلفة

نجد فى ضوء نظرية العاملين لسبيرمان أن الأداء العقلى على عدد من المقاييس ينتهى بنا إلى عامل عام يحمل تشبعات لكل المتغيرات وعدد آخر من العوامل النوعية بعدد المتغيرات المستخدمة فى الدراسة يحمل كل منها تشبع لمتغير واحد فقط ، وتعبر هذه العوامل النوعية عن القدر الخاص من التباين الذى يختص به هذا المتغير ، فنحن نتوقع من تحليل متغيرين عامليا الحصول على ثلاثة عوامل ، عامل عام يعبر عن مدى ما يتضمنه هذين المتغيرين من إمكانية لقياس هذه القدرة العقلية العامة التى تقف خلف كل أشكال الأداء العقلى ، وعاملين نوعيين يعبران عن نوعية الأداء على الاختبارين ، من هنا نستطيع القول أن كل فرد يختلف عن أى فرد آخر فى هذه القدرة العامة أو الذكاء ، ويختلف أداء الفرد الواحد من ميدان لآخر نتيجة لهذه القدرات النوعية أو الخاصة ، ويمكننا أن نجد فى ضوء هذه النظرية عدد من المقاييس والاختبارات التى تقيس هذا العامل العام منها اختبار بينية بتعديلاته المختلفة واختبار وكسلر بتعديلاته وصوره المختلفة والتى تتسق جميعها مع هذا الفهم العاملى لقدرات العقل ولنسق هذه القدرات ،

معنى هذا أن نظرية سبيرمان تقدم أول صياغة نظرية لنسق القدرات العقلية معتمدة على معطيات التحليل العاملى مقدمة تفسيرا يقوم على وجود

♦. مطالعة ممتعة / محمد عموش .

مبدأ عام يمكن التمييز بين الأفراد وفقاً له وأن هذا التمييز تمييز كمى وليس كيفياً، ومقدمة لفكرة أن كل الاختبارات إنما تقيس شيئا واحد ولكن بأقدار مختلفة فأختبار يقيس هذه القدرة العقلية العامة أو الذكاء بنسبة تصل الى ٨ر٠ (تشبع المتغير علي العامل العام) وآخر يقيسه بنسبة لاتزيد عن ٤ر٠ وهكذا.

نتيجة النقد الحاد الذى تعرضت له نظرية سبيرمان من عدد كبير من السيكلوجيين وعلى رأسهم ثرستون وسيرل بيرت وغيرهم من علماء النفس، الذين رفضوا فكرة أن هناك عاملا عاما واحد فقط هو المسئول عن هذا النوع الشديد والمتسع الأداء العقلى، مؤكدين أنه رغم وجود قدر من الارتباط المشترك أو التباين المشترك بين كل المتغيرات، إلا أن المتغيرات تعود لاظهار تباينات جزئية مشتركة فيما بينها فى شكل مجموعات تضم تباينا لعدد من المتغيرات ويخرج عنها عدد آخر بالإضافة إلى التباين العام الذى تتضمنه جميعها ... نتيجة لهذا ظهرت نظرية ثرستون خلال الثلاثينيات حيث تناولت نسق القدرات العقلية بشكل مختلف، فهى ترفض القول أن هناك عامل عام واحد فقط يستحوذ على التباين المشترك بين المتغيرات، وترفض أعتبار القدر الباقى من التباين بمثابة تباين نوعى يختص به متغير واحد دون غيره مميزا له عن التباين العام.

يرى ثرستون أن هناك عدد من العوامل العامة التى تعبر عن تباينات مختلفة تمثل أشكالا متجانسه من الأداء يختص كل منها بفئة تصنيفية واحدة، وعلى هذا يفسر الأداء العقلى لا بوصفه قدرة عامة واحدة تصنف فى فئة مستقلة تستحوذ على القدر الوحيد المشترك من التباين بين أشكال الأداء، بل على أنه قدرات متعددة تصنف فيها هذه التباينات، ويمكننا أن نجد فى ضوء هذا المنطق الجديد أن تباين المتغير الواحد يقبل التصنيف فى أكثر من عامل عام فإذا كانت نظرية سبيرمان توزع تباين المتغير الواحد فى فئتين اثنين فقط فإن نظرية ثرستون توزع هذا التباين فى عدد من الفئات يزيد أو ينقص وفقاً لخصائص التصنيف وحجم الأداء الذى نقوم بتصنيفه، ويمثل الشكل رقم (٦٧)

♦. مطالعة ممتعة / محمد عموش .

الفارق بين تصنيف الأداء على اختبار واحد وفقاً لنظريتى سبيرمان وثرستون.

شكل رقم (٦٧) يبين الفرق بين تصنيف الأداء
على متغير واحد فى نظريتى سبيرمان وثرستون

م	عامل عام	عامل نوعى
١	*	*

(ا) وفقاً لنظرية سبيرمان

م	عامل طائفى عام	عامل طائفى عام	عامل طائفى عام	عامل نوعى
١	*	*	*	*

(ب) وفقاً لنظرية ثرستون

وفقاً لهذا المنظور قام ثرستون ومعاونوه من خلال عدد من الدراسات الواسعة باستكشاف لهذه العوامل الطائفية العامة التى تمثل نسق القدرات العقلية والتى يتعين فى ضوئها أن تصنف أشكال الأداء العقلى مهما كان التنوع أو التغاير بين هذه الأشكال من الأداء، وقد أطلق ثرستون على هذا النسق التصنيفى الواسع إسم قدرات العقل الأولية(١)، ومن خلال هذه الدراسات الواسعة توصل ثرستون إلى مايزيد على عشر قدرات نتيجة للتحليل العامل لعدد كبير من المقاييس وأهم هذه القدرات الآتى :

١ ـ القدرة على الفهم اللفظى :

ويقصد بها القدرة الإساسية التى تقف خلف نوعية معينة من الأداء العقلى المتميز والذى يمكن ملاحظته من القدرة على القراءة وفهم المادة المقروءة بناء على ماتتضمنه من تعبيرات ومعانى مقدمة فى صياغات وتركيبات لفظية بحيث يتميز فرد ما عن آخر فى هذه القدرة من خلال الفرق بينهما فى إدراك

(١) Primary mental abilities.

♦. مطالعة ممتعة / محمد عموش .

المتشابهات اللفظية ، ووضع مجموعة من الجمل غير المرتبة فى سياقها الصحيح والقدرة على إستخدام البراهين اللفظية والتقابل والمضاهاة بين المعانى المجردة فى الأمثال ، وجميعها أعمال يمكن وضعها فى صورة إختبارات لفظية ، وكل اختبار يتضمن نوعا من الأداء يدخل فى هذه الفئة سيشترك مع غيره من الاختبارات التى تقيس جانبا آخرا من هذه القدرة فى عامل عام واضح هو الذى أطلقنا عليه إسم القدرة على الفهم اللفظى .

٢ ـ القدرة على الطلاقة اللفظية :

بينما كان العامل الأول مسئولا عن فهم خصائص اللغة وحسن استخدامها والتعامل بها فإن هذا العامل يختص بشيء آخر ، فهو عامل يعبر عن القدرة على أستيعاب مفردات واسعة لفئات الاشياء المختلفة فى شكل مسميات لفظية بالاضافة إلى القدرة على تمييز مسميات الاشياء هذه وما بينها من فروق تظهرها إمكانية التعرف على خصائص الجناس فى الكلمات ، والافراد الذين يستطيعون أكثر من غيرهم ذكر أكبر عدد من المسميات لفئة من الاشياء أو يستطيعون ذكر أكبر عدد من الكلمات التى تبدأ أو تنتهى بحرف أو حروف معينة هم أولئك المرتفعين فى القدرة على الطلاقة اللفظية .

٣ ـ القدرة الحسابية :

كما ذكرنا فى بداية هذا الفصل فإن القدرة الحسابيه تختلف تماما عن القدرة اللفظية والقدرة على التعامل بالرموز ، ويقصد بالقدرة الحسابية هنا السرعة التى يستطيع الفرد أن يحل بها المسائل الحسابية المختلفة مع صحة الحلول المقدمة ، وقد نجد أفراد مرتفعين فى قدراتهم الحسابية من حيث التعامل بالارقام وحل المشكلات فى نفس الوقت الذى تنخفض فيه قدراتهم على الطلاقة اللفظية أو العكس ، ولا يعنى ارتفاع درجة الفرد على قدرة معينة ، ارتفاع درجته على قدرة أخرى .

♦. مطالعة ممتعة / محمد عموش .

٤ ـ القدرة المكانية :

والقدرة المكانية أكثر تعقيدا من القدرات السابقة ، فالأمر لا يتعلق هنا بمجرد إدراك العلاقات المكانية أو الهندسيه الثابتة مثل الطول والانحناء والاستدارة ، بل توجد أيضا خصائص مكانية أخرى تختلف بطبيعتها الدينامية من إدراك الخصائص الثابتة وهى تبدو بصورة واضحة من خلال دراستنا لميكانيزمات الأبصار وإدراك الحركة ، ويوجد بالإضافة إلى هاتين الفئتين فئة ثالثة يمكن تمييزها فى المتطلبات الاختبارية التى يكون على الفرد إزائها تقديم صور مكانية أو تخيل خصائص مكانية وليس إدراك علاقات وخصائص سواء ثابتة أو دينامية .

وقد أمكن بالفعل من خلال إنجازات ثرستون استخلاص العاملين المكانيين الاول والثانى وظهرت دلائل قوية على وجود العامل الثالث وإمكان تميزه عن العاملين الاولين ويعتمد تمييز وإظهار عامل ما بشكل يسمح بتحديد هويته وبزيادة قابليته على إعادة الإنتاج فى دراسات أخرى عديدة ، لا على خصائص المعالجة العاملية ولكن على أساس الجهد السيكومترى وتصميم المقاييس وتحديد أنواع الأداء المطلوبة . بمعنى آخر أن الأساس فى التصنيف والتعريف والتفسير العاملى أساس سيكلوجى بحت وبدونه يصبح التحليل العاملى أداة شكلية .

٥ ـ ذاكرة التداعى

تظهر هذه القدرة فى الحالات التى يكون المطلوب فيها من الفرد أن يقدم تذكرا لأزواج مترابطة من الأشياء ، فى ترابطات غير مباشرة أو بعيدة ويحتمل أن يكون هذا العامل هو الأساس العريض الذى يفسر عمليات الذاكرة المعقدة ، فالترابط هنا جزء رئيسى للذاكرة ومدى اتساعها والمنطق العام لهذا العامل يسمح بافتراض وجود عوامل أخرى يمكنها الإسهام فى تفسير الذاكرة ، مختلفة فى جوهرها عن الذكاء ، ويمكن هنا افتراض عوامل مثل الذاكرة المتكلفية

♦. مطالعة ممتعة / محمد عموش .

والذاكرة السمعية أو الصوتية والذاكرة البصرية ، وذاكرة التتالى الزمنى ، وكل مفهوم من هذه المفاهيم كان محوراً لدراسات تالية لثرستون ومترتبة أساساً عن نسق العوامل العقلية الأولية .

٦ ـ السرعة الادراكية

يختص هذا العامل بتفسير قدرات مميزة تظهر فى السرعة التى يتمكن بها الشخص من إدراك التفاصيل المختلفة ، وإن كان الإدراك هنا بصرى ، إلا أن السرعة الإدراكية بصفة عامة يمكن أن تمتد إلى مجالات أخرى إذا توفرت المقاييس التى تتناول نفس الخصائص فى هذه المجالات الأخرى وكان لها تشبعات دالة على هذا العامل ، فالشخص الذى يلتقط التفاصيل ويدرك الاختلافات ويلحظ المتشابهات هو الشخص صاحب الدرجة المرتفعة على هذه القدرة .

٧ ـ الاستدلال :

وهو عامل يفسر القدرة التى يظهرها الفرد فى الانتقال من عدد من الجزئيات إلى القاعدة العامة التى تحكم هذه الجزئيات ، أو فى الانتقال من المقدمات العامة إلى نتيجة محتمة من هذه المقدمات العامة ، بمعنى آخر أن هذا العامل يفسر القدرة على تقديم أقيسة صحيحة واستقراءات سليمة . ويستخدم للقياس بنود مختلفة عن تلك التى يحتويها الاختبار للاستقراء ومن الممكن فى هذا الصدد أن نفترض أننا إزاء عاملين وليس عاملا واحد يختص الاول بتفسير القدرة على القياس العقلى بالمعنى الأرسطى والآخر بتفسير القدرة على الاستقراء بالمعنى العلمى .

وقد أعد ثرستون بطارية كبيرة تحتوى عديدا من الاختبارات التى تقيس هذه العوامل وامكن تحديد هوية كل عامل بعد تحليل الارتباطات التى خرج بها مستخدما عينات ضخمة .

♦. مطالعة ممتعة / محمد عموش .

ويلاحظ أن بعض عوامل ثرستون لايظهر فى العينات الخاصة بالمراحل العمرية المبكرة كما هو الحال بالنسبة للعامل الأخير على سبيل المثال ، وقد أثبتت الدراسات التالية صحة الكثير من عوامل ثرستون وظل نسق القدرات العقلية الأولية أساساً صالحاً لتفسير الأداء العقلى بالمقارنة بالنظرية التى قدمها سبيرمان فى ضوء نظريته العامليه .

ولا يمكننا الآن أن نجد تنظيراً للأداء العقلى وفقاً للمفاهيم العاملية يغفل نظرية ثرستون أو لايشير إليها موضحا جوانب الاتفاق أو الاختلاف معها ، بالإضافةإلى استمرار استخدام وتطوير العديد من المقاييس التى وضعها ثرستون ومعاونيه لقياس هذه القدرات العقلية .

إذا انتقلنا إلى جيلفورد Guilford فسنجد نظرية عامليةجديدة لتفسير نسق القدرات العقلية ، يطلق عليها جيلفورد اسم « بناء العقل »(١) وتقوم الفروض الأساسية للنظرية على أن أى قدرة عقلية يمكن استكشاف جوانب ثلاثة لها ، هى بمثابة الخصائص الجوهرية للقدرة العقلية وتتلخص هذه الجوانب الثلاثه فى الآتى :

١ ـ العملية (١) :

ويقصد بالعملية شكل التناول العقلى أو نوعية التفكير المعين الذى يتسم بخصائص مميزة فقد تكون العملية العقلية عبارة عن « تذكر » لمواد معينة وبغض النظر عن طبيعة هذه المواد فإن العملية هى عملية تذكر ، وقد تكون عملية تقييم لأشياء معينة أو أفكار معينة ومهما كانت طبيعة هذه الأشياء أو الأفكار فان العملية هى عملية تقيم ، وهكذا يمكننا أن نجد عدد من العمليات العقلية ،

---

(١) Structure of intellect.

(٢) Process.

♦ . مطالعة ممتعة / محمد عموش .

وكل عملية منها تمثل جانبا من جوانب القدرة المعينة . كما أن كل قدرة تتميز بعملية خاصة بها مختلفة عن أية قدرة أخرى .

٢ ـ المضمون (١) :

ويقصد بالمضمون نوع المادة الخاصة بالعملية العقلية ، فقد تكون العملية تذكرا ، ومضمون هذا التذكر «رموز» ، بمعنى أن الفرد يقوم هنا بتذكر رموز معينة ، أو تكون العملية تقييما «لأشكال» أو «ألفاظ» أو «سلوك» ، وبذلك يكون لدينا مضامين شكلية ولفظية وسلوكية وكل عملية عقلية لابد أن يكون لها مضمون معين ، ولا توجد عملية ما بلا مضمون ، فالتذكر تذكر لشيء ما ، والتقييم تقييم لشيء ما .

٣ ـ الانتاج : (٢)

الجانب الثالث للقدرة العقلية هو نوع الإنتاج الظاهر الذى يقدمه الفرد فعملية معينة ذات مضمون معين تؤدى لإنتاج محدد وهناك أنواع مختلفة من الإنتاج كأن يكون هذا الإنتاج فى شكل «وحدات»(٣) أو «فئات»(٤) أو «علاقات»(٥) فإذا كانت لدينا عملية عقلية كالتذكر ، وكان مضمونها لفظي فقد يأخذ إنتاجها شكل علاقات أو فئات .

ويفترض جيلفورد مصفوفة(٦) ثلاثية الأبعاد ، يمثل البعد الأول فيها العمليات ويمثل البعد الثانى المضامين المختلفة ويمثل البعد الثالث كل أنواع الإنتاج ، ومن خلال التبادل والتوافيق بين كل فئة من فئات هذه الأبعاد الثلاثة

---

(١) Content. (٢) Product.
(٣) Units. (٤) Classes.
(٥) Relations. (٦) Matrix

• مطالعة ممتعة / محمد عموش .

نهد قدرة واضحة المعالم ، وتغير أى بعد من أبعاد قدرة ما يؤدى إلى التعرف على قدره جديدة قد تكون جديدة فى عمليتها العقلية أو فى مضمونها أو فى إنتاجها .

نستطيع إذن أن نصنف قدرات العقل على أساس من العملية العقلية ، أو على أساس مضمون هذه العملية أو على أساس الإنتاج الخاص بها .

نجد فى مجال العمليات خمس مجموعات رئيسية هى : العمليات المعرفية(١) وعمليات التذكر(٢) وعمليات التفكير التغييرى(٣) وعمليات التفكير التقريرى(٤) وأخيرا عمليات التقييم(٥) .

ويقصد بالعمليات المعرفية ، مجموعة العمليات العقلية المختصه بالاكتشاف أو إعادة الاكتشاف أو التعرف على الحقائق المختلفة ، بينما يقصد بالذاكرة العمليات المختصة بحفظ المواد المختلفة واستعادة ما عرف أو حفظ فى فترات سابقة . وتصنف عمليات التفكير التغييرى والتفكير التقريرى فى فئة أوسع هى فئة التفكير الإنتاجى(٦) وهى فئه ينبنى نشاطها على الاستفادة من معلومات معروفة بالفعل ومعلومات تم تذكرها ، النوع الأول هو التفكير التغييرى وحيث نقوم بالتفكير فى اتجاهات متعددة ومختلفة ، نبحث أحيانا عن فئات أو وحدات أو علاقات أو نظم وأحيانا نسعى للخروج عن الفئات المعتادة أو الوحدات والنظم التقليدية أى أننا نسعى إلى الاختلاف والتميز . أما النوع الثانى وهو التفكير التقريرى فنسعى فيه إلى الوصول إلى نتيجة واحدة صحيحة ، أو نسعى للوصول إلى أفضل إجابة تقليدية معروفة لمنبه معين . وفى مجال التقييم نسعى إلى التوصل إلى قرارات تفضيلية تحسم فى اختيار أشياء أو مواقف أو

---

(١) Cognitive.
(٢) Memory.
(٣) Convergent thinking.
(٤) Divergent thinking.
(٥) Evaluation.
(٦) Productive.

♦. مطالعة ممتعة / محمد عموش .

حلول معينة بأن نقرر أنها أفضل أو أصح أو أوفق أو أنسب ما نعرفه أو ما ننتجه أو ما نتذكره .

نجد فى مجال المضمون أربع فئات رئيسية ، وكما عرفنا فالمضمون هو طبيعة المادة التى تتناولها العملية العقلية . وهناك مضمون شكلى(١) نقصد به المواد المشخصة أو العيانية التى تدرك بواسطة الحواس المختلفة من سمع وأبصار والتى لا تمثل شيئاً إلا نفسها ، من ذلك خصائص المواد المرئية من حجم وشكل ولون وخصائص المواد المسموعة من نغم وإيقاع وذبذبة والأمثلة كثيرة ومتنوعة فى مجال المادة الشكلية . أما المضمون الرمزى(٢) فيقصد به المادة المكونة من أنواع مختلفة من الرموز سواء أكانت هذه الرموز فى شكل حروف أو أرقام أو علامات أخرى ، والتى تنتظم عادة فى نسق معين كالأبجدية مثلا أو نسق الأرقام . النوع الثالث من المضامين هو المضمون اللفظى(٣) ويقصد به الصياغة اللفظية التعبيرية للمعانى والأفكار المختلفة . أما النوع الرابع وهو المضمون السلوكى(٤) فرغم أن جيلفورد يفترضه فى هذا السياق إلى أن اكتشاف خصائصه من خلال تصميمات عاملية لم يتبلور بعد فى صورة واضحة ، غير أنه مضمون يتسق هنا مع التحليل النظرى للإمكانات المختلفة للمضامين التى يمكن أن تكون مادة للعمليات العقلية المعروفة فى بناء العقل .

نجد فى مجال الإنتاج ست فئات وكل عملية يمكن أن تؤدى إلى إنتاج معين من هذه الفئات الست مكونة لقدرة مختلفة وقد يكون الإنتاج فى شكل وحدات أو فئات أو علاقات أو نظم(٥) أو تحويلات(٦) أو تضمينات(٧) .

---

(١) Figural.

(٢) Symbolic.

(٣) Symantic.

(٤) Behavioral.

(٥) Systems.

(٦) Transformations.

(٧) Implications.

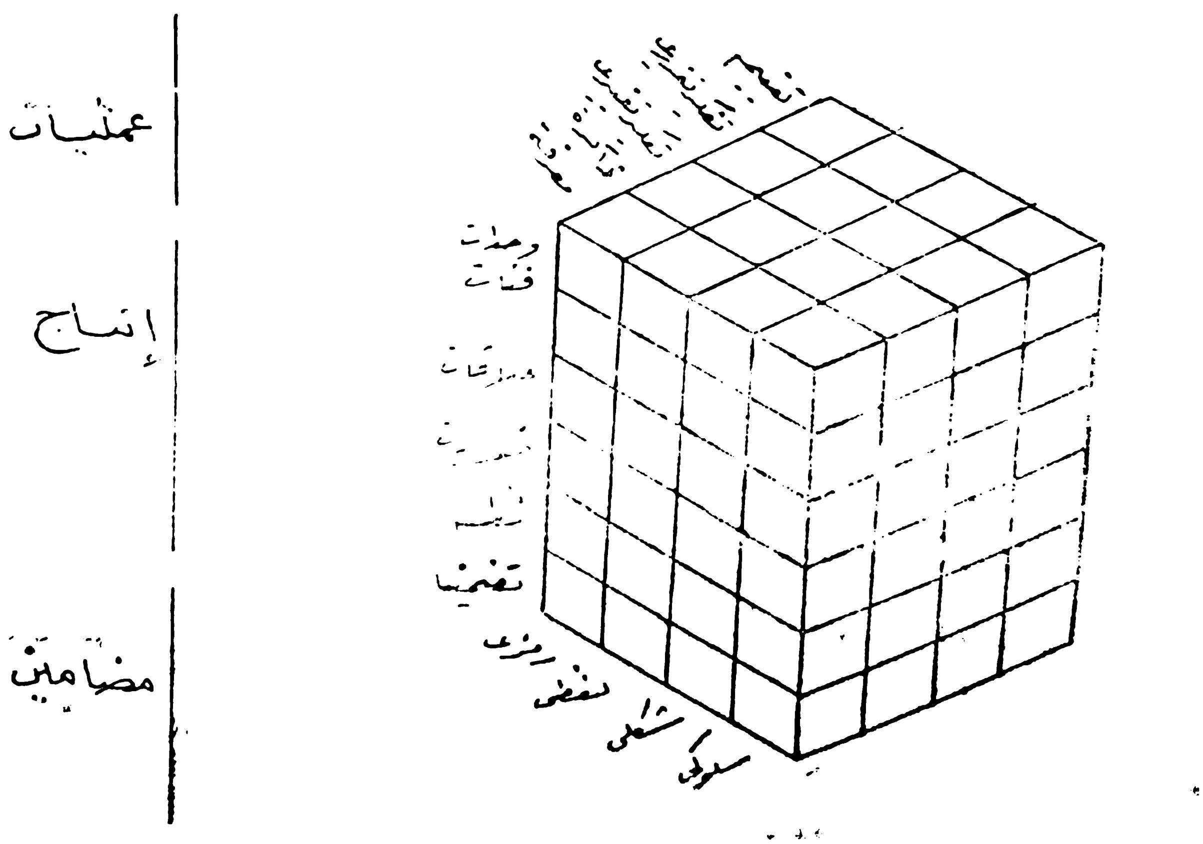
• مطالعة ممتعة / محمد عموش .

ويذكر جيلفورد أن هذه الأنواع الستة من الإنتاج هي ما أمكن تحديده والتعرف عليه بواسطة التحليل العاملي ويمكن استخدام هذا التصنيف الواسع بفئاته المختلفة كنسق تندرج فيه كل أنواع المعلومات النفسية في مجال تنظيم العقل .

ويبين الشكل الآتي رقم (٥٢) نموذج لبناء العقل . وهو شكل ذو ثلاثة أبعاد . ويمثل كل بعد من هذه الأبعاد طرازا من طرز التباين للعوامل المستخلصة، على امتداد أحد الأبعاد توجد الأنواع المختلفة للعمليات وعلى امتداد البعد الآخر توجد الأنواع المختلفة للمضمون وعلى امتداد البعد الثالث توجد الأنواع المتعددة للإنتاج .

شكل رقم (٥٢) يبين

القدرات العقلية أو « بناء العقل » لجيلفورد



تبين كل خلية من خلايا الشكل نوعا محددا من القدرات التي يمكن وصفها

. مطالعة ممتعة / محمد عموش .

بأسلوب العمليات والمضمون والإنتاج وعندما نصمم اختبارا لقياس أحد القدرات فلابد أن تكون له هذه الخصائص الثلاث .

إذا قمنا بفحص منظم لهذا الشكل ، متناولين شريحة رأسية فى كل مرة بادئين بالوجه الأمامى ، سنجد أن الشريحة الأولى تمدنا بصفوفة مكونة من ثمانى عشر خلية (ويخرج عن حسابنا ست خلايا خاصة بالعمود السلوكى والذى لم تكتشف بعد عوامله بصورة واضحة) وتحتوى كل خلية على قدرة معرفية .

يمكننا أن نحصل من كل صف من صفوف الوجه الأمامى على ثلاث قدرات معرفية ذات نوع واحد من الإنتاج . فى الصف الأول تظهر القدرات المعرفية للوحدات الرمزية والوحدات اللفظية والوحدات الشكلية وفى الصف الثانى تظهر القدرات المعرفية أيضاً ولكن للفئات — وليس للوحدات — الرمزية واللفظية والشكلية وهكذا .

وعندما نقول « قدرات معرفية للوحدات الشكلية » فاننا نقصد ، وفقا لنظرية جليفورد العاملية ، قدرة المفحوص على التعرف من خلال اختبار معين على خصائص صور لبعض الموضوعات رغم طمس وتشويه بعض أجزاء هذه الموضوعات فى الصورة . وقدرة الفرد على الاستخلاص والتعرف على هذه الموضوعات مميزا لها من خلفيتها تمثل قدرة معرفية للوحدات الشكلية .

ونجد فى مجال التعرف على الوحدات الشكلية السمعية فى تكويناتها الموسيقية القدرة على التعرف على الأنغام ، وعلى بعض خصائص الحديث أو التكوينات الموسيقية اللحنية(١) .

إذا انتقلنا إلى المضمون اللفظى فسنجد قدرة جديدة معرفية للوحدات

---

(١) Melodies.

• مطالعة ممتعة / محمد عموش .

اللفظية ، أما إذا انتقلنا إلى البعد الخاص بالإنتاج من صف الوحدات إلى صف الفئات فسنجد أيضاً ثلاث قدرات تختص بالتعرف على الفئات الشكلية أو الرمزية أو اللفظية .

ومن وسائل قياس للقدرة على التعرف على الفئات اللفظية أن نقدم للمفحوص مجموعة من الكلمات طالبين منه تصنيفها في فئتين كتصنيف المجموعة الآتية من الكلمات في فئة « ما له أسنان » وفئة « ما هو حيوان » : مشط ، ترس ، رجل ، قرد ، دجاجة ، قلم ، تمساح ، عصفور ، مفتاح .

وتقاس القدرة على التعرف على النظم باستخدام الاختبارات الخاصة بالفهم العام[1] والتي يتضمن بعضها فقرات للبرهنة الهندسية ، مع ضرورة التمييز بين مطلبنا الذي ينطبق عليه تعريف هذه القدرة ، وهو الحل المطلوب وبين القدرة على التعرف على الفئات اللفظيه والتي تكون هنا في شكل إمكانية التعرف على كيفية بناء المشكلة بدقة وحيث يمكن قياسها ببند كالآتي :

أي العمليات الحسابية نحتاجها لحل هذه المشكلة ؟

قطعة أرض طولها ١٤٩ قدما وعرضها ٤٨ قدما يتكلف بناؤها ٧٨٤٢ جنيها فما تكاليف بناء القدم المربع ؟

(ا) اجمع واضرب

(ب) اضرب واقسم

(ج) اطرح واقسم

(د) اجمع واطرح

(ه) اقسم واجمع

(1) General reasoning.

◆. مطالعة ممتعة / محمد عموش .

إذا انتقلنا إلى العملية العقلية الثانية وهى التذكر والتى تشغل الشريحة الرأسية الثانية فسنجد أننا تمكنا عاملياً من اكتشاف عدد قليل من العوامل منها بعض العوامل المعروفة للذاكرة البصرية والذاكرة السمعية وذاكرة سلاسل الحروف والأرقام ، ويعتبر تذكر الأفكار المختلفة التى وردت فى فقرة معينة نوع من ذاكرة الوحدات اللفظية ، ويدلنا فحص اختبارات التداعى التقليدية على أنها تقيس ذاكرة العلاقات اللفظية .

وقد اكتشف قدرتين فى هذه الشريحة متعلقتين بتذكر النظم اللفظية والشكلية ، ففى مجال تذكر النظم الشكلية نجد الاختبارات التى يطلب فيها من المفحوص ترتيب بعض الأشياء فى فراغ ما ، وفى مجال تذكر النظم اللفظية نجد الاختبارات التى يكون مطلوب فيها تذكر وقائع محددة من بين عدة وقائع ، وتوحى التفرقة بين هاتين القدرتين أن الشخص قد يكون قادراً على القول أين شاهد شيئاً ما فى صفحة من كتاب ، غير أنه قد لا يكون قادراً على تذكر فى أية صفحة شاهدها إذا ما قلب عدة صفحات من هذا الكتاب بينها الصفحة التى يبحث عنها .

قدرات التفكير التغييرى التى تحتل العملية الخاصة بها شريحة رأسية مستقلة تتميز بخاصية فريدة هى تنوع الاستجابات المنتجة والتى لا تتحدد بشكل صارم فى ضوء المعلومات المعطاه ، وعلينا أن لا نرتب على هذا القول نتيجة مؤداها أن العمليات العقلية التى تؤدى إلى نتيجة وحيدة لا تشملها هذه الفئة ، ذلك أن التفكير التغييرى يوجد ويؤدى دوره حيثما يوجد أداء يتطلب أسلوب المحاولة والخطأ ، وإذا عدنا للشكل السابق رقم (٥٢) لنحاول استطلاع القدرات الخاصة بهذا المجال فى بعديها الآخرين — أى المضمون والإنتاج — فسنجد أحد قدرات الوحدات الرمزية للتفكير التغييرى وهى الطلاقة اللفظية والتى تقاس ببنود يطلب فيها من المفحوص سرد أكبر قدر من الالفاظ التى تشمل حرفاً

♦. مطالعة ممتعة / محمد عموش .

معينا ، أو التي تنتهي بحروف معينة ، وهي هنا قدرة رمزية * بمعنى أن اهتمامنا لا يتجه إلى الألفاظ من حيث ما تتضمنه من معنى أو من حيث كونها مسميات لأشياء ، بل ينصب اهتمامنا على الألفاظ بوصفها رموزاً في نسق معين . أما القدرة اللفظية المناظرة لها فقد تميزت هنا وأصبحت تعرف باسم الطلاق الفكرية(١) وتقاس ببنود يطلب فيها من المفحوص أن يذكر أكبر قدر من الأشياء المستديرة الناضجة مثلا . ونجد في مجال فئات الأفكار عاملا آخراً هو المرونة التلقائية(٢) والذي يقاس ببنود يطلب فيها من المفحوص أن يذكر كل الأفكار التي تدور في ذهنه حول أداة معينة أو شيء معين خلال فترة محددة . وقدرة المفحوص على الخروج من فئة إلى أخرى من فئات الأشياء المختلفة هي هذه المرونة التلقائية .

نجد أيضاً في صف التحويلات من مصفوفة التفكير التغييري بعض العوامل الأخرى كالمرونة التكييفية(٣) والتي تعد أحد عوامل العمود الشكلي . وتقاس على أفضل وجه ينطبق على تعريفها باختبار أعواد الثقاب المعروف والذي يعتمد على اللعبة التي تستخدم فيها مربعات أضلاعها من أعواد الثقاب ويطلب من المفحوص إبعاد عدد معين من الأعواد ليترك عدداً معين من المربعات دون أن نحدد له شروطاً تختص بحجم المربعات التي سيتركها . فإذا وقع المفحوص في تصور أن المربعات لابد أن تكون بنفس الحجم فسيترتب على ذلك فشله في محاولته الوصول إلى الحلول الصحيحة .

إذا انتقلنا إلى مجال قدرات التفكير التقريري فسنجد أن أغلب قدرات

(*) لاحظ الفرق هنا بين تعريف هذه القدرة وتعريف ثرستون للقدرة على الطلاقة اللفظية .

(١) Ideational fluency.

(٢) Spontaneous flexibility.

(٣) Adaptive flexibility.

♦. مطالعة ممتعة / محمد عموش .

مصفوفة هذه العملية قد تم اكتشافها عاملياً بالفعل . ففى صف الوحدات اكتشفت القدرة على تسمية الخصائص الشكلية كتكوينات الألوان والقدرة على تسمية المجردات من فئات وعلاقات . كما اكتشف عامل للنظم اللفظية يختبر ببنود يطلب فيها من المفحوص أن يقوم بترتيب عدد من الأحداث التى ينتظمها ترتيب منطق ثابت وتقليدى وتقدم هذه الأحداث فى البند فى غير انتظام . كما يمكن أن تقدم مصوره مثلما نجد فى اختبارات ترتيب الصور أو الكلمات .

ونجد فى مجال التحويلات ، والتى يقصد بها القدرة على الوصول إلى حل واحد بقرار حاسم ينبنى على معلومات معطاه ، عاملا رمزى المضمون للقدرة العدديه ، والقدرة الموازية له فى العمود الشكلى هى التى تقاس باختبارات البرهنة الهندسية حيث تحدد بعض العمليات المكونة من أشكال النتيجة الصحيحة المشكلة . ونجد فى العمود اللفظى عامل الاستنباط المعروف والذى يعد تعبيراً جيداً عن هذه القدرة .

نجد أخيراً مصفوفة القدرات التقييمية . والتى لم تنل إلا قدراً ضئيلا من البحوث بالمقارنة ببقية العمليات . وتختلف المعايير أو المستويات والمحكات الخاصة بالحكم أو التقييم بين كل صف من صفوف هـذه الفئة بالنسبة للنوع الخاص من إنتاج هذا الصف . ففى تقييم الوحدات نجد أن القرار الخاص بها يتعلق بماهية الوحدة ونجد فى العمود الشكلى العامل المكتشف منذ فترة مبكرة على يد بيرت Burt على أنه سرعة الإدراك وتهدف اختبارات هذا العامل لقياس القدرة على تقرير المطابقة بين شيئين ، ونجد فى العمود الرمزى قدره الحكم بالتطابق بين وحدات رمزية من ذلك أن يقرر المفحوص إذا كانت أعضاء هذا الزوج من الرموز متطابقة أم لا :

(ا) ٥٩٦٧٨٤ - ا ك ل ع د ز س - محمد عبد الحميد

(ب) ٥٦٦٧٨٤ - ا ك ل ع د ذ س - محمد عبد المجيد

♦. مطالعة ممتعة / محمد عموش .

ويشيع استخدام نماذج من هذه البنود في اختبارات الميول الكتابية ، ويوجد عامل آخر يتناول الحكم علي ما إذا كانت فكرتين متطابقتين أم لا ، كما يتعلق تقييم الأنظمة بالاتساق الداخلى بين هذه الانظمة ولقياس هذه القدرة تقدم بعض الرسوم لمواقف معينة ويطلب من المفحوص أن يحدد الخطأ فى الصورة والذي غالباً ما يكون فى صميم الاتساق الداخلى للموقف .

وهناك العديد من القدرات التى تشغل خلايا ثلاثية الابعاد في الشكل ويمكن افتراضها نظرياً وتصميم دراسات عاملية للتثبت منها .

وكان الأساس لنظرية جليفورد أساس عاملى ، كما كان الأساس عاملي لنظرية سبيرمان وثرستون والفارق الهام هنا بين جليفورد وكل من سبيرمان وثرستون هو افتراض هذا التعدد الواسع فى العوامل العامة ، فنحن لانتعامل مع تباينات نوعية ، بل مع تباين عام ، وهو تباين يلخص ثلاثة جوانب رئيسية لأية قدرة من القدرات التى ينتظمها العقل هى العملية ، والمضمون ، والإنتاج ونحن لستطيع بضرب العمليات فى المضمون فى الإنتاج أن نتوقع حوالى مائة وعشرين قدره (٥ × ٦ × ٤ = ١٢٠) فلسنا إذن أمام موقف محدود يرد فيه الأداء إلى عامل عام واحد أو موقف ضيق يرد فيه الأداء إلى فئات قليلة من القدرات بل إلى تنوع وتعدد يعبر عن ذلك الثراء الواسع للأداء العقلى ينبنى فى أساسه على التحليل العاملى لأشكال الأداء ويبين الشكل رقم (٦٨) الفرق بين نسق القدرات العقلية لدى كل من سبيرمان وثرستون وجليفورد .

شكل رقم (٨) الفرق بين نسق القدرات العقلية
لدى كل من سبيرمان وثرستون وجايفورد

ع/م	أ	ب	جـ	د	هـ
١	×		×		
٢	×	×			
٣	×				×
٤	×			×	

أ - سبيرمان

ع/م	أ	ب	جـ	د	هـ	و	ر	ح
١	×		×		×			
٢	×	×		×			×	
٣	×		×			×		
٤	×	×		×				×

ب - ثرستون

ع/م	أ	ب	جـ	د	هـ	و
١	×	×	×		×	
٢	×			×		×
٣		×		×	×	
٤	×		×			×

جـ - جيلفورد

♦. مطالعة ممتعة / محمد عموش .

(ب) التحليل العاملى وتنظيم سمات الشخصية :

ظلت دراسات الشخصية موضوعا هاما من موضوعات علم النفس التى تدور خارج مجال الاهتمامات الأكاديمية ، حيث كانت محورا لنظريات مختلفة ، ويتبين الدارس للشخصية إن هذا المجال الذى بدأ فى الازدهار متأخرا ، كان اهتماماً نظريا خالصاً لايقوم على معطيات تجريبية ، فالتجربة بالمعنى المعملى تتناول العلاقة بين متغيرين فقط ومدى مايحدث من تغير فى احدهما نتيجة للتغيرات الحادثة فى المتغير الاخر ، ورغم صرامة هذه التصميمات المعملية إلا أن الشخصية كـكل متكامل لم يـكن من الميسور إخضاع جانب واحد فيها فى كل مرة على حدة للتعرف على استجابته لتنبيه معين ، بالإضافة إلى أن النظر إلى الشخصية كوحدة واحدة يجعل من الضرورى معالجة كل المتغيرات معا فى تصميم واحد يسمح بالتعرف على النمط العام لاستجابتها فى المواقف المختلفة والأنساق التى تنتظم فيها هذه الاستجابات

ولم يـكن التنوع والتعدد فى النظريات - وهو تنوع وتعدد يعبر عن ثراء الشخصية - يعبر فى نفس الوقت عن تقدم فى مجال الدراسة العلمية للشخصية نتيجة لتوقفه عند حدود النظرية بداية ونهاية .

صحيح أن عددا كبيراً من نظريات الشخصية كان من الثراء والخصوبة بحيث أمـكن استخلاص فروض كثيرة من مصادرات النظرية قابلة للاختبار من خلال تصميمات تجريبية محددة ، إلا أن هذا الاختبار أثبت صحة بعض هذه الفروض بقدر ما أثبت خطأ البعض الاخر .

ولا يتم التقدم العلمى أو يستمر من خلال النظرية وحدها أو البحث التجريبي وحده ، فنحن فى حاجة دائماً للربط بين الاثنين : أن نقوم بفحص الدلالات النظرية لحقائقنا التجريبية الجزئية لتنظيمها فى أنساق ، وأن نقوم باختبار الفروض الجزئية المنبثقة عن بديهيات النظرية ومصادراتها كمحك لصدق وخصوبة معطيات النظرية ، وكأسلوب لإختبار قدرتها التفسيرية أو التنبؤيه فى مجال أوسع .

♦. مطالعة ممتعة / محمد عموش .

وقد صاحب التعدد فى نظريات الشخصية تعددا مماثلا فى تعريفاتها ، حتى أصبح من العسير أن نجد نظريتين تتفقان فى تعريفهما للشخصية ، وهو أمر يؤدى إلى بطء التقدم العلمى المطلوب فى المجال .

وقد أسهم التحليل العاملى فى خلق اهتمام مشترك بين عدد من باحثى الشخصية موحدا لمنهجهم ومنظورهم العلمى منذ فترة قصيرة لا تتجاوز نصف القرن الأخير، وقد بدأت هذه الاهتمامات العاملية فى مجال الشخصية متأخرة عشرين عاما عن الاهتمامات المناظرة فى مجال القدرات العقلية ، ويبدو أنه كان من الضرورى الانتظار هذه الفترة إلى أن يتاح ظهور عدد من العلماء الذين تتسع اهتماماتهم لكل من الشخصية والتحليل العاملى معا أمثال كاتل وجيلفورد وايزنك .

وكما كان الأمر فى الدراسات الخاصة بالقدرات فى مرحلتها المبكرة ، كانت الشخصية تقاس أيضا بعدد من المقاييس والإختبارات التى نشأ أغلبها فى ظل اهتمامات اكلينيكية فى محاولة للتعرف على المتغيرات السوية والمرضية التى تلعب دور المحددات للشخصية فظهرت اختبارات وودورث R. Woodworth فى فترة مبكرة ثم بطارية منيسوتا المتعددة الأوجه(١) وغيرها من الاختبارات والمقاييس .

غير أن المطلوب للتقدم فى مجال الشخصية ليس فقط استخدام أساليب القياس الدقيقة والتكميم الذى يسمح بالمعالجة الإحصائية المحدودة ، بل منهج يمكنه التعامل مع أنماط كاملة من السلوك بدلا من التعامل مع متغيرات منفصلة ، فرغم إثارة الاستجابات المستقلة والبسيطة لاهتمامنا فى الشخصية إلى أننا نوجه القدر الأكبر من عنايتنا لأنماط السلوك العامة أو نمط الشخصية وأنماط النمو وهى المحاور التى يستطيع التحليل العاملى أن يسهم فيها مساهمة ملحوظة .

---

(١) MMPI

♦. مطالعة ممتعة / محمد عموش .

وحوالى الثلاثينيات ظهر عدد من الباحثين منهم بيرت Burt وكاتل Cattell فى انجلترا وجيلفورد Guilford فى أمريكا أخذوا فى تناول الشخصية باستخدام الدراسات الواسعة التى تهدف إلى الحصول على ارتباطات بين أكبر قدر من المتغيرات ثم تحليلها عامليا بهدف التوصل لمعرفة ما إذا كانت الأنماط المتماسكة والمنتظمة التي يتحدث عنها الاكلينيكيين يمكن الحصول عليها باستخدام المقاييس والمعالجات الإحصائية ، وقد جاءت النتائج بطيئة نسبيا خلال السنوات العشرة الأولى ، إلا أنه حدث تقدم ملموس بعد ذلك ، بحيث نجد أن ماظهر من دراسات واسعة ومتطورة لدى كاتل ومعاونيه فى أمريكا وايزنك فى انجلترا فيما بين سنتى ١٩٤٠ - ١٩٦٠ كان حاسما فى تشكيل المجال وإبراز ماتحقق فيه من تقدم .

وقد تركزت جهود كاتل فى محاولة تقديم عينة واسعة للسلوك الكلى للانسان الذى يدور فى مايشبه المدار العريض للشخصية(١) ثم القيام بترشيح وتنقية تدريجية للعديد من المتغيرات والأبعاد الرئيسية للشخصية للتوصل إلى المحددات العامة والمشتركة التى تظهر بصورة واضحة متكررة فى البحوث والمواقف المختلفة التى تتبع نفس المنهج .

وتركزت جهود أيزنك من ناحية أخرى فى الوفاء باحتياجات الاخصائيين الاكلينيكيين منتخبا المتغيرات التى يتداولونها ليقوم بدراستها مع بذل قدر من الاهتمام بالعلاقة الخاصة بين ظاهرتى العصاب(٢) والذهان(٣) .

ورغم الاختلاف فى المنظور العلمى ونقطة البداية بين كاتل وأيزنك إلا أن الاتفاق فى المنهج وأسلوب التناول أدى إلى تناول منحييهما لظاهرة واحدة بتعريف يكاد أن يكون واحدا مع نقاط التقاء متعددة تسمح بالربط بين نتائجهما والمقارنة بينهما ويصدق الأمر نفسه على منحى جيلفورد .

---

(١) Personality sphere.

(٢) Neurosis.

(٣) Psychosis.

♦. مطالعة ممتعة / محمد عموش .

أخذت استراتيجية كاتل أساسها من مفهومه لمدار الشخصية ، والذى يقصد به الحصول على عينة من أوسع نطاق ممكن لنشاط الشخصية وأدائها بهدف الوصول من هذا المدار الواسع إلى أهم المحددات التى يمكن أن تعبر عن النسق المنتظم للشخصية فى صورة أنماط أو فئات تصنيفية ، وهو ينظر إلى التحليل العاملى بوصفه المنهج العلمى القادر على اكتشاف العلاقات بين المتغيرات المختلفة التى يتضمنها تصميم تجريبى معين ، وبقدر إتساع هذا التصميم التجريبى للبيانات الأولية المباشرة بقدر مايستطيع التحليل العاملى تقديم صورة وافية ، وعلى هذا بدأ كاتل فى التعرف على المفاهيم والتعبيرات المستخدمة التى تصف الشخصية والسلوك الصادر عنها وقام بجمع هذه التعريفات والمفاهيم من القاموس وبلغت قدرا يتراوح بين ثلاثة آلاف إلى أربعة آلاف تعبير ، وبعملية ترشيح وتنقية متتالية لهذه التعبيرات وحساب الارتباطات المتتالية بينها والتحليل العاملى للعديد من هذه الصفات والسمات النوعية المتبقية مقيمة من جانب أفراد اسوياء انتهى إلى عدد يتراوح بين اثنى عشر وعشرين بعدا من أبعاد المصدر(١) .

وكانت الملاحظات التجريبية التى أخضعت لحساب الارتباطات والتحليلات العاملية من مصادر رئيسية على الوجه الآتى :

١ ــ الملاحظة من خلال الرجوع للسجلات الفعلية للأفراد أو تقديرات السلوك الخاص بأداء الشخص فى الحياة اليومية والتى تتضمن على سبيل المثال أساليب الأداء فى العمل وحوادث السيارات وغيرها وهو يطلق على هذا المصدر اسم سجلات الحياة(٢) .

٢ ــ التقديرات الذاتية أو بيانات الاستبارات كالتى يقدمها الفرد فى مواقف الاختبارات أو حجرة الاستشارات السيكولوجية(٣) .

---

(١) Source traits.

(٢) Life record data. أو L-data

(٣) Q-data.

♦. مطالعة ممتعة / محمد عموش .

٣ - بيانات مصدرها اختبارات موضوعية[١] والتى يطلب فيها من الشخص الاستجابة لمواقف مصغرة ، يقاس فيها سلوكه الحقيق وليس ما يذكره عن نفسه .

وتوصل كاتل إلى أن بعض الأبعاد التى اكتشفت من خلال هذه الوسائط الثلاثة كانت مما سبق أن توصل اليه الاخصائيين الإكلينيكيين بالفعل من ذلك العامل الأول[٢] (A فى الجدول) والذى يقابل عامل الانطلاق - الفصام الذى سبق أن وصفه كريتشمر Kretschmer ، بالإضافة إلى هذا تمكن التحليل العاملى من ابراز أنماط متسقة لم يسبق اكتشافها من قبل مثل العامل المعروف باسم الوداعة الوجدانية[٣] ، كما أمكن اكتشاف عاملين مستقلين ومتما يزين أحدهما لمشاعر الذنب[٤] ، والاخر لقوة الانا الأعلى[٥] ، وهما عاملان لايتضمنان معانى أخلاقية معينة ويشبهان إلى حد ما المفاهيم الفرويدية المعروفة .

ويبين الجدول الاتى رقم (٦٩) العوامل الأساسية التى خرج بها كاتل من تحليل بياناته الأولية وهى العوامل التى تتضمنها البطارية العاملية التى تعرف باسم عوامل الشخصية الستة عشر[٦] .

---

(١) T-data.

(٢) Affectothymia v. Sizothymia

(٣) Protected emotional sensitivity.

(٤) Guilt-proneness.

(٥) Superego strength.

(٦) (16 PF)

♦. مطالعة ممتعة / محمد عموش .

رمزه بالحروف الانجليزية	السمة أو العامل	مسلسل
A	الدورية أو الودودية	١
B	الذكاء في مقابل الضعف العقلي	٢
C	الاتزان الوجداني (أو قوة الأنا) في مقابل انعدام الاتزان الوجداني	٣
E	السيطرة في مقابل الخضوع	٤
F	الاستبشار في مقابل التلبس (أو الحماس في مقابل الانقباض)	٥
G	قوة الأنا الأعلى في مقابل ضعف المعايير الخلقية	٦
H	المغامرة في مقابل الاستسلام	٧
I	الطراوة العاطفية في مقابل النضج التام	٨
L	التوجس في مقابل التقبل	٩
M	الاستغراق في الذات في مقابل الانشغال بالاهتمامات العملية	١٠
N	الحذاقة في مقابل البساطة (أو الفطنة في مقابل السذاجة)	١١
O	حساسية الضمير في مقابل الثقة الهادئة	١٢
Q	التطرف في مقابل المحافظة	١٣
Q_2	الاكتفاء الذاتي في مقابل ضعف العزيمة .	١٤
Q_3	قوة العاطفة الشخصية في مقابل ضعف الضبط الشخصي .	١٥
Q_4	توترات الدوافع المرتفعة في مقابل توترات الدوافع المنخفضة	١٦

وبعد أن حلل كاتل عامليا البيانات الآتية من التقديرات الشخصية التى قدمها الأفراد وكانت نتيجة هذا التحليل مشجعة نظراً لاتساقها مع العديد من المفاهيم التى قدمها علم النفس الاكلينيكى قام أيضا بتحليل البيانات التى كان مصدرها الاستبارات ووصل منها إلى عشرين عاملا ، كان منها ستة عشر عاملا متسقة فى معناها مع ماسبق أن خرج به من الخطوة الخاصة بتحليل التقديرات الشخصية .

ما الذى يعنيه هذا المنحى التصنيفى لسمات الشخصية ، من جمع وتنقيه لهذه السمات من مصادر مختلفة ، أنه يعنى وفقا لمنطق التحليل العاملى إننا قمنا بتصنيف سمات الشخصية فى فئات محددة ومستقلة ، تبدو كل فئة بمثابة نمط بارز يمكننا التنبؤ

♦ . مطالعة ممتعة / محمد عموش .

بسلوك صاحبه فى المواقف المختلفة؛ وعلى ذلك فكل عامل من عوامل كاتل الستة عشر يعد بمثابة فئة تصنيفية يقع فيها بعض الأفراد ويخرج عنها بقية الأفراد، وعوامل كاتل كما رأينا عوامل قطبية أى تعطينا مجموعة الصفات والسمات التى ترتبط معا ارتباطا إيجابيا ممثله لقطب من قطبى العامل وترتبط ارتباطا سلبيا مع المجموعة الأخرى من السمات التى تحتل القطب الآخر، وإذا أردنا أن نتعرف ها إلى مجموعة الصفات والخصائص التى يتميز بها أفراد أحد هذه الفئات التصنيفية ولتكن الفئة التى يمثلها العامل الأول (الدورية أو الانطلاق) فسنجدها كما تظهر فى الجدول الآتى وحيث الصفات المشار إليها بعلامة (+) تمثل القطب الإيجابى والصفات المشار إليها بعلامة (—) تمثل القطب السلبى وأى صفتين يحملان نفس الإشارة تكون العلاقة بينهما موجبة، وإذا اختلفت الإشارة تكون العلاقة سالبة.

جدول رقم (٧٠) للسمات والخصائص التى يعبر عنها
عامل الدورية والانطلاق لدى كاتل

(+) تشبعات موجبة على العامل	(—) تشبعات سالبة على العامل
متساهل	معوق أو مشاكس
متوافق (فى العادات)	غير مرن — متصلب
عاطفى، مجامل	بارد — غير مبالى
صريح — متزن	كتوم — قلق
معبر عن عواطفه	متحفظ
يثق فى الآخرين بسهولة وسرعة	شكاك — ماكر
مندفع — كريم	حذر — منغلق على نفسه
متعاون — إيجابى	عدوانى — مغرور
ينجذب لإغراء الآخرين	متباعد عن الناس
مرح	جامد، جاف

هل لهذه التصنيفات العاملية نصيب من الواقعية، بمعنى آخر، ما هى محكات الصدق لهذه التصنيفات لسمات الشخصية؟ بالإضافة إلى المحكات الاكلينيكية

♦. مطالعة ممتعة / محمد عموش .

التى ظهر منها أن الأشخاص الاسوياء ممن تنطبق عليهم خصائص القطب الموجب يميلون إلى التعامل مع الناس بينما العصاميون ممن تنطبق عليهم خصائص القطب السالب يتعاملون مع الأشياء ، بالإضافة إلى هذا ظهرت محكات خارجية أخرى متمثلة فى نوع الوظيفة التى يختارها أفراد القطب الموجب (+) مختلفة عن الوظيفة أو العمل الذى يختاره من ينطبق عليهم القطب السالب ، فالأفراد من النوع الأول يختارون أعمالا مثل الإدارة والمبيعات ، وهى أعمال تتطلب تعاملا رقيقا ووديا مع الناس ويقوم النجاح فيها على كسب الناس وصداقتهم وثقتهم بينما يفضل الأفراد من النوع الثانى أعمالا مثل قاطعى الأخشاب أو التخصص فى الطبيعة والعلوم وهى الأعمال التى تؤدى إلى التعامل مع الأشياء أكثر مما تؤدى إلى التعامل مع الناس .

وقد أظهرت دراسات أخرى تالية أن هناك ارتباطا مرتفعاً بين الخصائص العاملية التى ظهرت من تحليل مادة التقديرات الشخصية وغيرها من المحكات الموضوعية ومنها المواقف الاكلينيكية والعلاجية والوظيفية والمدرسية .

لا يختلف الأساس الذى قامت عليه دراسة كاتل عن الاساس الذى قامت عليه دراسة أيزنك، فهو يبدأ أيضا من الملاحظة المباشرة لجوانب الشخصية مؤيداً للخط السلوكى الذى قدمه واطسن Watson من أن الشخصية هى مجموع الانشطة التى يمكن اكتشافها من خلال الملاحظة الفعلية لفترة زمنية طويلة تسمح بالحصول على معلومات تتسم بالثبات .

وقد قام ايزنك بدراسته الاولى محللا بنود الاستبارات المنتقاه من مصادر اكلينيكية مختلفة والمطبقة على سبعمائة جندى عصابى طبقاً للتشخيص السيكاتري مستخلصاً من هذه البنود البعد أو العامل الخاص بالعصابية . ومن خلال عدد من الدراسات العاملية المتتالية قدم ايزنك أبعاد الشخصية الرئيسية وهى بعد العصابية - الاتزان الوجدانى ، وبعد الانبساط - الانطواء . ويعد هذين البعدين بالإضافة

♦. مطالعة ممتعة / محمد عموش .

إلى بعد الذهانية الأقل تحدداً ووضوحاً الأبعاد الأساسية التي يمكننا أن نصنف الشخصية وفقا لها ، وهي مع الذكاء الذي يمثل البعد المعرفي ، الأسس التي يمكن وفقا لها الحصول على معارف كافية وشاملة عن السلوك الإنساني .

ويتناول أيزنك أبعاد الشخصية بوصفها متصل كمي ويقع الفرد على نقطة معينة على هذا المتصل ، مع تأكيد الاستقلال الكامل ، أو التعامد ، بين بعدى الانبساط والعصابية . بحيث يمكننا أن نجد أفراداً ترتفع درجاتهم على بعد منهما بينما ترتفع أو تنخفض على البعد الآخر .

وقد استمد أيزنك عدداً من مفاهيمه كالانبساط والانطواء من يونج Jung وإن كانت مفاهيمه تختلف في مضمونها الدقيق بالإضافة إلى الاختلافات في الخصائص الكمية والقابلية للقياس الموضوعي التي اضفاها ايزنك على هذه هذه المفاهيم .

ويقارن أيزنك بين ما أدى إليه المنحى العاملي التصنيفي وبين أنماط الشخصية التي وضعها جالين Galen في القرن الثاني الميلادي والتي تبناها Kant ثم فونت Woundt في نهاية القرن التاسع عشر ، ويبين الشكل الآتي رقم (٥٣) أنماط الشخصية الأربعة لدى جالين : الصفراوي(١) والسوداوي(٢) والدموي(٣) والبلغمي(٤) وما يقابلها من خصائص كمية تظهرها أبعاد الشخصية الناتجة عن التحليل العاملي .

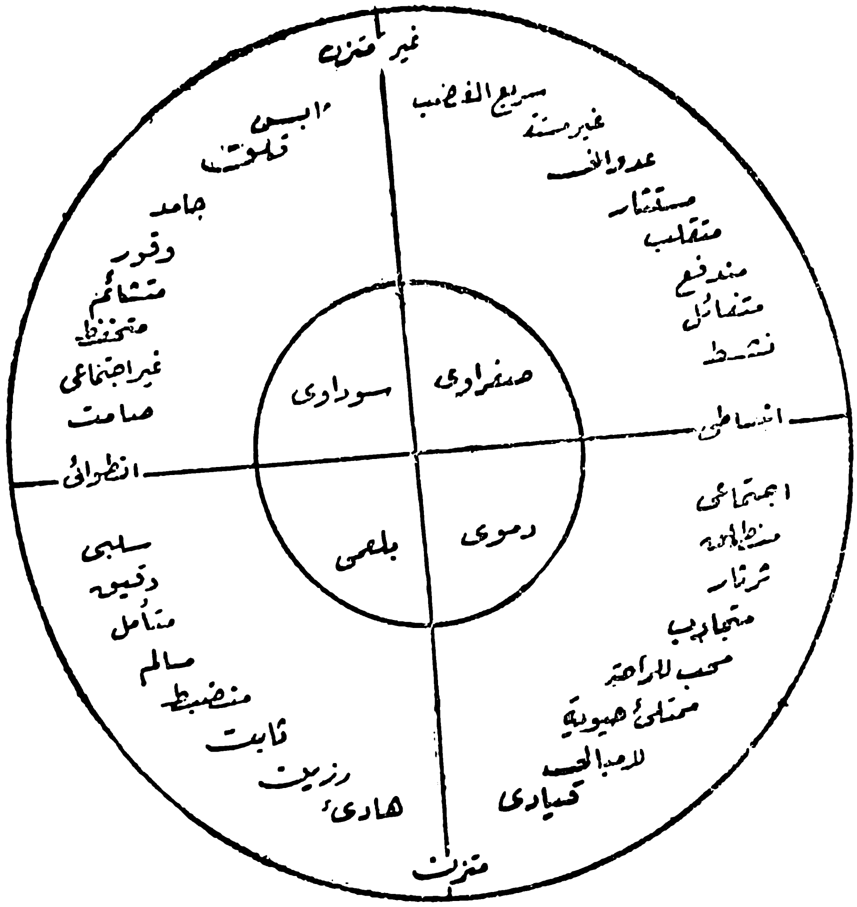
يصف ايزنك الانبساطي النموذجي وفقا لأدائه على المقاييس ووفقا للبنود التي تشبعت على هذا البعد بالآتي : هو شخص اجتماعي محب للحفلات ؛ لديه الكثير من الأصدقاء وهو يحتاج دائما للناس ليتحدث إليهم ويتحدثون اليه

---

(١) Choleric. (٢) Melancholic.
(٣) Sanguine. (٤) Phlegmatic.

♦. مطالعة ممتعة / محمد عموش .

شكل رقم (٥٣) لأنماط جالين الأربعة ومقابلاتها من أبعاد الشخصية العاملية لدى إيزنك



ولا يحب القراءة أو الدراسة بنفسه ، وهو فى حاجة دائمة للاثاوة ، يحب انتهاز الفرص حتى ولو كانت محفوفة بالمخاطر ، يتصرف بوحى اللحظة الراهنة وهو بصفة عامة شخص مندفع وهو مولع بالفكاهات العملية ولديه دائماً إجابة حاضرة لكل سؤال ، ويحب التغيير بصفة عامة ، وهو غير مبال ومتساهل ومتفائل باستمرار ويحب الضحك والعيش فى سعادة وهو يحب الحركة باستمرار والعمل وهو ميال للعدوانية ويفقد مزاجه بسرعة . وعموماً لا يستطيع التحكم جيداً فى مشاعره وهو ليس دائماً شخصاً موثوق فيه .

♦. مطالعة ممتعة / محمد عموش .

أما الانطوائي النموذجي فهو شخص من النوع المعتزل تماماً ، تأملي . شغوف بالكتب أكثر من شغفه بالناس ، متحفظ ويحتفظ بنفسه بعيداً عن الناس فيماعدا القليل جداً من الأصدقاء الحميمين وهو يميل لوضع الخطط ، ويفكر لرجله قبل الخطو موضعها ولا يثق في وحي اللحظة الراهنة ولا يحب الإثارة يأخذ أمور الحياة اليومية بالدرجة المناسبة من الجدية ويحب طابع الحياة المنظمة وهو يحتفظ بمشاعره داخلياً متحكما فيها ، ونادراً ما يسلك بطريقة عدوانية ، ولا يفقد أعصابه بسهولة ، وهو شخص يمكن الثقة فيه متشائم بعض الشيء ويعطي قيمة كبيرة للمعايير الأخلاقية .

نحن لانجد بالطبع هذه التصنيفات الواضحة المعالم في حياتنا اليومية ، ذلك أن هذه الأبعاد عبارة عن أبعاد نموذجية تقدم النموذج الكامل للفرد الذي ينطبق عليه البعد .

ويستطيع القارىء أن يقارن بين نموذج الانبساطي في مقابل الانطوائي بنموذج العامل (أ) أو العامل الأول لدى كاتل كما يبينه جدول رقم (٧٠) وسيجد كثيراً من التطابق بين الاثنين وهو أمر يؤكد هنا أن هذا الشكل من التناول للمعطيات الآتية من الملاحظة الخارجية للسلوك وخصائص الشخصية يمكن أن يؤدي إلى نفس النتائج تقريباً من خلال المعالجة العاملية ، ورغم الفروق الدقيقة في معالم بعض العوامل لدى الباحثين المختلفين إلا أنه يمكن القول أن نموذج الانبساط - الانطواء ونموذج العصابية يقبلان المقارنة ويظهران تشابها شديدا بعوامل أخرى ظهرت لدى آخرين وهو ما لاحظه كاتل وجيلفورد وفرنون بالإضافة إلى ايزنك .

والفارق الواضح الذي يمكن أن نجده بين كاتل وايزنك هو التعدد الكبير في عوامل الأول في مقابل التلخيص الواضح في عوامل الثاني ، والواقع أن عوامل الشخصية لدى ايزنك عبارة عن فئات تصنيفية أوسع ، بالإضافة إلى أنها عوامل من درجات عليا وليس من تحليلات عاملية من الدرجة الأولى ولهذا يمكننا

♦. مطالعة ممتعة / محمد عموش .

وقد توصل إيزنك فى تحليلاته من الدرجة الأولى إلى عشر عوامل أقل عمومية هى التى أدى تحليلها لهذا العدد المحدود والشديد العمومية من الفئات التصنيفية، أو محاور الشخصية، وهذه العوامل العشر هى الآتى: التقلبات الوجدانية، الميول الاجتماعية، الاندفاع، القابلية للإثارة، الأرق، العصبية، الميل إلى المرح، الحيوية، الحساسية، مشاعر النقص.

وقام إيزنك بصياغة عدد من الفروض لتفسير الفروق بين الأفراد فى الانبساط والانطواء، ويقوم الفرض الرئيسى على خصائص الإثارة[1] والكف[2] العصبى، وقدم عددا من التجارب والاختبارات المعملية لاختبار هذا الفرض، وكانت جميعها تجارب إيجابية النتائج ومؤكدة لصدق المنبوءات القائمة على أساس التمييز بين الأفراد بناء على درجة انبساطهم كما تظهر من خلال الاختبارات النفسية.

غير أن محك الصدق الذى يهمنا فى هذا السياق، والذى يعد إضافة خاصة قدمها إيزنك فى مجال حساب الصدق للأبعاد العاملية للشخصية هو أسلوبه المعروف باسم «تحليل المحك»[3].

فنحن ننتهى من تحليلنا العاملى إلى تشبعات للاختبارات المستخدمة والتى قمنا بتحليل المصفوفة الارتباطية الخاصة بها.

(1) Excitement.
(2) Inhibation.
(3) Criterion analysis.

♦. مطالعة ممتعة / محمد عموش .

وإذا كان العامل الذى تم استخلاصه، فسر على الوجه السليم على أنه عامل للعصابية مثلا فمن المتوقع أن تعكس تشبعاته فى هذه الحالة قدرة الاختبارات المختلفة على التمييز بين الأسوياء والعصابين، بحيث يكون الاختبار صاحب أكبر قدرة تمييزية بين المجموعتين (أسوياء وعصابين) هو صاحب أعلى تشبع على العامل يليه فى القدرة التمييزية الاختبار صاحب التشبع التالى له فى الارتفاع وهكذا .

ولأننا نبدأ من مقدمة هامة وهى أن « السواء - العصابية » عبارة عن متصل كمى بحيث يكون فرد ما عصابياً بدرجة ما أو سويا بقدر معين دون أن يكون هناك تمييز كيفى يجعل الفرد أما عصابيا أو غير عصابى ؛ يصبح فى مقدورنا فى هذه الحالة أن نقوم بفصل مجموعة الأسوياء على حدة وتمثيل أفرادها وفقاً للفروق الكمية بينهم على محور توزيع كما فى شكل رقم (٥٤ ، ١) على أن نقوم بقسمة منحنى التوزيع فى نقطة عشوائية ولتكن س بحيث يكون الأفراد الذين يقعون على يسار النقطة س هم الأكثر سـواءاً بينما يكون أولئك الذين على يمين النقطة س هم الأقل سوءاً (أى الأميل للعصابية)* ويعنى هذا أننا إذا استخدمنا الاختبارين ا ، ب المعدان للتمييز بين الأسوياء والعصابيين ولكن بدرجات متفاوتة بحيث يميز أحدهما بين الأسوياء والعصابيين بدرجة أفضل من الآخر ، فعلينا أن نتوقع أن يكون الأفراد الذين يحتلون الجانب الأيمن من المنحنى هم من يحصلون على درجات سيئة على الاختبارين بينما يحصل الأفراد الذين يحتلون الجانب الأيسر على درجات أعلى ويمكننا هنا أن نحسب الارتباط الثنائى** بين هذا التقسيم وبين الدرجات على الاختبارين كل منهما على

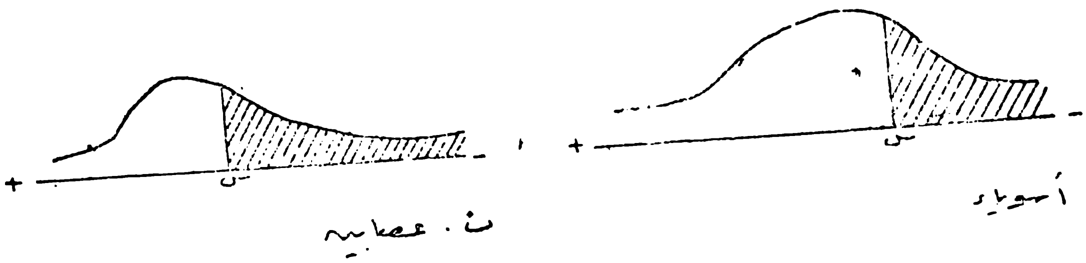
(*) ونقوم بهذا التقسيم فى الموقف العلمى وفقا للمحكات السيكومترية مثل التشخيص وخضوع الافراد لعلاج طبى أو سيكلوجى نتيجـة لاعراض عصابية ظاهرة .

(**) biserial corr. وهو معامل ارتباط يقيس الارتباط بين

♦. مطالعة ممتعة / محمد عموش .

حده ؛ ونفس الامر . لو طبق الاختبارين على المجموعة العصابية حيث يحصل الأكثر عصابية على درجات سيئة بينما يحصل الاقل عصابية على درجات أفضل نسبياً .

شكل رقم (٥٤) يبين متصل توزيع فرضي
لمجموعتين من الاسوياء والعصابيين



ولأن هناك ميل لدى بعض الأفراد (الأسوياء) للأداء بشكل حسن على كل من الاختبارين يقابلة ميل لدى البعض الآخر من الأفراد (العصابين) للاداء بشكل سيء على كل من الاختبارين فينتج عن ذلك أن نخرج بمعامل ارتباط قوى بين هذين المتغيرين ، وبتعميم هذه الحقيقة على أى عدد من الاختبارات يمكن القول أن اختبارات أى بطارية تستخدم للتميز بين الأسوياء والعصابيين سيكون بين اختباراتها ارتباطات إيجابية إذا طبقت على مجموعة أسوياء فقط أو مجموعة عصابيين فقط . وحتى عندما نطبقها على مجموعة مشتركة من أسوياء

= متغيرين احدهما يقوم على تدرج كمى بينما يقوم الاخر على تمييز ثنائى بين نفس الافراد الحاصلين على تقديرات كمية متصلة على المتغير الاول .

(*) تعتبر معاملات الارتباط الثنائية هى المحك الذى سنقارن بينه وبين تشبعات الاختبارات على العامل ويمكننا ان نرصد معامل الارتباط الثنائى فى عمود مستقل فى نفس صف التشبع الخاص بنفس المتغير ونطلق على هذا العمود اسم عمود المحك .

. مطالعة ممتعة / محمد عموش .

وعصابيين فعلينا أن نتوقع ارتباطات متناسبة مع قدرة الاختبارات على التمييز بين المجموعتين ويرتبط الاختبار الأكثر كفاءة فى التمييز ارتباطا مرتفعا ببقية الاختبارات بينما يرتبط الاختبار الأقل كفاءة فى التمييز أقل الارتباطات ببقية المتغيرات .

وإذا حللنا المصفوفة الارتباطية الخاصة بالأسوياء عامليا ؛ فنتوقع أن تكون تشبعات الاختبارات المختلفة متناسبه مع الارتباطات الثنائية بين كل اختبار والثنائى « سوى مقابل عصابى » وبالمثل إذا حللنا مصفوفة العصابيين .

والنتيجة المترتبة على هذا الموقف هى أن تكون التشبعات على عامل العصابية الناتجة من مصفوفة ارتباطات لعينة مشتركة من أسوياء وعصابيين متناسبة مع القيم الخاصة بعمود المحك (أى العمود الذى يتضمن معاملات الارتباط الثنائية السابق حسابها لكل متغير مع التوزيع الخاص بالأفراد ونقطة التقسيم فيه) أو بتعبير آخر أن يكون التشبع على العامل متناسب مع القدرة التمييزية للاختبار وفقاً لمحك الارتباط الثنائى .

الخطوة الأخيرة هى أن نقوم بعملية تدوير لمتجهى(١) المتغيرات ، المتجه الأول هو عامل العصابية الذى خرجنا به من التحليل العاملى والمتجه الثانى هو عمود معاملات الارتباط الثنائية لنفس المتغيرات وفقا لقواعد البناء البسيط لثرستون لنتمكن من الوصول إلى أقصى ارتباط بين جيوب تمام زوايا المتغيرات ويمثل معامل الارتباط الذى نخرج به مستوى العلاقة بين التشبعات وبين القدرة التمييزية للمتغيرات من خلال الارتباط الثنائى وهو من جانب آخر محك لصدق التفسير الذى أضفيناه على العامل الذى سبق أن فسر على أنه عامل للعصابية . ويفضل كاتل إطلاق اسم « تدوير المحك »(٢) على هذا الأسلوب بوصفه أكثر تعبيراً عن خصائصه بدلا من اسم « تحليل المحك » .

---

(١) Vectors.

(٢) Criterion rotation.

♦. مطالعة ممتعة / محمد عمرش .

ويوضح المثال التالى نموذجا لهذه الخطوات، من خلال تجربة قام بها إيزنك طبقت فيها بطارية من ستة عشر اختباراً موضوعياً - وليس استبارات شخصية - تقيس أبعاد الشخصية (راجع جدول رقم ٧١) على عينة من ٩٣ من الأسوياء، ١٠٥ من العصابيين طبقاً للتشخيص السيكايترى، ثم حسب الارتباط الثنائى بين الدرجات على كل اختبار والثنائى «سوى — عصابى» ثم حسبت فى الخطوة التالية مصفوفة معاملات الارتباط بين الستة عشر متغيرا لعينة من الأسوياء تبلغ ٦٤ فرداً وحللت عاملياً وفسر العاملان اللذين أنتجا على أن الأول عامل للعصابية والثانى عامل للانبساط- الانطواء، وكانت الخطوة الأخيرة هى تدوير متجهى عامل العصابية وعمود المحك أى معاملات الارتباط الثنائية والذى أدى إلى الوصول إلى معامل ارتباط بينهما يصل إلى ٠ر٥٧٤ بعد إجراء تعديل لطول المتجهات لتساوى الوحدة.

ويبين الجدول الآتى رقم (٧١) خطوات هذا الأسلوب وما أدت إليه والمتغيرات المستخدمة مع ملاحظة أن معاملات الارتباط الثنائية محسوبة للعينة الكلية (ن = ١٩٨ أسوياء وعصابيين) بينما العوامل محسوبة لعينة أسوياء فقط من نفس العينة الكلية وبعدد ٦٤ مفحوصاً. ويبين العمود الأول فى الجدول معاملات الارتباط الثنائية بين كل متغير والثنائى «سوى — عصابى» على العينة الكلية ويبين العمود الثانى عامل العصابية كما يبين العمود الثالث العامل الذى فسر على أنه عامل «الانبساط — الانطواء» كما يشير العمود ه٢ إلى قيم شيوع المتغيرات أو حجم التباين الذى استخلص من كل متغير عامليا ويشير العمود عَ إلى عامل العصابية بعد تدويره مع المحك والعمود ع١َ لنفس العامل بعد تعديل المتجهات لتساوى الوحدة.

ويتبين القارىء من هذه الخطوة أن هناك ارتباط مرتفع بين متجهى المحك والعامل بما يعد تقديراً جيداً لحسن تفسير العامل المستخلص.

. مطالعة ممتعة / محمد عموش .

جدول رقم (٧١) يمثل معاملات الارتباط الثنائية والتشبعات الخاصة بـ ١٦ متغير وتدوير المحك

م*	المتغير	الحل	ع١	ع٢	هـ٢	ع′١	ع″١**
١	التآزر الحركي	٥٧و	٤٠٥و	-٠٧٨و	١٧٠و	٢٥٨و	٤١و
٢	التوازن والتحكم الحركي	٥٤و	٦٤٤و	-٤٢٨و	٦٠٧و	٤٢٥و	٦٧٥و
٣	عدم المطابقة للمعيار	٥١و	٦٢٠و	-٤١٦و	٥٥٧و	٤ ٩و	٦٥٠و
٤	اختبار المقاومة للضغط (١)	٤٦و	٦٠٧و	٢٨٤و	٥١٦و	٢٦٢و	٥٧٦و
٥	الاستقلال الشخصي	٢٠و	٤٢٨و	١٧٥و	٢٢٢و	٢٦٧و	٤٢٤و
٦	التكيف مع الطعام	٢٧و	٢٩٢و	-٢٢٠و	٢٠٢و	٢٥٦و	٤٠٧و
٧	اختبار الرسم (٢)	٢٧و	٥٢٢و	١٠٠و	٢٨٤و	٢٢٤و	٥١٥و
٨	اختبار المتاهة النصفي (ج)	٢٦و	٦٢٢و	٤٢٠و	٥٨٤و	٢٧٧و	٥٩٩و
٩	اختبار التوتر	٢٤و	٢٩٤و	-١٠٢و	٠٩٧و	١٨٩و	٢٠٠و
١٠	بطارية جوزاني للصفة	٢٢و	١٤٢و	٢١١و	٠٦٥و	٠٨٠و	١٢٧و
١١	انعدام الشعور الذاتي	٢١و	٢٠٧و	٢٤١و	١٠١و	١١٩و	١٨٩و
١٢	اختبار الرسم (ب)	١٧و	٥٦٥و	٤٦١و	٥٢٢و	٢٢٢و	٥٢٩و
١٣	درجة تشتت الحكم	١٠و	٤٩٧و	-٤٥٥و	٤٥٤و	٢٢٢و	٥٢٩و
١٤	درجة تشتت المدى	٠٦و	١٠٠و	٠٨٩و	٠١٨و	٠٥٩و	٠٩٤و
١٥	مؤشر المرونة	٠٥و	٢٧٥و	-٢٩٧و	٢٢٢و	١٩١و	٢٠٢و
١٦	الطلاقة	٠٢و	٢٠٠و	٠١٨و	٠٩٠و	١٨٨و	٢٩٩و

(حسانزين ، ١٩٦٨ ، ص٢٤)

(*) اعدنا ترتيب المتغيرات عن الجدول الاصلى لأبراز الترتيب التنازلى للقيم لتسهيل المقارنة :

(**) العامل بعد التدوير وتعديل طول المتجهات لتساوى الوحدة .

• مطالعة ممتعة / محمد عموش .

(ج) التحليل العاملى وتصنيف الزملات (١) المرضية :

تعد مشكلة تصنيف الزملات التشخيصية فى مجال المرض النفسى من المشكلات المزمنة ، وربما جاءت الإشارة الأولى إلى إمكان تصنيف الأعراض المرضية العقلية فى فئات من توماس سيدنهام T. Sydenham خلال القرن السابع عشر ، والذى ذكر إمكان تصنيف هذه الأعراض المرضية العقلية فى زملات بنفس الطريقة المستخدمة فى الطب على أساس من خصائص الحالة وبداية المرض وأسبابه وأعراضه ، ولم يظهر بعد ذلك وعلى مدى القرنين التاليين تصنيف منشور ، إلى أن قدم كريبلن Kraepelin فى سنة ١٨٩٩ تصنيفه المعروف ، ومع ذلك فيوجد إجماع يكاد أن يكون تاما على انخفاض ثبات التشخيص الذى يعتمد على هذه الفئات التى قدمها كريبلن ، والقائم أيضا على أسلوب التقدير الذاتى الذى يقوم به الإخصائيين الأكلينيكيين إلى الدرجة التى أصبح يشك معها فيما إذا كانت فئة تشخيصية واحدة يمكن أن يطلق عليها اسم الفصام(٢) مثلا أم أن هناك تحت هذه الفئة - إن وجدت - مجموعة كبيرة من الفئات المرضية غير المتجانسة القابلة للتشكل فى زملات مستقلة .

ويلاحظ بصفة عامة انخفاض ظاهر فى ثبات التشخيص بمجرد استخدام فئات تصنيفية ضيقة ومحدودة مثل فصام اضطهادى(٣) أو فصام كتاتونى(٤) بدلا استخدام الفئات الكبرى مثل ذهان عضوى أو اكتئاب . وقد ظلت الفئات التشخيصية العامة شديدة الاتساع وغير متجانسة على الإطلاق ؛ وتظهر الدراسات التشخيصية فى مجال الفصام أن الباحثين المختلفين يتناولون أعراضا متباينة ومختلفة حتى أصبح من المألوف وجود مجموعة من المرضى تصنف أعراضهم فى فئات

---

(١) Syndrome.

(٢) Schizophrenia.

(٣) Deluded schizophrenia.

(٤) Catatonic schizophrenia.

♦. مطالعة ممتعة / محمد عموش .

مرضية مختلفة بين باحث وآخر نتيجة لهذا الاختلاف فى النظر للاعراض التشخيصية . ويترتب على ذلك نتائج سلبية حادة عند عقد المقارنات بين الدراسات المختلفة .

والواقع أن هناك عدد كبير من الأعراض المستقلة يمكن أن تتمايز فى فئات تشخيصية عديدة . وقد يكون هذا التمايز مؤديا إلى حد كبير لأحد الأسباب الهامة وراء انخفاض ثبـــات التشخيص . ويظهر الجدول الآتى رقم (٧٢) متوسط النسبة المئوية للاتفاق فى التشخيص بالنسبة للفئات التشخيصية الكبرى والفئات التشخيصية الصغرى فى ست دراسات تمتد على مدى الخمسة عشر عاما من سنة ١٩٤٩ الى سنة ١٩٦٤ وتتبين منه أن نسب الاتفاق تنخفض فى بعض الحالات إلى ٥٤ ٪ فى الفئات الكبرى وتصل فى انخفاضها فى الفئات الصغرى الأكثر تحديدا إلى ٣٢ ٪ .

جدول رقم (٧٢) النسب المئوية لثبات التشخيص
فى الفئات المرضية لدى باحثين مختلفين

الدراسة	عدد المرضى في الدراسة	النسبة المئوية للاتفاق على التشخيص		ملاحظات
		للفئات الكبرى	للفئات الصغرى	
اش Ash ١٩٤٩	٥٢	٦٤	٢٨	متماثلة شخصية مشتركة بين صغار وكبار الأطباء الإكلينيكيين
هنط وآخرين Hunt ١٩٥٢	٧٩٤	٥٤	٣٢	
شمت وفوندا Schmidt Fonda ١٩٥٦	٤٢٦	٨٤	٥٥	
كرايتمان و Krietman ١٩٦١	٩٠	٧٨	٦٢	
بيك وآخرين Beck ١٩٦٢	١٥٢	٧٠	٥٤	
ساندفير وآخرين Sandifer	٩١	٧٢	٥٧	

(عن ج . ماجوير ، فى ايزنك ، ١٩٧٣ ، ص ٥)

♦. مطالعة ممتعة / محمد عموش .

وتكتسب مشكلة ثبات التشخيص أهميتها لا من الإعتبارات العملية وحدها والحاجة لتوفير العلاج . بل ولضرورتها للوصول إلى فهم عميق لطبيعة المرض النفسى وكيفية دراسة المتغيرات المتعلقة به. وكان من المعتقد فى فترة مبكرة أن الفئتين التشخيصتين الكبريتين هما فقط الفصام والهوس الاكتئابى(١) . وأن الفصام لاشفاء منه بينما يتميز الهوس الاكتئابى بأنه ذو مآل(٢) مشجع وعندما كان يشفى مريض الفصام كان التفسير الذى يقدم فى هذه الحالة هو أن التشخيص الأساسى لابد أن يكون خاطئاً ، ومثل هذه الفكرة لاتعبر فقط عن انعدام الثقة فى ثبات التشخيص ، بل وتوضح أن المفاهيم التى كانت سائدة عن الزملات المرضية لم تكن واضحة أو مستقرة بصورة كافية .

وكانت مشكلة عزل الزملات المرضية بصفة عامة وفى الفصام على وجه الخصوص باستخدام التحليل العاملى موضوعا لاهتمام مبكر . فمنذ سنة ١٩٢٩ قدم مور T.V. Moore دراسة عاملية لتصنيف الأعراض المرضية مستخدما طريقة سبيرمان للفروق الرباعية على عينة من ٣٦٧ مريضا بعد الحصول على تقديرات عن وجود أو غياب الأعراض وقد توزعت تقديراته على ٤١ متغيرا قام بحساب معامل الارتباط الرباعى بين كل متغيرين معاً ومستخدما لنوع مبسط من أنواع تحليل التجمعات .

كان هدف مور البحث عن عامل عام وفقاً لمفاهيم نظرية سبيرمان . فى كل مجموعة مختارة من المتغيرات . وتمكن من التوصل إلى عدد من العوامل منها « العيوب المعرفية »(٣)، « الكتاتونيا » ، انعدام الكف »(٤) و « الهوس »

---

(١) Manic-depression. (٢) Prognosis.
(٣) Cognitive defect. (٤) Uninhibition.

♦. مطالعة ممتعة / محمد عموش .

والذى أعيد تصنيفه بعد ذلك فى فئتين ، والهلاوس الهذائية(١) والاكتئاب الباطنى المتخلف(٢) .

ونتيجة لاستخدام أسلوب سبيرمان فى استخلاص عامل عام من كل مجموعة من المتغيرات على حدة لم تكن العوامل الناتجة متعامدة كما هو متوقع ووصل الارتباط بينهما إلى حوالى ٦٩ر٠ .

وقام كل من ثرستون Thrustone فى سنة ١٩٤٧ وديجان Degan فى سنة ١٩٥٢ بإعادة تحليل مصفوفة مور الارتباطية باستخدام أساليب عاملية حديثة ، وتوصل ديجان إلى أربعة عوامل من الدرجة الثانية(٣) فسرها على أنها: الهوس والفصام الطفلى والاكتئاب الهذائى وفصام الكتاتونيا . وتوصل لور Lorr وآخرين إلى ستة عوامل منها خمسة مقبولة التفسير هى : الإثارة المفرطة(٤) ، الكتاتونيا ، الاكتئاب الإسقاطى المفرط(٥) ، التفكك الفصامى(٦) والهستيريا الصدمية(٧) .

وقام عدد آخر من الباحثين بتحليلات عاملية مختلفة بهدف تصنيف الزملات المرضية الرئيسية ، وإذا وضعنا فى اعتبارنا اختلاف الإجراءات والأساليب العاملية يمكن القول أن نتائج هذه التصنيفات العاملية كانت مشجعة إلى حد كبير . ويظهر الجدول الآتى رقم (٥٥) عوامل الدرجة الأولى التى توصلت إليها أربع دراسات مستقل كل منها عن الآخر قام بها كل من ديجان،

---

(١) Deluded-hallucinations.

(٢) Endogenous and retarded depression.

(٣) Secound order factors.

(٤) Hyperexcitability.

(٥) Hyper-projected depression.

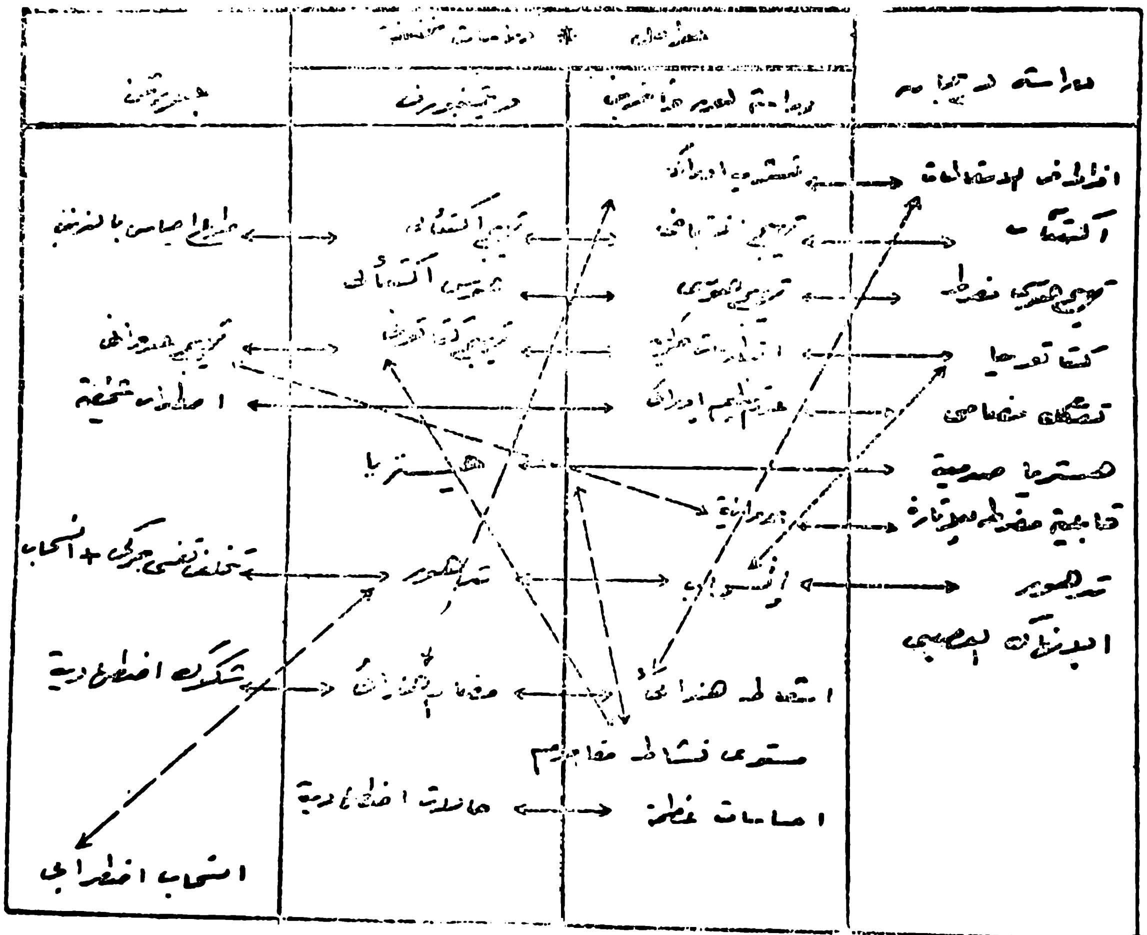
(٦) Schizophrenic dissociation.

(٧) Traumatic hysteria.

♦. مطالعة ممتعة / محمد عموش .

لور ، وزمـلائه ويتنبورن Wittenborn وجورتن Guertin ويتبين من الجدول أن العدد الأكبر من عواملهم يتشابه إلى حد كبير من وجوه متعددة ويقبل المقارنه والبقية الباقية من العوامل يميل إلى التداخل فيما بين حدوده بحيث يتسع أحدها ليشمل الآخر أو تتداخل فى جزء من معانيها .

جدول رقم (٥) لعوامل الدرجة الأولى فى أربعة
دراسات تصنف عامليا الزملات المرضية



(عن رابين وكينج فى بليك Bellak ١٩٥٨ ص ٢٧٣)

وقد اتجه بعض الباحثون إلى تناول جوانب تشخيصية أخرى للمرض

* ⟵⟶ = عوامل تقبل المقارنة وتتشابه

⟵ - - - ⟶ =

. مطالعة ممتعة / محمد عموش .

العقلى من خلال تحليلات عاملية متعددة ، من ذلك دراسة كاتل وآخرين ، ودوبن الذين اتجها إلى دراسة بناء شخصية المرضى الذهانيين ، الفصاميين منهم على وجه الخصوص باستخدام عدد من مقاييس الشخصية وتحليل الارتباطات بينها .

وقام لور وآخرين بمحاولة تهدف لتوضيح العوامل المميزة للفصاميين المزمنين ، واستخدم جورتن فى دراسته تقديرات للفصاميين على كل من : اختبار النشاط العام واختبار التوافق ، كما قام تحليل باير Blair العاملى على تناول السلوك الاجتماعى للفصاميين ونشر بويزن Boisen دراسة عاملية عن الأفكار التى يعبر عنها الفصاميين فى حالات القلق الشديد التى تنتابهم . وقام لور وزملائه بدراسة العوامل التى تصنف التغيرات التى تظهر على الفصاميين المزمنين ممن أجريت لهم جراحة الفص الجبهى(١) .

أما إيزنك فقد أجرى دراسة عاملية شاملة للأعراض المرضية وتشير النتائج التى خرج بها إلى أن كل من العصابية والذهانية عبارة عن بعد مستقل وأن أحدهما وحده لا يكفى لتفسير الدرجات التى يحصل عليها الأفراد من عصابين وأسوياء وفصاميين على مقاييس الشخصية ، ولابد من استخدام البعدين لتفسير هذه الدرجات .

وتعد دراسة تروتون وماكسويل Trouton and Maxweell من الدراسات الهامة والواسعة التى قامت على محاولة التعرف على الأبعاد الذهانية والعصابية فى المرض العقلى والعلاقة بين هذه الأبعاد .

وقد استخدمت فى هذه الدراسة قائمة التقديرات الخاصة بمستشفى المودزلى Moudsley ومستشفى بثلام الملكى Royal Bethlem والتى تتضمن تقديرات

---

(١) Lobotomized chronic schiz.

♦. مطالعة ممتعة / محمد عموش .

لوجود أو غياب الأعراض المرضية ، ثم جمعت بالاضافة إليها بيانات أخرى يتضمنها ٥٠٠ بند خاص بالمرضى تغطى ليس فقط الاعراض الظاهرة فى أى وقت خلال فترة وجود المريض بالمستشفى بل تتعلق بصحته العقلية وبأسرته وتملء هذه القوائم بواسطة صغار الأطباء العقليين المسؤولين مباشرة عن المرضى فى المستشفى ثم يراجعها كبار الأطباء . وقد اختير لأهداف هذه الدراسة ٤٥ بنداً تغطى البيانات الشخصية عن المريض ، والتاريخ الأسرى ، والتوافق ، وبداية ظهور المرض ، والأعراض ، والمآل والجزء الأكبر من هـــذه المتغيرات الخمسة والأربعين يقع فى فئة الاعراض المرضية وتشغل الفئات الخمسة الباقية عدد أقل من المتغيرات .

وقد اختيرت الأعراض الشائعة بين المرض بحيث استبعدت الأعراض التى تظهر لدى أقل من ١٠٪ من المرضى بالإضافة إلى الاعتماد على بعض الأسس القبلية التى تشير إلى أن بعض الأعراض تتعلق بأبعاد العصاب أو الذهان ، ثم قاموا بتجميع كل البنود التى يبدو أنها تشير إلى نفس العرض ولكن بأسماء مختلفة فى متغير واحد من ذلك مثلا الإفراط فى النشاط ، القابلية للإثارة ، الهوس ، الهوس المفرط .

وتتكون المصفوفة الارتباطية من معاملات الارتباط الرباعية التى حسبت بين كل زوج من المتغيرات الخمس والأربعين ثم حسب التحليل العاملى بالطريقة المركزية التامة لثرستون واستخلصت ستة عوامل تعبر عن ٤٥٪ من التباين الارتباطى ، ثم أديرت تدويراً متعامداً ، وكانت العوامل الستة كالآتى :

العامل الاول : فسر على أنه عامل الذهانية نتيجة لوجود تشبعات **إيجابية مرتفعة عليه لمتغيرات مثل : الانسحاب الاجتماعى، وجود افكار مرجعية وجود بعض الهذاءات، هلاوس ، وجود دلائل على توافر أسباب بيئيه للمرض .**

العامل الثانى : فسر على أنه عامل العصابية حيث تضمن تشبعات إيجابية

♦. مطالعة ممتعة / محمد عموش .

مرتفعة للمتغيرات الآتية : وجود سمات عصابية فى الطفولة ، أعراض حوازية ، افتقار الثقة بالنفس .

العامل الثالث : يمكن اعتباره بصفة عامة عاملا للفصامية فقد حمل تشبعات موجبة لمتغيرات مثل : اضطرابات التفكير، اضطرابات حركية كما حمل تشبعات سلبية للأعراض الاكتئابية الآتية : نوبات اكتئابية ، أرق حاد ، هذاءات محورها إحساس بالذنب ، قلق ، اكتئاب .

العامل الرابع : فسر على أنه عامل للانسحاب الخولى حيث تضمن تشبعات إيجابية للمتغيرات الآتية : انسحاب اجتماعى ، تخلف وتشبعات سلبية للمتغيرات : إفراط فى النشاط ، اندفاع .

العامل الخامس والسادس : رفضا باعتبارهما قليلى الأهمية وغير ثابتين بالرغم مما يبدو من أنهما يتعلقان بتوهم المرض(١) والحوازية(٢) .

وكان من الواضح أن العاملين الأول والثانى تمكنا من تصنيف الأعراض المختلفة فى فئتين : أعراض حادة مفاجئة ، وأعراض قديمة متمكنة من ذلك مثلا ما صنف وفقه المتغيرين الخاصين بالتاريخ العائلى الذهانى والتاريخ العائلى العصابى، كما يوضحهما الجدول الآتى رقم (٧٣) :

جدول رقم (٧٣) تصنيف تشبعات متغيرى التاريخ الذهانى والعصابى فى العاملين ١ ، ٢

المتغير / العامل	ع١	ع٢
تاريخ عائلى ذهانى	٢٨ر	— ٠٢ر
تاريخ عائلى عصابى	— ٠٣ر	٣٢ر

(١) Hypochondriasis.

(٢) Obsessionality.

♦. مطالعة ممتعة / محمد عموش .

ويؤكد هذا التصنيف للتاريخ العائلى المرضى وجود دلائل عضوية أو جينية وراء المرض النفسى سواء كان ذهاناً أو عصاباً ، وهى نتيجة دعمتها بعض البحوث الأخرى وإن كان ترو تون وما كسويل يحددان تفسيرهما لهذا الجانب اعتماداً على بحوث قدمت تفسيرات مشابهـــة لعواملهما وليس على الخصائص المباشرة التى تعكسها نتائجهما .

نستطيع أن نتبين فى نهاية الأمر أن التحليل العاملى استخدم بالشكل المناسب فى تنظيم الإنساق المختلفة للبيانات سواء فى انساق للقدرات العقلية أو لسمات الشخصية أو للزملات المرضية .

وقد أفاد هذا التنظيم والاستكشاف لهذه الإنساق فى بناء العديد من الفروض وترتيب الحقائق المختلفة بالإضافة إلى ما أثاره من تساؤلات علمية جديدة أدت لزيادة معارفنا العلمية المجالات التى تصدى الباحثون لها باستخدام هذا الأسلوب العلمى الإحصائى .

♦. مطالعة ممتعة / محمد عموش .

ملاحق

جدول رقم (٧٣) مستويات الدلاله لمعاملات الارتباط (بيرسون)

حجم العينة	٠٥ر	٠١ر
٥	٧٥٥ر	٨٧٥ر
١٠	٥٨٠ر	٧٠٨ر
١٥	٤٨٠ر	٦٠٦ر
٢٠	٤٢٣ر	٥٣٧ر
٢٥	٣٨١ر	٤٨٧ر
٣٠	٣٥٠ر	٤٤٩ر
٣٥	٣٢٥ر	٤١٨ر
٤٠	٣٠٤ر	٣٩٣ر
٤٥	٢٨٨ر	٣٧٢ر
٥٠	٢٧٣ر	٣٥٤ر
٦٠	٢٥٠ر	٣٢٥ر
٧٠	٢٣٢ر	٣٠٢ر
٨٠	٢١٧ر	٢٨٣ر
٩٠	٢٠٥ر	٢٦٧ر
١٠٠	١٩٥ر	٢٥٤ر
١٢٥	١٧٤ر	٢٢٨ر
١٥٠	١٥٩ر	٢٠٨ر
٢٠٠	١٣٨ر	١٨١ر
٢٥٠	١٢٥ر	١٦٣ر
٣٠٠	١١٣ر	١٤٨ر
٤٠٠	٠٩٨ر	١٢٨ر
٥٠٠	٠٨٨ر	١١٥ر
١٠٠٠	٠٦٢ر	٠٨١ر

♦. مطالعة ممتعة / محمد عموش .

جدول رقم (٧٤) دلالة المتشبعات للعوامل لعينة حجمها ٥٠

[illegible]	مستوى الدلالة	ترتيب العامل في المصفوفة											
		١	٢	٣	٤	٥	٦	٧	٨	٩	١٠	١٥	٢٠
١٠	٠٫٠٥	٢٦٢*	٢٧٦	٢٩٢	٣١٢	٣٣٧	٣٧٠	٤١٤	٤٧٨	٥٨٥	٨٢٨	—	—
	٠٫٠١	٣٤٦	٣٦٤	٣٨٦	٤١٣	٤٤٦	٤٨٩	٥٤٧	٦٣١	٧٧٣	—	—	—
٢٠	٠٫٠٥	٢٦٢	٢٦٨	٢٧٦	٢٨٤	٢٩٢	٣٠٢	٣١٢	٣٢٤	٣٣٧	٣٥٣	٤٧٨	—
	٠٫٠١	٣٤٦	٣٥٤	٣٦٤	٣٧٥	٣٨٦	٣٩٩	٤١٣	٤٢٩	٤٤٦	٤٦٦	٦٣١	—
٣٠	٠٫٠٥	٢٦٢	٢٦٦	٢٧٠	٢٧٦	٢٨١	٢٨٦	٢٩٢	٢٩٨	٣٠٥	٣١٢	٣٥٨	٤٣٢
	٠٫٠١	٣٤٦	٣٥١	٣٥٧	٣٦٤	٣٧١	٣٧٨	٣٨٦	٣٩٤	٤٠٣	٤١٣	٤٧٣	٥٧١
٤٠	٠٫٠٥	٢٦٢	٢٦٥	٢٦٨	٢٧٢	٢٧٦	٢٧٩	٢٨٤	٢٨٨	٢٩٢	٢٩٧	٣٢٤	٣٦١
	٠٫٠١	٣٤٦	٣٥٠	٣٥٤	٣٥٩	٣٦٤	٣٦٩	٣٧٥	٣٨٠	٣٨٦	٣٩٢	٤٢٩	٤٧٧
٥٠	٠٫٠٥	٢٦٢	٢٦٣	٢٦٤	٢٦٥	٢٦٧	٢٦٨	٢٧٠	٢٧١	٢٧٣	٢٧٤	٢٨٢	٢٩٠
	٠٫٠١	٣٤٦	٣٤٩	٣٥٢	٣٥٦	٣٦٠	٣٦٤	٣٦٨	٣٧٢	٣٧٧	٣٨١	٤٠٧	٤٣٩

♦. مطالعة ممتعة / محمد عموش .

عدد متغيرات المصفوفة	مستوى الدلالة	موضع العامل في المصفوفة											
		١	٢	٣	٤	٥	٦	٧	٨	٩	١٠	١٥	٢٠
١٠	٠٥ر٠	١٩٤*	٢٠٤	٢١٦	٢٣١	٢٥٠	٢٧٤	٣٠٦	٣٥٤	٤٣٣	٦١٣	—	—
	٠١ر٠	٢٥٥	٢٦٨	٢٨٥	٣٠٤	٣٢٨	٣٦٠	٤٠٣	٤٦٥	٥٧٠	٨٠٦	—	—
٢٠	٠٥ر٠	١٩٤	١٩٨	٢٠٤	٢١٠	٢١٦	٢٢٣	٢٣١	٢٤٠	٢٥٠	٢٦١	٣٥٤	٨٦٢
	٠١ر٠	٢٥٥	٢٦١	٢٦٨	٢٧٦	٢٨٥	٢٩٤	٣٠٤	٣١٦	٣٢٨	٣٤٣	٤٦٥	—
٣٠	٠٥ر٠	١٩٤	١٩٧	٢٠٠	٢٠٤	٢٠٨	٢١٢	٢١٦	٢٢١	٢٢٦	٢٣١	٢٦٥	٣٢٠
	٠١ر٠	٢٥٥	٢٥٩	٢٦٣	٢٦٨	٢٧٣	٢٧٩	٢٨٥	٢٩٠	٢٩٧	٣٠٤	٣٤٩	٤٢١
٤٠	٠٥ر٠	١٩٤	١٩٦	١٩٨	٢٠١	٢٠٤	٢٠٧	٢١٠	٢١٣	٢١٦	٢٢٠	٢٤٠	٢٦٧
	٠١ر٠	٢٥٥	٢٥٨	٢٦١	٢٦٤	٢٦٨	٢٧٢	٢٧٦	٢٨٠	٢٨٥	٢٨٩	٣١٦	٣٥١
٥٠	٠٥ر٠	١٩٤	١٩٥	١٩٧	٢٠٠	٢٠٢	٢٠٤	٢٠٦	٢٠٨	٢١١	٢١٤	٢٢٨	٢٤٦
	٠١ر٠	٢٥٥	٢٥٧	٢٦٠	٢٦٢	٢٦٥	٢٦٨	٢٧١	٢٧٤	٢٧٧	٢٨١	٣٠٠	٣٢٣

* العلامة العشرية أهملت.

◆. مطالعة ممتعة / محمد عموش .

جدول رقم (٧٦) دلالة التشبعات للعوامل

لعينة حجمها ٢٠٠

ن = ٢٠٠

عدد متغيرات المصفوفة	مستوى الدلالة	١	٢	٣	٤	٥	٦	٧	٨	٩	١٠	١٥	٢٠
		ترتيب العامل في المصفوفة											
١٠	٠٥ر	١٣٧	١٤٤	١٥٣	١٦٤	١٧٧	١٩٤	٢١٧	٢٥٠	٣٠٦	٤٣٣	—	—
	٠١ر	١٨٢	١٩٢	٢٠٣	٢١٨	٢٣٥	٢٥٧	٢٨٨	٣٣٢	٤٠٧	٥٧٦		
٢٠	٠٥ر	١٣٧	١٤١	١٤٤	١٤٩	١٥٣	١٥٨	١٦٤	١٧٠	١٧٧	١٨٥	٢٥٠	٦١٣
	٠١ر	١٨٢	١٨٧	١٩٢	١٩٧	٢٠٣	٢١٠	٢١٨	٢٢٦	٢٣٥	٢٤٥	٣٣٣	٨١٤
٣٠	٠٥ر	١٣٧	١٣٩	١٤١	١٤٤	١٤٧	١٥٠	١٥٣	١٥٦	١٦٠	١٦٤	٢٥٧	٢٦٦
	٠١ر	١٨٢	١٨٥	١٨٨	١٩٢	١٩٥	١٩٩	٢٠٣	٢٠٨	٢١٣	٢١٦	٢٤٩	٣٠٠
٤٠	٠٥ر	١٣٧	١٣٩	١٤١	١٤٢	١٤٤	١٤٦	١٤٩	١٥١	١٥٣	١٥٦	١٧٠	١٨٩
	٠١ر	١٨٢	١٨٤	١٨٧	١٨٩	١٩٢	١٩٥	١٩٧	٢٠٠	٢٠٣	٢٠٧	٢٢٢	٢٥١
٥٠	٠٥ر	١٣٧	١٣٨	١٤٠	١٤١	١٤٣	١٤٤	١٤٦	١٤٨	١٤٩	١٥١	١٦١	١٧٤
	٠١ر	١٨٢	١٨٤	١٨٦	١٨٨	١٩٠	١٩٢	١٩٤	١٩٦	١٩٩	٢٠١	٢١٤	٢٣١

* العلامة العشرية أهملت

♦. مطالعة ممتعة / محمد عموش .

جدول جيوب وجيوب تمام الزوايا من ١° ـ ٩٠°

جا صفر ـ ٤٥°

الدقائق للجيب

	صفر	١٠	٢٠	٣٠	٤٠	٥٠	٦٠	
صفر	٠٫٠٠٠٠	٠٫٠٠٢٩	٠٫٠٠٥٨	٠٫٠٠٨٧	٠٫٠١١٦	٠٫٠١٤٥	٠٫٠١٧٥	٨٩
١	٠٫٠١٧٥	٠٫٠٢٠٤	٠٫٠٢٣٣	٠٫٠٢٦٢	٠٫٠٢٩١	٠٫٠٣٢٠	٠٫٠٣٤٩	٨٨
٢	٠٫٠٣٤٩	٠٫٠٣٧٨	٠٫٠٤٠٧	٠٫٠٤٣٦	٠٫٠٤٦٥	٠٫٠٤٩٤	٠٫٠٥٢٣	٨٧
٣	٠٫٠٥٢٣	٠٫٠٥٥٢	٠٫٠٥٨١	٠٫٠٦١٠	٠٫٠٦٤٠	٠٫٠٦٦٩	٠٫٠٦٩٨	٨٦
٤	٠٫٠٦٩٨	٠٫٠٧٢٧	٠٫٠٧٥٦	٠٫٠٧٨٥	٠٫٠٨١٤	٠٫٠٨٤٣	٠٫٠٨٧٢	٨٥
٥	٠٫٠٨٧٢	٠٫٠٩٠١	٠٫٠٩٢٩	٠٫٠٩٥٨	٠٫٠٩٨٧	٠٫١٠١٦	٠٫١٠٤٥	٨٤
٦	٠٫١٠٤٥	٠٫١٠٧٤	٠٫١١٠٢	٠٫١١٣٢	٠٫١١٦١	٠٫١١٩١	٠٫١٢١٩	٨٣
٧	٠٫١٢١٩	٠٫١٢٤٨	٠٫١٢٧٦	٠٫١٣٠٥	٠٫١٣٣٤	٠٫١٣٦٣	٠٫١٣٩٢	٨٢
٨	٠٫١٣٩٢	٠٫١٤٢١	٠٫١٤٤٩	٠٫١٤٧٨	٠٫١٥٠٧	٠٫١٥٣٦	٠٫١٥٦٤	٨١
٩	٠٫١٥٦٤	٠٫١٥٩٣	٠٫١٦٢٢	٠٫١٦٥٠	٠٫١٦٧٩	٠٫١٧٠٨	٠٫١٧٣٦	٨٠
١٠	٠٫١٧٣٦	٠٫١٧٦٥	٠٫١٧٩٤	٠٫١٨٢٢	٠٫١٨٥١	٠٫١٨٨٠	٠٫١٩٠٨	٧٩
١١	٠٫١٩٠٨	٠٫١٩٣٧	٠٫١٩٦٥	٠٫١٩٩٤	٠٫٢٠٢٢	٠٫٢٠٥٠	٠٫٢٠٧٩	٧٨
١٢	٠٫٢٠٧٩	٠٫٢١٠٨	٠٫٢١٣٦	٠٫٢١٦٤	٠٫٢١٩٣	٠٫٢٢٢١	٠٫٢٢٥٠	٧٧
١٣	٠٫٢٢٥٠	٠٫٢٢٧٨	٠٫٢٣٠٦	٠٫٢٣٣٤	٠٫٢٣٦٣	٠٫٢٣٩١	٠٫٢٤١٩	٧٦
١٤	٠٫٢٤١٩	٠٫٢٤٤٧	٠٫٢٤٧٦	٠٫٢٥٠٤	٠٫٢٥٣٢	٠٫٢٥٦٠	٠٫٢٥٨٨	٧٥
١٥	٠٫٢٥٨٨	٠٫٢٦١٦	٠٫٢٦٤٤	٠٫٢٦٧٢	٠٫٢٧٠٠	٠٫٢٧٢٨	٠٫٢٧٥٦	٧٤
١٦	٠٫٢٧٥٦	٠٫٢٧٨٤	٠٫٢٨١٢	٠٫٢٨٤٠	٠٫٢٨٦٨	٠٫٢٨٩٦	٠٫٢٩٢٤	٧٣
١٧	٠٫٢٩٢٤	٠٫٢٩٥٢	٠٫٢٩٧٩	٠٫٣٠٠٧	٠٫٣٠٣٥	٠٫٣٠٦٢	٠٫٣٠٩٠	٧٢
١٨	٠٫٣٠٩٠	٠٫٣١١٨	٠٫٣١٤٥	٠٫٣١٧٣	٠٫٣٢٠١	٠٫٣٢٢٨	٠٫٣٢٥٦	٧١
١٩	٠٫٣٢٥٦	٠٫٣٢٨٣	٠٫٣٣١١	٠٫٣٣٣٨	٠٫٣٣٦٥	٠٫٣٣٩٢	٠٫٣٤٢٠	٧٠
٢٠	٠٫٣٤٢٠	٠٫٣٤٤٨	٠٫٣٤٧٥	٠٫٣٥٠٢	٠٫٣٥٢٩	٠٫٣٥٥٧	٠٫٣٥٨٤	٦٩
٢١	٠٫٣٥٨٤	٠٫٣٦١١	٠٫٣٦٣٨	٠٫٣٦٦٥	٠٫٣٦٩٢	٠٫٣٧١٩	٠٫٣٧٤٦	٦٨
٢٢	٠٫٣٧٤٦	٠٫٣٧٧٣	٠٫٣٨٠٠	٠٫٣٨٢٧	٠٫٣٨٥٤	٠٫٣٨٨١	٠٫٣٩٠٧	٦٧
٢٣	٠٫٣٩٠٧	٠٫٣٩٣٤	٠٫٣٩٦١	٠٫٣٩٨٧	٠٫٤٠١٤	٠٫٤٠٤١	٠٫٤٠٦٧	٦٦
٢٤	٠٫٤٠٦٧	٠٫٤٠٩٤	٠٫٤١٢٠	٠٫٤١٤٧	٠٫٤١٧٣	٠٫٤٢٠٠	٠٫٤٢٢٦	٦٥
٢٥	٠٫٤٢٢٦	٠٫٤٢٥٣	٠٫٤٢٧٩	٠٫٤٣٠٥	٠٫٤٣٣١	٠٫٤٣٥٨	٠٫٤٣٨٤	٦٤
٢٦	٠٫٤٣٨٤	٠٫٤٤١٠	٠٫٤٤٣٦	٠٫٤٤٦٢	٠٫٤٤٨٨	٠٫٤٥١٤	٠٫٤٥٤٠	٦٣
٢٧	٠٫٤٥٤٠	٠٫٤٥٦٦	٠٫٤٥٩٢	٠٫٤٦١٧	٠٫٤٦٤٣	٠٫٤٦٦٩	٠٫٤٦٩٥	٦٢
٢٨	٠٫٤٦٩٥	٠٫٤٧٢٠	٠٫٤٧٤٦	٠٫٤٧٧٢	٠٫٤٧٩٧	٠٫٤٨٢٣	٠٫٤٨٤٨	٦١
٢٩	٠٫٤٨٤٨	٠٫٤٨٧٤	٠٫٤٨٩٩	٠٫٤٩٢٤	٠٫٤٩٥٠	٠٫٤٩٧٥	٠٫٥٠٠٠	٦٠
٢٠	٠٫٥٠٠٠	٠٫٥٠٢٥	٠٫٥٠٥٠	٠٫٥٠٧٥	٠٫٥١٠٠	٠٫٥١٢٥	٠٫٥١٥٠	٥٩
٢١	٠٫٥١٥٠	٠٫٥١٥٧	٠٫٥٢٠٠	٠٫٥٢٢٥	٠٫٥٢٥٠	٠٫٢٥٧٥	٠٫٥٢٩٩	٥٨
٣٢	٠٫٥٢٩٩	٠٫٥٣٢٤	٠٫٥٣٤٨	٠٫٥٣٧٣	٠٫٥٣٩٨	٠٫٥٤٢٢	٠٫٥٤٤٦	٥٧
٣٣	٠٫٥٤٤٦	٠٫٥٤٧١	٠٫٥٤٩٥	٠٫٥٥١٩	٠٫٥٥٤٤	٠٫٥٥٦٨	٠٫٥٥٩٢	٥٦
٣٤	٠٫٥٥٩٢	٠٫٥٦١٦	٠٫٥٦٤٠	٠٫٥٦٥٤	٠٫٥٦٨٨	٠٫٥٧١٢	٠٫٥٧٣٦	٥٥
٣٥	٠٫٥٧٣٦	٠٫٥٧١٠	٠٫٥٧٨٣	٠٫٥٨٠٧	٠٫٥٨٣١	٠٫٥٨٥٤	٠٫٥٨٧٨	٥٤
٢٦	٠٫٥٨٧٨	٠٫٥٩٠١	٠٫٥٩٢٥	٠٫٥٩٤٨	٠٫٥٩٧٢	٠٫٥٩٩٥	٠٫٦٠١٨	٥٣
٢٧	٠٫٦٠١٨	٠٫٦٠٤١	٠٫٦٠٦٥	٠٫٦٠٨٨	٠٫٦١١١	٠٫٦١٣٤	٠٫٦١٥٧	٥٢
٢٨	٠٫٦١٥٧	٠٫٦١٨٠	٠٫٦٢٠٢	٠٫٦٢٢٥	٠٫٦٢٤٨	٠٫٦٢٧١	٠٫٦٢٩٣	٥١
٢٩	٠٫٦٢٩٣	٠٫٦٣١٦	٠٫٦٣٣٨	٠٫٦٣٦١	٠٫٦٣٨٢	٠٫٦٤٠٦	٠٫٦٤٢٨	٥٠
٤٠	٠٫٦٤٢٨	٠٫٦٤٥٠	٠٫٦٤٧٢	٠٫٦٤٩٤	٠٫٦٥١٧	٠٫٦٥٣٩	٠٫٦٥٦١	٤٩
٤١	٠٫٦٥٦١	٠٫٦٥٨٢	٠٫٦٦٠٤	٠٫٦٦٢٦	٠٫٦٦٤٨	٠٫٦٦٧٠	٠٫٦٦٩١	٤٨
٤٢	٠٫٦٦٩١	٠٫٦٧١٢	٠٫٦٧٣٤	٠٫٦٧٥٦	٠٫٦٧٧٧	٠٫٦٧٩٩	٠٫٦٨٢٠	٤٧
٤٣	٠٫٦٨٢٠	٠٫٦٨٤١	٠٫٦٨٦٢	٠٫٦٨٨٤	٠٫٦٩٠٥	٠٫٦٩٢٦	٠٫٦٩٤٧	٤٦
٤٤	٠٫٦٩٤٧	٠٫٦٩٦٧	٠٫٦٩٨٨	٠٫٧٠٠١	٠٫٧٠٣٠	٠٫٧٠٥٠	٠٫٧٠٢١	٤٥
	٦٠	٥٠	٤٠	٣٠	٢٠	١٠	صفر	

الدقائق لجيب التمام

جتا ٤٥° ـ ٩٠°

♦. مطالعة ممتعة / محمد عموش .

جا من ١٥ – ٩٠°

الدقائق للجيب

	صفر	١٠	٢٠	٣٠	٤٠	٥٠	٦٠	
٤٥	٠٫٧٠٧١	٠٫٧٠٩٢	٠٫٧١١٢	٠٫٧١٣٣	٠٫٧١٥٣	٠٫٧١٧٣	٠٫٧١٩٣	٤٤
٤٦	٠٫٧١٩٣	٠٫٧٢١٤	٠٫٧٢٣٤	٠٫٧٢٥٤	٠٫٧٢٧٤	٠٫٧٢٩٤	٠٫٧٣١٤	٤٣
٤٧	٠٫٧٣١٤	٠٫٧٣٣٣	٠٫٧٣٥٣	٠٫٧٣٧٣	٠٫٧٣٩٢	٠٫٧٤١١	٠٫٧٤٣١	٤٢
٤٨	٠٫٧٤٣١	٠٫٧٤٥١	٠٫٧٤٧٠	٠٫٧٤٩٠	٠٫٧٥٠٩	٠٫٧٥٢٨	٠٫٧٥٤٧	٤١
٤٩	٠٫٧٥٤٧	٠٫٧٥٦٦	٠٫٧٥٨٥	٠٫٧٦٠٤	٠٫٧٦٢٣	٠٫٧٦٤١	٠٫٧٦٦٠	٤٠
٥٠	٠٫٧٦٦٠	٠٫٧٦٧٩	٠٫٧٦٩٨	٠٫٧٧١٦	٠٫٧٧٣٥	٠٫٧٧٥٣	٠٫٧٧٧١	٣٩
٥١	٠٫٧٧٧١	٠٫٧٧٩١	٠٫٧٨٠٨	٠٫٧٨٢٦	٠٫٧٨٤٤	٠٫٧٨٦٢	٠٫٧٨٨٠	٣٨
٥٢	٠٫٧٨٨٠	٠٫٧٨٩٨	٠٫٧٩١٦	٠٫٧٩٣٤	٠٫٧٩٥١	٠٫٧٩٦٩	٠٫٧٩٨٦	٣٧
٥٣	٠٫٧٩٨٦	٠٫٨٠٠٩	٠٫٨٠٢١	٠٫٨٠٣٩	٠٫٨٠٥٦	٠٫٨٠٧٣	٠٫٨٠٩٠	٣٦
٥٤	٠٫٨٠٩٠	٠٫٨١٠٧	٠٫٨١٢٤	٠٫٨١٤١	٠٫٨١٥٨	٠٫٨١٧٥	٠٫٨١٩٢	٣٥
٥٥	٠٫٨١٩٢	٠٫٨٢٠٨	٠٫٨٢٢٥	٠٫٨٢٤١	٠٫٨٢٥٨	٠٫٨٢٧٤	٠٫٨٢٩٠	٣٤
٥٦	٠٫٨٢٩٠	٠٫٨٣٠٧	٠٫٨٣٢٣	٠٫٨٣٣٩	٠٫٨٣٥٥	٠٫٨٣٧١	٠٫٨٣٨٧	٣٣
٥٧	٠٫٨٣٨٧	٠٫٨٤٠٣	٠٫٨٤١٨	٠٫٨٤٣٤	٠٫٨٤٥٠	٠٫٨٤٦٥	٠٫٨٤٨٠	٣٢
٥٨	٠٫٨٤٨٠	٠٫٨٤٩٦	٠٫٨٥١١	٠٫٨٥٢٦	٠٫٨٥٤٢	٠٫٨٥٥٧	٠٫٨٥٧٢	٣١
٥٩	٠٫٨٥٧٢	٠٫٨٥٥٧	٠٫٨٦٠١	٠٫٨٦١٦	٠٫٨٦٣١	٠٫٨٦٤٦	٠٫٨٦٦٠	٣٠
٦٠	٠٫٨٦٦٠	٠٫٨٦٧٥	٠٫٨٦٨٩	٠٫٨٧٠٤	٠٫٨٧١٨	٠٫٨٧٣٣	٠٫٨٧٤٦	٢٩
٦١	٠٫٨٧٤٦	٠٫٨٧٦٠	٠٫٨٧٧٤	٠٫٨٧٨٨	٠٫٨٨٠٢	٠٫٨٨١٦	٠٫٨٨٢٩	٢٨
٦٢	٠٫٨٨٢٩	٠٫٨٨٤٣	٠٫٨٨٥٦	٠٫٨٨٧٠	٠٫٨٨٨٤	٠٫٨٨٩٧	٠٫٨٨١٠	٢٧
٦٣	٠٫٨٨١٠	٠٫٨٩٢٢	٠٫٨٩٣٦	٠٫٨٩٤٩	٠٫٨٩٦٢	٠٫٨٩٧٥	٠٫٨٩٨٨	٢٦
٦٤	٠٫٨٩٨٨	٠٫٩٠٠١	٠٫٩٠١٣	٠٫٩٠٢٦	٠٫٩٠٣٨	٠٫٩٠٥١	٠٫٩٠٦٣	٢٥
٦٥	٠٫٩٠٦٣	٠٫٩٠٧٥	٠٫٩٠٨٨	٠٫٩١٠٠	٠٫٩١١٢	٠٫٩١٢٤	٠٫٩١٢٥	٢٤
٦٦	٠٫٩١٣٥	٠٫٩١٤٧	٠٫٩١٥٩	٠٫٩١٧١	٠٫٩١٨٢	٠٫٩١٩٤	٠٫٩٢٠٥	٢٣
٦٧	٠٫٩٢٠٥	٠٫٩٢١٦	٠٫٩٢٢٨	٠٫٩٢٣٩	٠٫٩٢٥٠	٠٫٩٢٦١	٠٫٩٢٧٢	٢٢
٦٨	٠٫٩٢٧٢	٠٫٩٢٨٣	٠٫٩٢٩٣	٠٫٩٣٠٤	٠٫٩٣١٥	٠٫٩٣٢٥	٠٫٩٣٣٦	٢١
٦٩	٠٫٩٣٣٦	٠٫٩٣٤٦	٠٫٩٣٥٦	٠٫٩٣٦٧	٠٫٩٣٧٧	٠٫٩٣٨٧	٠٫٩٣٩٧	٢٠
٧٠	٠٫٩٣٩٧	٠٫٩٤٠٧	٠٫٩٤١٧	٠٫٩٤٢٦	٠٫٩٤٣٦	٠٫٩٤٤٦	٠٫٩٤٥٥	١٩
٧١	٠٫٩٤٥٥	٠٫٩٤٦٥	٠٫٩٤٧٤	٠٫٩٤٨٣	٠٫٩٤٩٢	٠٫٩٥٠٢	٠٫٩٥١١	١٨
٧٢	٠٫٩٥١١	٠٫٩٥٢٠	٠٫٩٥٢٨	٠٫٩٥٣٧	٠٫٩٥٤٦	٠٫٩٥٥٥	٠٫٩٥٦٣	١٧
٧٣	٠٫٩٥٦٣	٠٫٩٥٧٢	٠٫٩٥٨٠	٠٫٩٥٨٨	٠٫٩٥٩٦	٠٫٩٦٠٥	٠٫٩٦١٣	١٦
٧٤	٠٫٩٦١٣	٠٫٩٦٢١	٠٫٩٦٢٨	٠٫٩٦٣٦	٠٫٩٦٤٤	٠٫٩٦٥٢	٠٫٩٦٥٩	١٥
٧٥	٠٫٩٦٥٩	٠٫٩٦٦٧	٠٫٩٦٧٤	٠٫٩٦٨١	٠٫٩٦٨٩	٠٫٩٦٩٦	٠٫٩٧٠٣	١٤
٧٦	٠٫٩٧٠٣	٠٫٩٧١٠	٠٫٩٧١٧	٠٫٩٧٢٤	٠٫٩٧٣٠	٠٫٩٧٣٧	٠٫٩٧٤٤	١٣
٧٧	٠٫٩٧٤٤	٠٫٩٧٥٠	٠٫٩٧٥٧	٠٫٩٧٦٣	٠٫٩٧٦٩	٠٫٩٧٧٥	٠٫٩٧٨١	١٢
٧٨	٠٫٩٧٨١	٠٫٩٧٨٧	٠٫٩٧٩٣	٠٫٩٧٩٩	٠٫٩٨٠٥	٠٫٩٨١١	٠٫٩٨١٦	١١
٧٩	٠٫٩٨١٦	٠٫٩٨٢٢	٠٫٩٨٢٧	٠٫٩٨٣٢	٠٫٩٨٣٨	٠٫٩٨٤٣	٠٫٩٨٤٨	١٠
٨٠	٠٫٩٨٤٨	٠٫٩٨٥٢	٠٫٩٨٥٨	٠٫٩٨٦٢	٠٫٩٨٦٨	٠٫٩٨٧٢	٠٫٩٨٧٧	٩
٨١	٠٫٩٨٧٧	٠٫٩٨٨١	٠٫٩٨٨٦	٠٫٩٨٩٠	٠٫٩٨٩٤	٠٫٩٨٩٩	٠٫٩٩٠٣	٨
٨٢	٠٫٩٩٠٣	٠٫٩٩٠٧	٠٫٩٩١١	٠٫٩٩١٤	٠٫٩٩١٨	٠٫٩٩٢٢	٠٫٩٩٢٥	٧
٨٣	٠٫٩٩٢٥	٠٫٩٩٢٩	٠٫٩٩٣٢	٠٫٩٩٣٦	٠٫٩٩٣٩	٠٫٩٩٤٢	٠٫٩٩٤٥	٦
٨٤	٠٫٩٩٤٥	٠٫٩٩٤٨	٠٫٩٩٥١	٠٫٩٩٥٤	٠٫٩٩٥٧	٠٫٩٩٥٩	٠٫٩٩٦٢	٥
٨٥	٠٫٩٩٦٢	٠٫٩٩٦٤	٠٫٩٩٦٧	٠٫٩٩٦٩	٠٫٩٩٧١	٠٫٩٩٧٤	٠٫٩٩٧٦	٤
٨٦	٠٫٩٩٧٦	٠٫٩٩٧٨	٠٫٩٩٨٠	٠٫٩٩٨١	٠٫٩٩٨٣	٠٫٩٩٨٥	٠٫٩٩٨٦	٣
٨٧	٠٫٩٩٨٦	٠٫٩٩٨٨	٠٫٩٩٨٩	٠٫٩٩٩٠	٠٫٩٩٩٢	٠٫٩٩٩٣	٠٫٩٩٩٤	٢
٨٨	٠٫٩٩٩٤	٠٫٩٩٩٥	٠٫٩٩٩٦	٠٫٩٩٩٧	٠٫٩٩٩٧	٠٫٩٩٩٨	٠٫٩٩٩٨٥	١
٨٩	٠٫٩٩٩٨٥	٠٫٩٩٩٨١	٠٫٩٩٩٩٣	٠٫٩٩٩٩٦	٠٫٩٩٩٩٨	٠٫٩٩٩٩٩	١٫٠٠٠٠	صفر
	٦٠	٥٠	٤٠	٣٠	٢٠	١٠	صفر	

الدقائق لجيب التمام

جتا من صفر – ٤٥°

• مطالعة ممتعة / محمد عموش .

جدول رقم (٧٨) الارقام من ١ ــ ١٠٠٠ ومربعاتها وجذرها التربيعي
ومقلوب الرقم ومقلوب الجذر التربيعي

ن	$ن^{2}$	$\sqrt{ن}$	$\frac{1}{ن}$	$\frac{1}{\sqrt{ن}}$	ن	$ن^{2}$	$\sqrt{ن}$	$\frac{1}{ن}$	$\frac{1}{\sqrt{ن}}$
١	١	١٫٠٠٠٠	١٫٠٠٠٠٠٠	١٫٠٠٠٠	٢٦	٦٧٦	٥٫٠٩٩٠	٫٠٣٨٤٦٢	٫١٩٦١
٢	٤	١٫٤١٤٢	٫٥٠٠٠٠	٫٧٠٧١	٢٧	٧٢٩	٥٫١٩٦٢	٫٠٣٧٠٣٧	٫١٩٢٥
٣	٩	١٫٧٣٢١	٫٣٣٣٣٣	٫٥٧٧٤	٢٨	٧٨٤	٥٫٢٩١٥	٫٠٣٥٧١٤	٫١٨٩٠
٤	١٦	٢٫٠٠٠٠	٫٢٥٠٠٠٠	٫٥٠٠٠	٢٩	٨٤١	٥٫٣٨٥٢	٫٠٣٤٤٨٣	٫١٨٥٧
٥	٢٥	٢٫٢٣٦١	٫٢٠٠٠٠	٫٤٤٧٢	٣٠	٩٠٠	٥٫٤٧٧٢	٫٠٣٣٣٣٣	٫١٨٢٦
٦	٣٦	٢٫٤٤٩٥	٫١٦٦٦٦٧	٫٤٠٨٢	٣١	٩٦١	٥٫٥٦٧٨	٫٠٣٢٢٥٨	٫١٧٩٦
٧	٤٩	٢٫٦٤٥٨	٫١٤٢٨٥٧	٫٣٧٨٠	٣٢	١٠٢٤	٥٫٦٥٦٩	٫٠٣١٢٥٠	٫١٧٦٨
٨	٦٤	٢٫٨٢٨٤	٫١٢٥٠٠٠	٫٣٥٣٦	٣٣	١٠٨٩	٥٫٧٤٤٦	٫٠٣٠٣٠٣	٫١٧٤١
٩	٨١	٣٫٠٠٠٠	٫١١١١١١	٫٣٣٣٣	٣٤	١١٥٦	٥٫٨٣١٠	٫٠٢٩٤١٢	٫١٧١٥
١٠	١٠٠	٣٫١٦٢٣	٫١٠٠٠٠٠	٫٣١٦٢	٣٥	١٢٢٥	٥٫٩١٦١	٫٠٢٨٥٧١	٫١٦٩٠
١١	١٢١	٣٫٣١٦٦	٫٠٩٠٩٠٩	٫٣٠١٥	٣٦	١٢٩٦	٦٫٠٠٠٠	٫٠٢٧٧٧٨	٫١٦٦٧
١٢	١٤٤	٣٫٤٦٤١	٫٠٨٣٣٣٣	٫٢٨٨٧	٣٧	١٣٦٩	٦٫٠٨٢٨	٫٠٢٧٠٢٧	٫١٦٤٤
١٣	١٦٩	٣٫٦٠٥٦	٫٠٧٦٩٢٣	٫٢٧٧٤	٣٨	١٤٤٤	٦٫١٦٤٤	٫٠٢٦٣١٦	٫١٦٢٢
١٤	١٩٦	٣٫٧٤١٧	٫٠٧١٤٢٩	٫٢٦٧٣	٣٩	١٥٢١	٦٫٢٤٥٠	٫٠٢٥٦٤١	٫١٦٠١
١٥	٢٢٥	٣٫٨٧٣٠	٫٠٦٦٦٦٧	٫٢٥٨٢	٤٠	١٦٠٠	٦٫٣٢٤٦	٫٠٢٥٠٠٠	٫١٥٨١
١٦	٢٥٦	٤٫٠٠٠٠	٫٠٦٢٥٠٠	٫٢٥٠٠	٤١	١٦٨١	٦٫٤٠٣١	٫٠٢٤٣٩٠	٫١٥٦٢
١٧	٢٨٩	٤٫١٢٣١	٫٠٥٨٨٢٤	٫٢٤٢٥	٤٢	١٧٦٤	٦٫٤٨٠٧	٫٠٢٣٨١٠	٫١٥٤٣
١٨	٣٢٤	٤٫٢٤٢٦	٫٠٥٥٥٥٦	٫٢٣٥٧	٤٣	١٨٤٩	٦٫٥٥٧٤	٫٠٢٣٢٥٦	٫١٥٢٥
١٩	٣٦١	٤٫٣٥٨٩	٫٠٥٢٦٣٢	٫٢٢٩٤	٤٤	١٩٣٦	٦٫٦٣٣٢	٫٠٢٢٧٢٧	٫١٥٠٨
٢٠	٤٠٠	٤٫٤٧٢١	٫٠٥٠٠٠٠	٫٢٢٣٦	٤٥	٢٠٢٥	٦٫٧٠٨٢	٫٠٢٢٢٢٢	٫١٤٩١
٢١	٤٤١	٤٫٥٨٢٦	٫٠٤٧٦١٩	٫٢١٨٢	٤٦	٢١١٦	٦٫٧٨٢٣	٫٠٢١٧٣٩	٫١٤٧٤
٢٢	٤٨٤	٤٫٦٩٠٤	٫٠٤٥٤٥٥	٫٢١٣٢	٤٧	٢٢٠٩	٦٫٨٥٥٧	٫٠٢٢٢٧٧	٫١٤٥٩
٢٣	٥٢٩	٤٫٧٩٥٨	٫٠٤٣٤٧٨	٫٢٠٨٥	٤٨	٢٣٠٤	٦٫٩٢٨٢	٫٠٢٠٨٣٣	٫١٤٤٣
٢٤	٥٧٦	٤٫٨٩٩٠	٫٠٤١٦٦٧	٫٢٠٤١	٤٩	٢٤٠١	٧٫٠٠٠٠	٫٠٢٠٤٠٨	٫١٤٢٩
٢٥	٦٢٥	٥٫٠٠٠٠	٫٠٤٠٠٠٠	٫٢٠٠٠	٥٠	٢٥٠٠	٧٫٠٧١١	٫٠٢٠٠٠٠	٫١٤١٤

♦. مطالعة ممتعة / محمد عموش .

ت. جدول رقم (٧٨)

ن	ن٢	$\sqrt{ن}$	$\frac{1}{ن}$	$\frac{1}{\sqrt{ن}}$	ن	ن٢	$\sqrt{ن}$	$\frac{1}{ن}$	$\frac{1}{\sqrt{ن}}$
٥١	٢٦٠١	٧٫١٤١٤	٫٠١٩٦٠٨	٫١٤٠٠	٧٦	٥٧٧٦	٨٫٧١٧٨	٫٠١٣١٥٨	٫١١٤٧
٥٢	٢٧٠٤	٧٫٢١١١	٫٠١٩٢٣١	٫١٣٨٧	٧٧	٥٩٢٩	٨٫٧٧٥٠	٫٠١٨٩٨٧	٫١١٤٠
٥٣	٢٨٠٩	٧٫٢٨٠١	٫٠١٨٨٦٨	٫١٣٧٤	٧٨	٦٠٨٤	٨٫٨٣١٨	٫٠١٢٨٢١	٫١١٣٢
٥٤	٢٩١٦	٧٫٣٤٨٥	٫٠١٨٥١٩	٫١٣٦١	٧٩	٦٢٤١	٨٫٨٨٨٢	٫٠١٢٦٥٨	٫١١٢٥
٥٥	٣٠٢٥	٧٫٤١٦٢	٫٠١٨١٨٢	٫١٣٤٨	٨٠	٦٤٠٠	٨٫٩٤٤٣	٫٠١٢٥٠٠	٫١١١٨
٥٦	٣١٣٦	٧٫٤٨٣٣	٫٠١٧٨٥٧	٠٫١٣٣٦	٨١	٦٥٦١	٩٫٠٠٠٠	٫٠١٢٣٤٦	٫١١١١
٥٧	٣٢٤٩	٧٫٥٤٩٨	٫٠١٧٥٤٤	٫١٣٢٥	٨٢	٦٧٢٤	٩٫٠٥٥٤	٠٫١٢١٩٥	٫١١٠٤
٥٨	٣٣٦٤	٧٫٦١٥٨	٫٠١٧٢٤١	٫١٣١٣	٨٣	٦٨٨٩	٩٫١١٠٤	٫٠١٢٠٤٨	٫١٠٩٨
٥٩	٣٤٨١	٧٫٦٨١١	٫٠١٦٩٤٩	٫١٣٠٢	٨٤	٧٠٥٦	٩٫١٦٥٢	٫٠١١٩٠٥	٫١٠٩١
٦٠	٣٦٠٠	٧٫٧٤٦٠	٫٠١٦٦٦٧	٫١٢٩١	٨٥	٧٢٢٥	٩٫٢١٩٥	٫٠١١٧٦٥	٫١٠٨٥
٦١	٣٧٢١	٧٫٨١٠٢	٫٠١٦٣٩٣	٫١٢٨٠	٨٦	٧٣٩٦	٩٫٢٧٣٦	٫٠١١٦٢٨	٫١٠٧٨
٦٢	٣٨٤٤	٧٫٨٧٤٠	٫٠١٦١٢٩	٫١٢٧٠	٨٧	٧٥٦٩	٩٫٣٢٧٤	٫٠١١٤٩٤	٫١٠٧٢
٦٣	٣٩٦٩	٧٫٩٣٧٣	٫٠١٥٨٧٣	٫١٢٦٠	٨٨	٧٧٤٤	٩٫٣٨٠٨	٫٠١١٣٦٤	٫١٠٦٦
٦٤	٤٠٩٦	٨٫٠٠٠٠	٫٠١٥٦٢٥	٫١٢٥٠	٨٩	٧٩٢١	٩٫٤٣٤٠	٫٠١١٢٣٦	٫١٠٦٠
٦٥	٤٢٢٥	٨٫٠٦٢٣	٫٠١٥٣٨٥	٫١٢٤٠	٩٠	٨١٠٠	٩٫٤٨٦٨	٫٠١١١١١	٫١٠٥٤
٦٦	٤٣٥٦	٨٫١٢٤٠	٫٠١٥١٥٢	٫١٢٣١	٩١	٨٢٨١	٩٫٥٣٩٤	٫٠١٠٩٨٩	٫١٠٤٨
٦٧	٤٤٨٩	٨٫١٨٥٤	٫٠١٤٩٢٥	٫١٢٢٢	٩٢	٨٤٦٤	٩٫٥٩١٧	٫٠١٠٨٧٠	٫١٠٤٣
٦٨	٤٦٢٤	٨٫٢٤٦٢	٫٠١٤٧٠٦	٫١٢١٣	٩٣	٨٦٤٩	٩٫٦٤٣٧	٫٠١٠٧٥٣	٫١٠٣٧
٦٩	٤٧٦١	٨٫٣٠٦٦	٫٠١٤٤٩٣	٫١٢٠٤	٩٤	٨٨٣٦	٩٫٦٩٥٤	٫٠١٠٦٣٨	٫١٠٣١
٧٠	٤٩٠٠	٨٫٣٦٦٦	٫٠١٤٢٨٦	٫١١٩٥	٩٥	٩٠٢٥	٩٫٧٤٦٨	٫٠١٠٥٢٦	٫١٠٢٦
٧١	٥٠٤١	٨٫٤٢٦١	٫٠١٤٠٨٥	٫١١٨٧	٩٦	٩٢١٦	٩٫٧٩٨٠	٫٠١٠٤١٧	٫١٠٢١
٧٢	٥١٨٤	٨٫٤٨٥٣	٫٠١٣٨٨٩	٫١١٧٩	٩٧	٩٤٠٩	٩٫٨٤٨٩	٫٠١٠٣٠٩	٫١٠١٥
٧٣	٥٣٢٩	٨٫٥٤٤٠	٫٠١٣٦٩٩	٫١١٧٠	٩٨	٩٦٠٤	٩٫٨٩٩٥	٫٠١٠٢٠٤	٫١٠١٠
٧٤	٥٤٧٦	٨٫٦٠٢٣	٫٠١٣٥١٤	٫١١٦٢	٩٩	٩٨٠١	٩٫٩٤٩٩	٫٠١٠١٠١	٫١٠٠٥
٧٥	٥٦٢٥	٨٫٦٦٠٣	٫٠١٣٣٣٣	٫١١٥٥	١٠٠	١٠٠٠٠	١٠٫٠٠٠٠	٫٠١٠٠٠٠	٫١٠٠٠

♦. مطالعة ممتعة / محمد عموش .

ت جدول رقم (٧٨)

ن	ن٢	√ن	١/ن	١/√ن	ن	ن٢	√ن	١/ن	١/√ن
١٠١	١٠٢٠١	١٠ر٠٤٩٩	ر٠٠٩٩٠١	ر٠٩٩٥	١٢٦	١٥٨٧٦	١١ر٢٢٥٠	ر٠٠٧٩٣٧	ر٠٨٩١
١٠٢	١٠٤٠٤	١٠ر٠٩٩٥	ر٠٠٩٨٠٤	ر٠٩٩٠	١٢٧	١٦١٢٩	١١ر٢٦٩٤	ر٠٠٧٨٧٤	ر٠٨٨٧
١٠٣	١٠٦٠٩	١٠ر١٤٨٩	ر٠٠٩٧٠٩	ر٠٩٨٥	١٢٨	١٦٣٨٤	١١ر٣١٣٧	ر٠٠٧٨١٣	ر٠٨٨٤
١٠٤	١٠٨١٦	١٠ر١٩٨٠	ر٠٠٩٦١٥	ر٠٩٨١	١٢٩	١٦٦٤١	١١ر٣٥٧٨	ر٠٠٧٧٥٢	ر٠٨٨٠
١٠٥	١١٠٢٥	١٠ر٢٤٧٠	ر٠٠٩٥٢٤	ر٠٩٧٦	١٣٠	١٦٩٠٠	١١ر٤٠١٨	ر٠٠٧٦٩٢	ر٠٨٧٧
١٠٦	١١٢٣٦	١٠ر٢٩٥٦	ر٠٠٩٤٣٤	ر٠٩٧١	١٣١	١٧١٦١	١١ر٤٤٥٥	ر٠٠٧٦٣٤	ر٠٨٧٤
١٠٧	١١٤٤٩	١٠ر٣٤٤١	ر٠٠٩٣٤٦	ر٠٩٦٧	١٣٢	١٧٤٢٤	١١ر٤٨٩١	ر٠٠٧٥٧٦	ر٠٨٧٠
١٠٨	١١٦٦٤	١٠ر٣٩٢٣	ر٠٠٩٢٥٩	ر٠٩٦٢	١٣٣	١٧٦٨٩	١١ر٥٣٢٦	ر٠٠٧٥١٩	ر٠٨٦٧
١٠٩	١١٨٨١	١٠ر٤٤٠٣	ر٠٠٩١٧٤	ر٠٩٥٨	١٣٤	١٧٩٥٦	١١ر٥٧٥٨	ر٠٠٧٤٦٣	ر٠٨٦٤
١١٠	١٢١٠٠	١٠ر٤٨٨١	ر٠٠٩٠٩١	ر٠٩٥٣	١٣٥	١٨٢٢٥	١١ر٦١٩٠	ر٠٠٧٤٠٧	ر٠٨٦١
١١١	١٢٣٢١	١٠ر٥٣٥٧	ر٠٠٩٠٠٩	ر٠٩٤٩	١٣٦	١٨٤٩٦	١١ر٦٦١٩	ر٠٠٧٣٥٣	ر٠٨٥٧
١١٢	١٢٥٤٤	١٠ر٥٨٣٠	ر٠٠٨٩٢٩	ر٠٩٤٥	١٣٧	١٨٧٦٩	١١ر٧٠٤٧	ر٠٠٧٢٩٩	ر٠٨٥٤
١١٣	١٢٧٦٩	١٠ر٦٣٠١	ر٠٠٨٨٥٠	ر٠٩٤١	١٣٨	١٩٠٤٤	١١ر٧٤٧٣	ر٠٠٧٢٤٦	ر٠٨٥١
١١٤	١٢٩٩٦	١٠ر٦٧٧١	ر٠٠٨٧٧٢	ر٠٩٣٧	١٣٩	١٩٣٢١	١١ر٧٨٩٨	ر٠٠٧١٩٤	ر٠٨٤٨
١١٥	١٣٢٢٥	١٠ر٧٢٣٨	ر٠٠٨٦٩٦	ر٠٩٣٣	١٤٠	١٩٦٠٠	١١ر٨٣٢٢	ر٠٠٧١٤٣	ر٠٨٤٥
١١٦	١٣٤٥٦	١٠ر٧٧٠٣	ر٠٠٨٦٢١	ر٠٩٢٨	١٤١	١٩٨٨١	١١ر٨٧٤٣	ر٠٠٧٠٩٢	ر٠٨٤٢
١١٧	١٣٦٨٩	١٠ر٨١٦٧	ر٠٠٨٥٤٧	ر٠٩٢٥	١٤٢	٢٠١٦٤	١١ر٩١٦٤	ر٠٠٧٠٤٢	ر٠٨٣٩
١١٨	١٣٩٢٤	١٠ر٨٦٢٨	ر٠٠٨٤٧٥	ر٠٩٢١	١٤٣	٢٠٤٤٩	١١ر٩٥٨٣	ر٠٠٦٩٩٣	ر٠٨٣٦
١١٩	١٤١٦١	١٠ر٩٠٨٧	ر٠٠٨٤٠٣	ر٠٩١٧	١٤٤	٢٠٧٣٦	١٢ر٠٠٠٠	ر٠٠٦٩٤٤	ر٠٨٣٣
١٢٠	١٤٤٠٠	١٠ر٩٥٤٥	ر٠٠٨٣٣٣	ر٠٩١٣	١٤٥	٢١٠٢٥	١٢ر٠٤١٦	ر٠٠٦٨٩٧	ر٠٨٣٠
١٢١	١٤٦٤١	١١ر٠٠٠٠	ر٠٠٨٢٦٤	ر٠٩٠٩	١٤٦	٢١٣١٦	١٢ر٠٨٣٠	ر٠٠٦٨٤٩	ر٠٨٢٨
١٢٢	١٤٨٨٤	١١ر٠٤٥٤	ر٠٠٨١٩٧	ر٠٩٠٥	١٤٧	٢١٦٠٩	١٢ر١٢٤٤	ر٠٠٦٨٠٣	ر٠٨٢٥
١٢٣	١٥١٢٩	١١ر٠٩٠٥	ر٠٠٨١٣٠	ر٠٩٠٢	١٤٨	٢١٩٠٤	١٢ر١٦٥٥	ر٠٠٦٧٥٧	ر٠٨٢٢
١٢٤	١٥٣٧٦	١١ر١٣٥٥	ر٠٠٨٠٦٥	ر٠٨٩٨	١٤٩	٢٢٢٠١	١٢ر٢٠٦٦	ر٠٠٦٧١١	ر٠٨١٩
١٢٥	١٥٦٢٥	١١ر١٨٠٣	ر٠٠٨٠٠٠	ر٠٨٩٤	١٥٠	٢٢٥٠٠	١٢ر٢٤٧٤	ر٠٠٦٦٦٧	ر٠٨١٦

. مطالعة ممتعة / محمد عموش .

ت. جدول رقم (٧٨)

ن	ن²	√ن	١/ن	١/√ن
١٥١	٢٢٨٠١	١٢٫٢٨٨٢	٫٠٠٦٦٢٣	٫٠٨١٤
١٥٢	٢٣١٠٤	١٢٫٣٢٨٨	٫٠٠٦٥٧٩	٫٠٨١١
١٥٣	٢٣٤٠٩	١٢٫٣٦٩٣	٫٠٠٦٥٣٦	٫٠٨٠٨
١٥٤	٢٣٧١٦	١٢٫٤٠٩٧	٫٠٠٦٤٩٤	٫٠٨٠٦
١٥٥	٢٤٠٢٥	١٢٫٤٤٩٩	٫٠٠٦٤٥٢	٫٠٨٠٣
١٥٦	٢٤٣٣٦	١٢٫٤٩٠٠	٫٠٠٦٤١٠	٫٠٨٠١
١٥٧	٢٤٦٤٩	١٢٫٥٣٠٠	٫٠٠٦٣٦٩	٫٠٧٩٨
١٥٨	٢٤٩٦٤	١٢٫٥٦٩٨	٫٠٠٦٣٢٩	٫٠٧٩٦
١٥٩	٢٥٢٨١	١٢٫٦٠٩٥	٫٠٠٦٢٨٩	٫٠٧٩٣
١٦٠	٢٥٦٠٠	١٢٫٦٤٩١	٫٠٠٦٢٥٠	٫٠٧٩١
١٦١	٢٥٩٢١	١٢٫٦٨٨٦	٫٠٠٦٢١١	٫٠٧٨٨
١٦٢	٢٦٢٤٤	١٢٫٧٢٧٩	٫٠٠٦١٧٣	٫٠٧٨٦
١٦٣	٢٦٥٦٩	١٢٫٧٦٧١	٫٠٠٦١٣٥	٫٠٧٨٣
١٦٤	٢٦٨٩٦	١٢٫٨٠٦٢	٫٠٠٦٠٩٨	٫٠٧٨١
١٦٥	٢٧٢٢٥	١٢٫٨٤٥٢	٫٠٠٦٠٦١	٫٠٧٧٨
١٦٦	٢٧٥٥٦	١٢٫٨٨٤١	٫٠٠٦٠٢٤	٫٠٧٧٦
١٦٧	٢٧٨٠٩	١٢٫٩٢٢٨	٫٠٠٥٩٨٨	٫٠٧٧٤
١٦٨	٢٨٢٢٤	١١٫٩٦١٥	٫٠٠٥٩٥٢	٫٠٧٧٢
١٦٩	٢٨٥٦١	١٣٫٠٠٠٠	٫٠٠٥٩١٧	٫٠٧٦٩
١٧٠	٢٨٩٠٠	١٣٫٠٣٨٤	٫٠٠٥٨٨٢	٫٠٧٦٧
١٧١	٢٩٢٤١	١٣٫٠٧٦٧	٫٠٠٥٨٤٨	٫٠٧٦٥
١٧٢	٢٩٥٨٤	١٣٫١١٤٩	٫٠٠٥٨١٤	٫٠٧٦٢
١٧٣	٢٩٩٢٩	١٣٫١٥٢٩	٫٠٠٥٧٨٠	٫٠٧٦٠
١٧٤	٣٠٢٧٦	١٣٫١١٠٩	٫٠٠٥٧٤٧	٫٠٧٥٨
١٧٥	٣٠٦٢٥	١٣٫٢٢٨٨	٫٠٠٥٧١٤	٫٠٧٥٦
١٧٦	٣٠٩٧٦	١٣٫٢٦٦٥	٫٠٠٥٦٨٢	٫٠٧٥٤
١٧٧	٣١٣٢٩	١٣٫٣٠٤١	٫٠٠٥٦٥٠	٫٠٧٥٢
١٧٨	٣١٦[illegible]	١٣٫٣٤١٧	٫٠٠٥٦١٨	٫٠٧٥٠
١٧٩	٣٢٠[illegible]	١٣٫٣٧٩١	٫٠٠٥٥٨٧	٫٠٧٤٧
١٨٠	٣٢٤٠٠	١٣٫٤١٦٤	٫٠٠٥٥٥٦	٫٠٧٤٥
١٨١	٣٢٧٦١	١٣٫٤٥٣٦	٫٠٠٥٥٢٥	٫٠٧٤٣
١٨٢	٣٣١٢٤	١٣٫٤٩٠٧	٫٠٠٥٤٩٥	٫٠٧٤١
١٨٣	٣٣٤٨٩	١٣٫٥٢٧٧	٫٠٠٥٤[illegible]٤	٫٠٧٣٩
١٨٤	٣٣٨٥٦	١٣٫٥٦٤٧	٫٠٠٥٤[illegible]٥	٫٠٧٣٧
١٨٥	٣٤٢٢٥	١٣٫٦٠١٥	٫٠٠٥٤٠٥	٫٠٧٣٥
١٨٦	٣٤٥٩٦	١٣٫٦٣٨٢	٫٠٠٥٣٧٦	٫٠٧٣٣
١٨٧	٣٤٩٦٩	١٣٫٦٧٤٨	٫٠٠٥٣٤٨	٫٠٧٣١
١٨٨	٣٥٣٤٤	١٣٫٧١١٣	٫٠٠٥٣١٩	٫٠٧٢٩
١٨٩	٣٥٧٢١	١٣٫٧٤٧٧	٫٠٠٥٢٩١	٫٠٧٢٧
١٩٠	٣٦١٠٠	١٣٫٧٨٤٠	٫٠٠٥٢٦٣	٫٠٧٢٥
١٩١	٣٦٤٨١	١٣٫٨١٠٣	٫٠٠٥٢٣٦	٫٠٧٢٤
١٩٢	٣٦٨٦٤	١٣٫٨٥٦٤	٫٠٠٥٢٠٨	٫٠٧٢٢
١٩٣	٣٧٢٤٩	١٣٫٨٩٢٤	٫٠٠٥١٨١	٫٠٧٢٠
١٩٤	٣٧٦٣٦	١٣٫٩٢٨٤	٫٠٠٥١٥٥	٫٠٧١٨
١٩٥	٣٨٠٢٥	١٣٫٩٦٤٢	٫٠٠٥١٢٨	٫٠٧١٦
١٩٦	٣٨٤١٦	١٤٫٠٠٠٠	٫٠٠٥١٠٢	٫٠٧١٤
١٩٧	٣٨٨٠٩	١٤٫٠٣٥٠	٫٠٠٥٠٧٦	٫٠٧١٢
١٩٨	٣٩١٠٤	١٤٫٥٧١٢	٫٠٠٥٠٥١	٫٠٧١١
١٩٩	٣٩٦٠١	١٤٫١٠٦٧	٫٠٠٥٠٢٥	٫٠٧٠٩
٢٠٠	٤٠٠٠٠	١٤٫١٤٢١	٫٠٠٥٠٠٠	٫٠٧٠٧

♦. مطالعة ممتعة / محمد عموش .

جدول رقم ١٠٧

ن	$ن^2$	$\sqrt{ن}$	$\frac{1}{ن}$	$\frac{1}{\sqrt{ن}}$
٢٠	٤٠٤٠١	١٤ر١٧٧٤	ر٠٠٤٩٧٥	ر٠٧٠٥
٢٠	[illegible]	١٤ر٢١٢٧	ر٠٠٤٩٥٠	ر٠٧٠٤
٢٠	٤١٢٠٩	١٤ر٢٤٧٨	ر٠٠٤٩٢٦	ر٠٧٠٢
٢٠	٤١٦١٦	١٤ر٢٨٢٩	ر٠٠٤٩٠٢	ر٠٧٠٠
٢٠	٤٢٠١٥	١٤ر٣١٧٨	ر٠٠٤٨٧٨	ر٠٦٩٨
٢٠	٤٢٤٣٦	١٤ر٣٥٢٧	ر٠٠٤٨٥٤	ر٠٦٩٧
٢٠	٤٢٨٤٩	١٤ر٣٨٧٥	ر٠٠٤٨٣١	ر٠٦٩٥
٢٠	٤٣٢٦٤	١٤ر٤٢٢٢	ر٠٠٤٨٠٨	ر٠٦٩٣
٢٠	٤٣٦٨١	١٤ر٤٥٦٨	ر٠٠٤٧٨٥	ر٠٦٩٢
٢١	٤٤١٠٠	١٤ر٤٩١٤	ر٠٠٤٧٦٢	ر٠٦٩٠
٢١	٤٤٥٢١	١٤ر٥٢٥٨	ر٠٠٤٧٣٩	ر٠٦٨٨
٢١	٤٤٩٤٤	١٤ر٥٦٠٢	ر٠٠٤٧١٧	ر٠٦٨٧
٢١	٤٥٣٦٩	١٤ر٥٩٤٥	ر٠٠٤٦٩٥	ر٠٦٨٥
٢١	٤٥٠٩٦	١٤ر٦٢٨٧	ر٠٠٤٦٧٣	ر٠٦٨٤
٢١	٤٦٢٢٥	١٤ر٦٦٢٩	ر٠٠٤٦٥١	ر٠٦٨٢
٢١	٤٦٦٥٦	١٤ر٦٩٦٩	ر٠٠٤٦٣٠	ر٠٦٨٠
٢١	٤٧٠٨٩	١٤ر٧٣٠٩	ر٠٠٤٦٠٨	ر٠٦٧٩
٢١	٤٧٥٢٤	١٤ر٧٦٤٨	ر٠٠٤٥٨٧	ر٠٦٧٧
٢١	٤٧٩٦١	١٤ر٧٩٨٦	ر٠٠٤٥٦٦	ر٠٦٧٦
٢٢	٤٨٤٠٠	١٤ر٨٣٢٤	ر٠٠٤٥٤٥	ر٠٦٧٤
٢٢	٤٨٨٤١	١٤ر٨٦٦١	ر٠٠٤٥٢٥	ر٠٦٧٣
٢٢	٤٩٢٨٤	١٤ر٨٩٩٧	ر٠٠٤٥٠٥	ر٠٦٧١
٢٢	٤٩٧٢٩	١٤ر٩٣٣٣	ر٠٠٤٤٨٤	ر٠٦٧٠
٢٢	٥٠١٧٦	١٤ر٩٦٦٦	ر٠٠٤٤٦٤	ر٠٦٦٨
٢٢	٥٠٦٢٥	١٥ر٠٠٠٠	ر٠٠٤٤٤٤	ر٠٦٦٧

ن	$ن^2$	$\sqrt{ن}$	$\frac{1}{ن}$	$\frac{1}{\sqrt{ن}}$
٢٢٦	٥١٠٧٦	١٥ر٠٣٣٣	ر٠٠٤٤٢٥	ر٠٦٦٥
٢٢٧	٥١٥٢٩	١٥ر٠٦٦٥	ر٠٠٤٤٠٥	ر٠٦٦٤
٢٢٨	٥١٩٨٤	١٥ر٠٩٩٧	ر٠٠٤٣٨٦	ر٠٦٦٢
٢٢٩	٥٢٤٤١	١٥ر١٣٢٧	ر٠٠٤٣٦٧	ر٠٦٦١
٢٣٠	٥٢٩٠٠	١٥ر١٦٥٨	ر٠٠٤٣٤٨	ر٠٦٥٩
٢٣١	٥٣٣٦١	١٥ر١٩٨٧	ر٠٠٤٣٢٩	ر٠٦٥٨
٢٣٢	٥٣٨٢٤	١٥ر٢٣١٥	ر٠٠٤٣١٠	ر٠٦٥٧
٢٣٣	٥٤٢٨٩	١٥ر٢٦٤٣	ر٠٠٤٢٩٢	ر٠٦٥٥
٢٣٤	٥٤٧٥٦	١٥ر٢٩٧١	ر٠٠٤٢٧٤	ر٠٦٥٤
٢٣٥	٥٥٢٢٥	١٥ر٣٢٩٧	ر٠٠٤٢٥٥	ر٠٦٥٢
٢٣٦	٥٥٦٩٦	١٥ر٣٦٢٣	ر٠٠٤٢٣٧	ر٠٦٥١
٢٣٧	٥٦١٦٩	١٥ر٣٩٤٨	ر٠٠٤١١٩	ر٠٦٥٠
٢٣٨	٥٦٦٤٤	١٥ر٤٢٧٢	ر٠٠٤٢٠٦	ر٠٦٤٨
٢٣٩	٥٧١٢١	١٥ر٤٥٩٦	ر٠٠٤١٨٤	ر٠٦٤٧
٢٤٠	٥٧٦٠٠	١٥ر٤٩١٩	ر٠٠٤١٦٧	ر٠٦٤٥
٢٤١	٥٨٠٨١	١٥ر٥٢٤٢	ر٠٠٤١٤٩	ر٠٦٤٤
٢٤٢	٥٨٥٦٤	١٥ر٥٥٦٣	ر٠٠٤١٣٢	ر٠٦٤٣
٢٤٣	٥٩٠٤٩	١٥ر٥٨٨٥	ر٠٠٤١١٥	ر٠٦٤٢
٢٤٤	٥٩٥٣٦	١٥ر٦٢٠٥	ر٠٠٤٠٩٨	ر٠٦٤٠
٢٤٥	٦٠٠٢٥	١٥ر٦٥٢٥	ر٠٠٤٠٨٢	ر٠٦٣٩
٢٤٦	٦٠٥١٦	١٥ر٦٨٤٤	ر٠٠٤٠٦٥	ر٠٦٣٨
٢٤٧	٦١٠٠٩	١٥ر٧١٦٢	ر٠٠٤٠٤٩	ر٠٦٣٦
٢٤٨	٦١٥٠٤	١٥ر٧٤٨٠	ر٠٠٤٠٣٢	ر٠٦٣٥
٢٤٩	٦٢٠٠١	١٥ر٧٧٩٧	ر٠٠٤٠١٦	ر٠٦٣٤
٢٥٠	٦٢٥٠٠	١٥ر٨١١٤	ر٠٠٤٠٠٠	ر٠٦٣٢

♦. مطالعة ممتعة / محمد عموش .

ت. جدول رقم (٧٨)

ن	$ن^{2}$	$\sqrt{ن}$	$\frac{1}{ن}$	$\frac{1}{\sqrt{ن}}$	ن	$ن^{2}$	$\sqrt{ن}$	$\frac{1}{ن}$	$\frac{1}{\sqrt{ن}}$
٢٥١	٦٣٠٠١	١٥ر٨٤٣٠	ر٠٠٣٩٨٤	ر٠٦٣١	٢٧٦	٧٦١٧٦	١٦ر٦١٣٢	ر٠٠٣٦٢٣	ر٠٦٠٢
٢٥٢	٦٣٥٠٤	١٥ر٨٧٤٥	ر٠٠٣٩٦٨	ر٠٦٣٠	٢٧٧	٧٦٧٢٩	١٦ر٦٤٣٣	ر٠٠٣٦١٠	ر٠٦٠١
٢٥٣	٦٤٠٠٩	١٥ر٩٠٦٠	ر٠٠٣٩٥٣	ر٠٦٢٩	٢٧٨	٧٧٢٨٤	١٦ر٦٧٣٣	ر٠٠٣٥٩٧	ر٠٦٠٠
٢٥٤	٦٤٥١٦	١٥ر٩٣٧٤	ر٠٠٣٩٣٧	ر٠٦٢٧	٢٧٩	٧٧٨٤١	١٦ر٧٠٣٣	ر٠٠٣٥٨٤	ر٠٥٩٩
٢٥٥	٦٥٠٢٥	١٥ر٩٦٨٧	ر٠٠٣٩٢٢	ر٠٦٢٦	٢٨٠	٧٨٤٠٠	١٦ر٧٣٣٢	ر٠٠٣٥٧١	ر٠٥٩٨
٢٥٦	٦٥٥٣٦	١٦ر٠٠٠٠	ر٠٠٣٩٠٦	ر٠٦٢٥	٢٨١	٧٨٩٦١	١٦ر٧٦٣١	ر٠٠٣٥٥٩	ر٠٥٩٧
٢٥٧	٦٦٠٤٩	١٦ر٠٣١٢	ر٠٠٣٨٩١	ر٠٦٢٤	٢٨٢	٧٩٥٢٤	١٦ر٧٩٢٩	ر٠٠٣٥٤٦	ر٠٥٩٥
٢٥٨	٦٦٥٦٤	١٦ر٠٦٢٤	ر٠٠٣٨٧٦	ر٠٦٢٣	٢٨٣	٨٠٠٨٩	١٦ر٨٢٢٦	ر٠٠٣٥٣٤	ر٠٥٩٤
٢٥٩	٦٧٠٨١	١٦ر٠٩٣٥	ر٠٠٣٨٦١	ر٠٦٢١	٢٨٤	٨٠٦٥٦	١٦ر٨٥٢٣	ر٠٠٣٥٢١	ر٠٥٩٣
٢٦٠	٦٧٦٠٠	١٦ر١٢٤٥	ر٠٠٣٨٤٦	ر٠٦٢٠	٢٨٥	٨١٢٢٥	١٦ر٨٨١٩	ر٠٠٣٥٠٩	ر٠٥٩٢
٢٦١	٦٨١٢١	١٦ر١٥٥٥	ر٠٠٣٨٣١	ر٠٦١٩	٢٨٦	٨١٧٩٦	١٦ر٩١١٥	ر٠٠٣٤٩٧	ر٠٥٩١
٢٦٢	٦٨٦٤٤	١٦ر١٨٦٤	ر٠٠٣٨١٧	ر٠٦١٨	٢٨٧	٨٢٣٦٩	١٦ر٩٤١١	ر٠٠٣٤٨٤	ر٠٥٩٠
٢٦٣	٦٩١٦٩	١٦ر٢١٧٣	ر٠٠٣٨٠٢	ر٠٦١٧	٢٨٨	٨٢٩٤٤	١٦ر٩٧٠٦	ر٠٠٣٤٧٢	ر٠٥٨٩
٢٦٤	٦٩٦٩٦	١٦ر٢٤٨١	ر٠٠٣٧٨٨	ر٠٦١٥	٢٨٩	٨٣٥٢١	١٧ر٠٠٠٠	ر٠٠٣٤٦٠	ر٠٥٨٨
٢٦٥	٧٠٢٢٥	١٦ر٢٧٨٨	ر٠٠٣٧٧٤	ر٠٦١٤	٢٩٠	٨٤١٠٠	١٧ر٠٢٩٤	ر٠٠٣٤٤٨	ر٠٥٨٧
٢٦٦	٧٠٧٥٦	١٦ر٣٠٩٥	ر٠٠٣٧٥٩	ر٠٦١٣	٢٩١	٨٤٦٨١	١٧ر٠٥٨٧	ر٠٠٣٤٣٦	ر٠٥٨٦
٢٦٧	٧١٢٨٩	١٦ر٣٤٠١	ر٠٠٣٧٤٥	ر٠٦١٢	٢٩٢	٨٥٢٦٤	١٧ر٠٨٨٠	ر٠٠٣٤٢٥	ر٠٥٨٥
٢٦٨	٧١٨٢٤	١٦ر٣٧٠٧	ر٠٠٣٧٣١	ر٠٦١١	٢٩٣	٨٥٨٤٩	١٧ر١١٧٢	ر٠٠٣٤١٣	ر٠٥٨٤
٢٦٩	٧٢٣٦١	١٦ر٤٠١٢	ر٠٠٣٧١٧	ر٠٦١٠	٢٩٤	٨٦٤٣٦	١٧ر١٤٦٤	ر٠٠٣٤٠١	ر٠٥٨٣
٢٧٠	٧٢٩٠٠	١٦ر٤٣١٧	ر٠٠٣٧٠٤	ر٠٦٠٩	٢٩٥	٨٧٠٢٥	١٧ر١٧٥٦	ر٠٠٣٣٩٠	ر٠٥٨٢
٢٧١	٧٣٤٤١	١٦ر٤٦٢١	ر٠٠٣٦٩٠	ر٠٦٠٧	٢٩٦	٨٧٦١٦	١٧ر٢٠٤٧	ر٠٠٣٣٧٨	ر٠٥٨١
٢٧٢	٧٣٩٨٤	١٦ر٤٩٢٤	ر٠٠٣٦٧٦	ر٠٦٠٦	٢٩٧	٨٨٢٠٩	١٧ر٢٣٣٧	ر٠٠٣٣٦٧	ر٠٥٨٠
٢٧٣	٧٤٥٢٩	١٦ر٥٢٢٧	ر٠٠٣٦٦٣	ر٠٦٠٥	٢٩٨	٨٨٢٠٤	١٧ر٢٦٢٧	ر٠٠٣٣٥٦	ر٠٥٧٩
٢٧٤	٧٥٠٧٦	١٦ر٥٥٢٩	ر٠٠٣٦٥٠	ر٠٦٠٤	٢٩٩	٨٩٤٠١	١٧ر٢٩١٦	ر٠٠٣٣٤٤	ر٠٥٧٨
٢٧٥	٧٥٦٢٥	١٦ر٥٨٣١	ر٠٠٣٦٣٦	ر٠٦٠٣	٣٠٠	٩٠٠٠٠	١٧ر٣٢٠٥	ر٠٠٣٣٣٣	ر٠٥٧٧

♦. مطالعة ممتعة / محمد عموش .

ت. جدول رقم (٧٨)

ن	ن٢	$\sqrt{ن}$	$\frac{1}{ن}$	$\frac{1}{\sqrt{ن}}$
٣٠١	٩٠٦٠١	١٧٫٣٤٩٤	٫٠٠٣٣٢٢	٫٠٥٧٦
٣٠٢	٩١٢٠٤	١٧٫٣٧٨١	٫٠٠٣٣١١	٫٠٥٧٥
٣٠٣	٩١٨٠٩	١٧٫٤٠٦٩	٫٠٠٣٣٠٠	٫٠٥٧٤
٣٠٤	٩٢٤١٦	١٧٫٤٣٥٦	٫٠٠٣٢٨٩	٫٠٥٧٤
٣٠٥	٩٣٠٢٥	١٧٫٤٦٤٢	٫٠٠٣٢٧٩	٫٠٥٧٣
٣٠٦	٩٣٦٣٦	١٧٫٤٩٢٩	٫٠٠٣٢٦٨	٫٠٥٧٢
٣٠٧	٩٤٢٤٩	١٧٫٥٢١٤	٫٠٠٣٢٥٧	٫٠٥٧١
٣٠٨	٩٤٨٦٤	١٧٫٥٤٩٩	٫٠٠٣٢٤٧	٫٠٥٧٠
٣٠٩	٩٥٤٨١	١٧٫٥٧٨٤	٫٠٠٣٢٣٦	٫٠٥٦٩
٣١٠	٩٦١٠٠	١٧٫٦٠٦٨	٫٠٠٣٢٢٦	٫٠٥٦٨
٣١١	٩٦٧٢١	١٧٫٦٣٥٢	٫٠٠٣٢١٥	٫٠٥٦٧
٣١٢	٩٧٣٤٤	١٧٫٦٦٣٥	٫٠٠٣٢٠٥	٫٠٥٦٦
٣١٣	٩٧٩٦٩	١٧٫٦٩١٨	٫٠٠٣١٩٥	٫٠٥٦٥
٣١٤	٩٨٥٩٦	١٧٫٧٢٠٠	٫٠٠٣١٨٥	٫٠٥٦٤
٣١٥	٩٩٢٢٥	١٧٫٧٤٨٢	٫٠٠٣١٧٥	٫٠٥٦٣
٣١٦	٩٩٨٥٦	١٧٫٧٧٦٤	٫٠٠٣١٦٥	٫٠٥٦٣
٣١٧	١٠٠٤٨٩	١٧٫٨٠٤٥	٫٠٠٣١٥٥	٫٠٥٦٢
٣١٨	١٠١١٢٤	١٧٫٨٣٢٦	٫٠٠٣١٤٥	٫٠٥٦١
٣١٩	١٠١٧٦١	١٧٫٨٦٠٦	٫٠٠٣١٣٥	٫٠٥٦٠
٣٢٠	١٠٢٤٠٠	١٧٫٨٨٨٥	٫٠٠٣١٢٥	٫٠٥٥٩
٣٢١	١٠٣٠٤١	١٧٫٩١٦٥	٫٠٠٣١١٥	٫٠٥٥٨
٣٢٢	١٠٣٦٨٤	١٧٫٩٤٤٤	٫٠٠٣١٠٦	٫٠٥٥٧
٣٢٣	١٠٤٣٢٩	١٧٫٩٧٢٢	٫٠٠٣٠٩٦	٫٠٥٥٦
٣٢٤	١٠٤٩٧٦	١٨٫٠٠٠٠	٫٠٠٣٠٨٦	٫٠٥٥٦
٣٢٥	١٠٥٦٢٥	١٨٫٠٢٧٨	٫٠٠٣٠٧٧	٫٠٥٥٥
٣٢٦	١٠٦٢٧٦	١٨٫٠٥٥٥	٫٠٠٣٠٦٧	٫٠٥٥٤
٣٢٧	١٠٦٩٢٩	١٨٫٠٨٣١	٫٠٠٣٠٥٨	٫٠٥٥٣
٣٢٨	١٠٧٥٨٤	١٨٫١١٠٨	٫٠٠٣٠٤٩	٫٠٥٥٢
٣٢٩	١٠٨٢٤١	١٨٫١٣٨٤	٫٠٠٣٠٤٠	٫٠٥٥١
٣٣٠	١٠٨٩٠٠	١٨٫١٦٥٩	٫٠٠٣٠٣٠	٫٠٥٥٠
٣٣١	١٠٩٥٦١	١٨٫١٩٣٤	٫٠٠٣٠٢١	٫٠٥٥٠
٣٣٢	١١٠٢٢٤	١٨٫٢٢٠٩	٫٠٠٣٠١٢	٫٠٥٤٩
٣٣٣	١١٠٨٨٩	١٨٫٢٤٨٣	٫٠٠٣٠٠٣	٫٠٥٤٨
٣٣٤	١١١٥٥٦	١٨٫٢٧٥٧	٫٠٠٢٩٩٤	٫٠٥٤٧
٣٣٥	١١٢٢٢٥	١٨٫٣٠٣٠	٫٠٠٢٩٨٥	٫٠٥٤٦
٣٣٦	١١٢٨٩٦	١٨٫٣٣٠٣	٫٠٠٢٩٧٦	٫٠٥٤٦
٣٣٧	١١٣٥٦٩	١٨٫٣٥٧٦	٫٠٠٢٩٦٧	٫٠٥٤٥
٣٣٨	١١٤٢٤٤	١٨٫٣٨٤٨	٫٠٠٢٩٥٩	٫٠٥٤٤
٣٣٩	١١٤٩٢١	١٨٫٤١٢٠	٫٠٠٢٩٥٠	٫٠٥٤٣
٣٤٠	١١٥٦٠٠	١٨٫٤٣٩١	٫٠٠٢٩٤١	٫٠٥٤٢
٣٤١	١١٦٢٨١	١٨٫٤٦٦٢	٫٠٠٢٩٣٣	٫٠٥٤٢
٣٤٢	١١٦٩٦٤	١٨٫٤٩٣٢	٫٠٠٢٩٢٤	٫٠٥٤١
٣٤٣	١١٧٦٤٩	١٨٫٥٢٠٣	٫٠٠٢٩١٥	٫٠٥٤٠
٣٤٤	١١٨٣٣٦	١٨٫٥٤٧٢	٫٠٠٢٩٠٧	٫٠٥٣٩
٣٤٥	١١٩٠٢٥	١٨٫٥٧٤٢	٫٠٠٢٨٩٩	٫٠٥٣٨
٣٤٦	١١٩٧١٦	١٨٫٦٠١١	٫٠٠٢٨٩٠	٫٠٥٣٨
٣٤٧	١٢٠٤٠٩	١٨٫٦٢٧٩	٫٠٠٢٨٨٢	٫٠٥٣٧
٣٤٨	١٢١١٠٤	١٨٫٦٥٤٨	٫٠٠٢٨٧٤	٫٠٥٣٦
٣٤٩	١٢١٨٠١	١٨٫٦٨١٥	٫٠٠٢٨٦٥	٫٠٥٣٥
٣٥٠	١٢٢٥٠٠	١٨٫٧٠٨٣	٫٠٠٢٨٥٧	٫٠٥٣٥

مطالعة ممتعة / محمد عموش .

ت. جدول رقم (٧٨)

ن	ن٢	√ن	١/ن	١/√ن	ن	ن٢	√ن	١/ن	١/√ن
٣٥١	١٢٣٢٠١	١٨ر٧٣٥٠	ر٠٠٢٨٤٩	ر٠٥٣٤	٣٧٦	١٤١٣٧٦	١٩ر٣١٠٧	ر٠٠٢٦٦٠	ر٠٥١٦
٣٥٢	١٢٣١٠٤	١٨ر٧٦١٧	ر٠٠٢٨٤١	ر٠٥٣٣	٣٧٧	١٤٢١٢٩	١٩ر٤١٦٥	ر٠٠٢٦٥٣	ر٠٥١٥
٣٥٣	١٢٤١٠٩	١٨ر٧٨٨٣	ر٠٠٢٨٣٣	ر٠٥٣٢	٣٧٨	١٤٢٨٨٤	١٩ر٤٤٢٢	ر٠٠٢٦٤٦	ر٠٥١٤
٣٥٤	١٢٥٣١٦	١٨ر٨١٤٩	ر٠٠٢٨٢٥	ر٠٥٣١	٣٧٩	١٤٣٦٤١	١٩ر٤٦٧٩	ر٠٠٢٦٣٩	ر٠٥١٤
٣٥٥	١٢٦٠٢٥	١٨ر٨٤١٤	ر٠٠٢٨١٧	ر٠٥٣١	٣٨٠	١٤٤٤٠٠	١٩ر٤٩٣٦	ر٠٠٢٦٣٢	ر٠٥١٣
٣٥٦	١٢٦٧٣٦	١٨ر٨٦٨٠	ر٠٠٢٨٠٩	ر٠٥٣٠	٣٨١	١٤٥١٦٠	١٩ر٥١٩٢	ر٠٠٢٦٢٥	ر٠٥١٢
٣٥٧	١٢٧٤٤٩	١٨ر٨٩٤٤	ر٠٠٢٨٠١	ر٠٥٢٩	٣٨٢	١٤٥٩٢٤	١٩ر٥٤٤٨	ر٠٠٢٦١٨	ر٠٥١٢
٣٥٨	١٢٨١٦٤	١٨ر٩٢٠٩	ر٠٠٢٧٩٣	ر٠٥٢٩	٣٨٣	١٤٦٦٨٩	١٩ر٥٧٠٤	ر٠٠٢٦١١	ر٠٥١١
٣٥٩	١٢٨٨٨١	١٨ر٩٤٧٣	ر٠٠٢٧٨٦	ر٠٥٢٨	٣٨٤	١٤٧٤٥٦	١٩ر٥٩٥٩	ر٠٠٢٦٠٤	ر٠٥١٠
٣٦٠	١٢٩٦٠٠	١٨ر٩٧٣٧	ر٠٠٢٧٧٨	ر٠٥٢٧	٣٨٥	١٤٨٢٢٥	١٩ر٦٢١٤	ر٠٠٢٥٩٧	ر٠٥١٠
٣٦١	١٣٠٣٢١	١٩ر٠٠٠٠	ر٠٠٢٧٧٠	ر٠٥٢٦	٣٨٦	١٤٨٩٩٦	١٩ر٦٤٦٩	ر٠٠٢٥٩١	ر٠٥٠٩
٣٦٢	١٣١٠٤٤	١٩ر٠٢٦٣	ر٠٠٢٧٦٢	ر٠٥٢٦	٣٨٧	١٤٩٧٦٩	١٩ر٦٧٢٢	ر٠٠٢٥٨٤	ر٠٥٠٨
٣٦٣	١٣١٧٦٩	١٩ر٠٥٢٦	ر٠٠٢٧٥٥	ر٠٥٢٥	٣٨٨	١٥٠٥٤٤	١٩ر٦٩٧٧	ر٠٠٢٥٧٧	ر٠٥٠٨
٣٦٤	١٣٢٤٩٦	١٩ر٠٧٨٠	ر٠٠٢٧٤٧	ر٠٥٢٤	٣٨٩	١٥١٣٢١	١٩ر٧٢٣١	ر٠٠٢٥٧١	ر٠٥٠٧
٣٦٥	١٣٣٢٢٥	١٩ر١٠٥٠	ر٠٠٢٧٤٠	ر٠٥٢٣	٣٩٠	١٥٢١٠٠	١٩ر٧٤٨٤	ر٠٠٢٥٦٤	ر٠٥٠٦
٣٦٦	١٣٣٩٥٦	١٩ر١٣١١	ر٠٠٢٧٣٢	ر٠٥٢٣	٣٩١	١٥٢٨٨١	١٩ر٧٧٣٧	ر٠٠٢٥٥٨	ر٠٥٠٦
٣٦٧	١٣٤٦٨٩	١٩ر١٥٧٢	ر٠٠٢٧٢٥	ر٠٥٢٢	٣٩٢	١٥٣٦٦٤	١٩ر٧٩٩٠	ر٠٠٢٥٥١	ر٠٥٠٥
٣٦٨	١٣٥٤٢٤	١٩ر١٨٣٣	ر٠٠٢٧١٧	ر٠٥٢١	٣٩٣	١٥٤٤٤٩	١٩ر٨٢٤٢	ر٠٠٢٥٤٥	ر٠٥٠٤
٣٦٩	١٣٦١٦١	١٩ر٢٠٩٤	ر٠٠٢٧١٠	ر٠٥٢١	٣٩٤	١٥٥٢٣٦	١٩ر٨٤٩٤	ر٠٠٢٥٣٨	ر٠٥٠٤
٣٧٠	١٣٦٩٠٠	١٩ر٢٣٥٤	ر٠٠٢٧٠٣	ر٠٥٢٠	٣٩٥	١٥٦٠٢٥	١٩ر٨٧٤٦	ر٠٠٢٥٣٢	ر٠٥٠٣
٣٧١	١٣٧٦٤١	١٩ر٢٦١٤	ر٠٠٢٦٩٥	ر٠٥١٩	٣٩٦	١٥٦٨١٦	١٩ر٨٩٩٧	ر٠٠٢٥٢٥	ر٠٥٠٣
٣٧٢	١٣٨٣٨٤	١٩ر٢٨٧٣	ر٠٠٢٦٨٨	ر٠٥١٨	٣٩٧	١٥٧٦٠٩	١٩ر٩٢٤٩	ر٠٠٢٥١٩	ر٠٥٠٢
٣٧٣	١٣٩١٢٩	١٩ر٣١٣٢	ر٠٠٢٦٨١	ر٠٥١٨	٣٩٨	١٥٨٤٠٤	١٩ر٩٤٩٩	ر٠٠٢٥١٣	ر٠٥٠١
٣٧٤	١٣٩٨٧٦	١٩ر٣٣٩١٠	ر٠٠٢٦٧٤	ر٠٥١٧	٣٩٩	١٥٩٢١٠	١٩ر٩٧٥٠	ر٠٠٢٥٠٦	ر٠٥٠١
٣٧٥	١٤٠٦٢٥	١٩ر٣٦٤٩	ر٠٠٢٦٦٧	ر٠٥١٦	٤٠٠	١٦٠٠٠٠	٢٠ر٠	ر٠٠٢٥٠٠	ر٠٥٠٠

• مطالعة ممتعة / محمد عموش .

ت جدول رقم (٧٨)

ن	ن^{2}	$\sqrt{\text{ن}}$	$\frac{1}{\text{ن}}$	$\frac{1}{\sqrt{\text{ن}}}$
٤٠١	١٦٠٨٠١	٢٠ر٠٢٥٠	ر٠٠٢٤٩٤	ر٠٤٩٩
٤٠٢	١٦١٦٠٤	٢٠ر٠٤٩٩	ر٠٠٢٤٨٨	ر٠٤٩٩
٤٠٣	١٦٢٤٠٩	٢٠ر٠٧٤٩	ر٠٠٢٤٨١	ر٠٤٩٨
٤٠٤	١٦٣٢١٦	٢٠ر٠٩٩٨	ر٠٠٢٤٧٥	ر٠٤٩٨
٤٠٥	١٦٤٠٢٥	٢٠ر١٢٤٦	ر٠٠٢٤٦٩	ر٠٤٩٧
٤٠٦	١٦٤٨٣٦	٢٠ر١٤٩٤	ر٠٠٢٤٦٣	ر٠٤٩٦
٤٠٧	١٦٥٦٤٩	٢٠ر١٧٤٢	ر٠٠٢٤٥٧	ر٠٤٩٦
٤٠٨	١٦٦٤٦٤	٢٠ر١٩٩٠	ر٠٠٢٤٥١	ر٠٤٩٥
٤٠٩	١٦٧٢٨١	٢٠ر٢٢٣٧	ر٠٠٢٤٤٥	ر٠٤٩٤
٤١٠	١٦٨١٠٠	٢٠ر٢٤٨٥	ر٠٠٢٤٣٩	ر٠٤٩٤
٤١١	١٦٨٩٢١	٢٠ر٢٧٣١	ر٠٠٢٤٣٣	ر٠٤٩٣
٤١٢	١٦٩٧٤٤	٢٠ر٢٩٧٨	ر٠٠٢٤٢٧	ر٠٤٩٣
٤١٣	١٧٠٥٦٩	٢٠ر٣٢٢٤	ر٠٠٢٤٢١	ر٠٤٩٢
٤١٤	١٧١٣٩٦	٢٠ر٣٤٧٠	ر٠٠٢٤١٥	ر٠٤٩١
٤١٥	١٧٢٢٢٥	٢٠ر٣٧١٥	ر٠٠٢٤١٠	ر٠٤٩١
٤١٦	١٧٣٠٥٦	٢٠ر٣٩٦١	ر٠٠٢٤٠٤	ر٠٤٩٠
٤١٧	١٧٣٨٨٩	٢٠ر٤٢٠٦	ر٠٠٢٣٩٨	ر٠٤٩٠
٤١٨	١٧٤٧٢٤	٢٠ر٤٤٥٠	ر٠٠٢٣٩٢	ر٠٤٨٩
٤١٩	١٧٥٥٦١	٢٠ر٤٦٩٥	ر٠٠٢٣٨٧	ر٠٤٨٩
٤٢٠	١٧٦٤٠٠	٢٠ر٤٩٣٩	ر٠٠٢٣٨١	ر٠٤٨٨
٤٢١	١٧٧٢٤١	٢٠ر٥١٨٣	ر٠٠٢٣٧٥	ر٠٤٨٧
٤٢٢	١٧٨٠٨٤	٢٠ر٥٤٢٦	ر٠٠٢٣٧٠	ر٠٤٨٧
٤٢٣	١٧٨٩٢٩	٢٠ر٥٦٧٠	ر٠٠٢٣٦٤	ر٠٤٨٦
٤٢٤	١٧٩٧٧٦	٢٠ر٥٩١٣	ر٠٠٢٣٥٨	ر٠٤٨٦
٤٢٥	١٨٠٦٢٥	٢٠ر٦١٥٥	ر٠٠٢٣٥٣	ر٠٤٨٥
٤٢٦	١٨١٤٧٦	٢٠ر٦٣٩٨	ر٠٠٢٣٤٧	ر٠٤٨٥
٤٢٧	١٨٢٣٢٩	٢٠ر٦٦٤٠	ر٠٠٢٣٤٢	ر٠٤٨٤
٤٢٨	١٨٣١٨٤	٢٠ر٦٨٨٢	ر٠٠٢٣٣٦	ر٠٤٨٣
٤٢٩	١٨٤٠٤١	٢٠ر٧١٢٣	ر٠٠٢٣٣١	ر٠٤٨٣
٤٣٠	١٨٤٩٠٠	٢٠ر٧٣٦٤	ر٠٠٢٣٢٦	ر٠٤٨٢
٤٣١	١٨٥٧٦١	٢٠ر٧٦٠٥	ر٠٠٢٣٢٠	ر٠٤٨٢
٤٣٢	١٨٦٦٢٤	٢٠ر٧٨٤٦	ر٠٠٢٣١٥	ر٠٤٨١
٤٣٣	١٨٧٤٨٩	٢٠ر٨٠٨٧	ر٠٠٢٣٠٩	ر٠٤٨١
٤٣٤	١٨٨٣٥٦	٢٠ر٨٣٢٧	ر٠٠٢٣٠٤	ر٠٤٨٠
٤٣٥	١٨٩٢٢٥	٢٠ر٨٥٦٧	ر٠٠٢٢٩٩	ر٠٤٧٩
٤٣٦	١٩٠٠٩٦	٢٠ر٨٨٠٦	ر٠٠٢٢٩٤	ر٠٤٧٩
٤٣٧	١٩٠٩٦٩	٢٠ر٩٠٤٥	ر٠٠٢٢٨٨	ر٠٤٧٨
٤٣٨	١٩١٨٤٤	٢٠ر٩٢٨٤	ر٠٠٢٢٨٣	ر٠٤٧٨
٤٣٩	١٩٢٧٢١	٢٠ر٩٥٢٣	ر٠٠٢٢٧٨	ر٠٤٧٧
٤٤٠	١٩٣٦٠٠	٢٠ر٩٧٦٢	ر٠٠٢٢٧٣	ر٠٤٧٧
٤٤١	١٩٤٤٨١	٢١ر٠٠٠٠	ر٠٠٢٢٦٨	ر٠٤٧٦
٤٤٢	١٩٥٣٦٤	٢١ر٠٢٣٨	ر٠٠٢٢٦٢	ر٠٤٧٦
٤٤٣	١٩٦٢٤٩	٢١ر٠٤٧٦	ر٠٠٢٢٥٧	ر٠٤٧٥
٤٤٤	١٩٧١٣٦	٢١ر٠٧١٣	ر٠٠٢٢٥٢	ر٠٤٧٥
٤٤٥	١٩٨٠٢٥	٢١ر٠٩٥٠	ر٠٠٢٢٤٧	ر٠٤٧٤
٤٤٦	١٩٨٩١٦	٢١ر١١٨٧	ر٠٠٢٢٤٢	ر٠٤٧٤
٤٤٧	١٩٩٨٠٩	٢١ر١٤٢٤	ر٠٠٢٢٣٧	ر٠٤٧٣
٤٤٨	٢٠٠٧٠٤	٢١ر١٦٦٠	ر٠٠٢٢٣٢	ر٠٤٧٢
٤٤٩	٢٠١٦٠١	٢١ر١٨٩٦	ر٠٠٢٢٢٧	ر٠٤٧٢
٤٥٠	٢٠٢٥٠٠	٢١ر٢١٣٢	ر٠٠٢٢٢٢	ر٠٤٧١

مطالعة ممتعة / محمد عموش .

ت جدول رقم (٧٨)

ن	$ن^{2}$	$\sqrt{ن}$	$\frac{1}{ن}$	$\frac{1}{\sqrt{ن}}$	ن	$ن^{2}$	$\sqrt{ن}$	$\frac{1}{ن}$	$\frac{1}{\sqrt{ن}}$
٤٥١	٢٠٣٤٠١	٢١٫٢٣٦٨	٫٠٠٢٢١٧	٫٠٤٧١	٤٧٦	٢٢٦٥٧٦	٢١٫٨١٧٤	٫٠٠٢١٠١	٫٠٤٥٨
٤٥٢	٢٠٤٣٠٤	٢١٫٢٦٠٣	٫٠٠٢٢١٢	٫٠٤٧٠	٤٧٧	٢٢٧٥٢٩	٢١٫٨٤٠٣	٫٠٠٢٠٩٦	٫٠٤٥٨
٤٥٣	٢٠٥٢٠٩	٢١٫٢٨٣٨	٫٠٠٢٢٠٨	٫٠٤٧٠	٤٧٨	٢٢٨٤٨٤	٢١٫٨٦٣٢	٫٠٠٢٠٩٢	٫٠٤٥٧
٤٥٤	٢٠٦١١٦	٢١٫٣٠٧٣	٫٠٠٢٢٠٣	٫٠٤٦٩	٤٧٩	٢٢٩٤٤١	٢١٫٨٨٦١	٫٠٠٢٠٨٨	٫٠٤٥٧
٤٥٥	٢٠٧٠٢٥	٢١٫٣٣٠٧	٫٠٠٢١٩٨	٫٠٤٦٩	٤٨٠	٢٣٠٤٠٠	٢١٫٩٠٨٩	٫٠٠٢٠٨٣	٫٠٤٥٦
٤٥٦	٢٠٧٩٣٦	٢١٫٣٥٤٢	٫٠٠٢١٩٣	٫٠٤٦٨	٤٨١	٢٣١٣٦١	٢١٫٩٣١٧	٫٠٠٢٠٧٩	٫٠٤٥٦
٤٥٧	٢٠٨٨٤٩	٢١٫٣٧٧٦	٫٠٠٢١٨٨	٫٠٤٦٨	٤٨٢	٢٣٢٣٢٤	٢١٫٩٥٤٥	٫٠٠٢٠٧٥	٫٠٤٥٥
٤٥٨	٢٠٩٧٦٤	٢١٫٤٠٠٩	٫٠٠١١٨٣	٫٠٤٦٧	٤٨٣	٢٣٣٢٨٩	٢١٫٩٧٧٣	٫٠٠٢٠٧٠	٫٠٤٥٥
٤٥٩	٢١٠٦٨١	٢١٫٤٢٤٣	٫٠٠٢١٧٩	٫٠٤٦٧	٤٨٤	٢٣٤٢٥٦	٢٢٫٠٠٠٠	٫٠٠٢٠٦٦	٫٠٤٥٥
٤٦٠	٢١١٦٠٠	٢١٫٤٤٧٦	٫٠٠٢١٧٤	٫٠٤٦٦	٤٨٥	٢٣٥٢٢٥	٢٢٫٠٢٢٧	٫٠٠٢٠٦٢	٫٠٤٥٤
٤٦١	٢١٢٥٢١	٢١٫٤٧٠٩	٫٠٠٢١٦٩	٫٠٤٦٦	٤٨٦	٢٣٦١٩٦	٢٢٫٠٤٥٤	٫٠٠٢٠٥٨	٫٠٤٥٤
٤٦٢	٢١٣٤٤٤	٢١٫٤٩٤٢	٫٠٠٢١٦٥	٫٠٤٦٥	٤٨٧	٢٣٧١٦٩	٢٢٫٠٦٨١	٫٠٠٢٠٥٣	٫٠٤٥٣
٤٦٣	٢١٤٣٦٩	٢١٫٥١٧٤	٫٠٠٢١٦٠	٫٠٤٦٥	٤٨٨	٢٣٨١٤٤	٢٢٫٠٩٠٧	٫٠٠٢٠٤٩	٫٠٤٥٣
٤٦٤	٢١٥٢٩٦	٢١٫٥٤٠٧	٫٠٠٢١٥٥	٫٠٤٦٤	٤٨٩	٢٣٩١٢١	٢٢٫١١٣٣	٫٠٠٢٠٤٥	٫٠٤٥٢
٤٦٥	٢١٦٢٢٥	٢١٫٥٦٣٩	٫٠٠٢١٥١	٫٠٤٦٤	٤٩٠	٢٤٠١٠٠	٢٢٫١٣٥٩	٫٠٠٢٠٤١	٫٠٤٥٢
٤٦٦	٢١٧١٥٦	٢١٫٥٨٧٠	٫٠٠٢١٦٤	٫٠٤٦٣	٤٩١	٢٤١٠٨١	٢٢٫١٥٨٥	٫٠٠٢٠٣٧	٫٠٤٥١
٤٦٧	٢١٨٠٨٩	٢١٫٦١٠٢	٫٠٠٢١٤١	٫٠٤٦٣	٤٩٢	٢٤٢٠٦٤	٢٢٫١٨١١	٫٠٠٢٠٣٣	٫٠٤٥١
٤٦٨	٢١٩٠٢٤	٢١٫٦٣٣٣	٫٠٠٢١٣٧	٫٠٤٦٢	٤٩٣	٢٤٣٠٤٩	٢٢٫٢٠٣٦	٫٠٠٢٠٢٨	٫٠٤٥٠
٤٦٩	٢١٩٩٦١	٢١٫٦٥٦٤	٫٠٠٢١٣٢	٫٠٤٦٢	٤٩٤	٢٤٤٠٣٦	٢٢٫٢٢٦١	٫٠٠٢٠٢٤	٫٠٤٥٠
٤٧٠	٢٢٠٩٠٠	٢١٫٦٧٩٥	٫٠٠٢١٢٨	٫٠٤٦١	٤٩٥	٢٤٥٠٢٥	٢٢٫٢٤٨٦	٫٠٠٢٠٢٠	٫٠٤٤٩
٤٧١	٢٢١٨٤١	٢١٫٧٠٢٥	٫٠٠٢١٢٣	٫٠٤٦١	٤٩٦	٢٤٦٠١٦	٢٢٫٢٧١١	٫٠٠٢٠١٦	٫٠٤٤٨
٤٧٢	٢٢٢٧٨٤	٢١٫٧٢٥٦	٫٠٠٢١١٩	٫٠٤٦٠	٤٩٧	٢٤٧٠٠٩	٢٢٫٢٩٣٥	٫٠٠٢٠١٢	٫٠٤٤٩
٤٧٣	٢٢٣٧٢٩	٢١٫٧٤٨٦	٫٠٠٢١١٤	٫٠٤٦٠	٤٩٨	٢٤٨٠٠٤	٢٢٫٣١٥٩	٫٠٠٢٠٠٨	٫٠٤٤٩
٤٧٤	٢٢٤٦٧٦	٢١٫٧٧١٥	٫٠٠٢١١٠	٫٠٤٥٩	٤٩٩	٢٤٩٠٠١	٢٢٫٣٣٨٣	٫٠٠٢٠٠٤	٫٠٤٤٨
٤٧٥	٢٢٥٦٢٥	٢١٫٧٩٤٥	٫٠٠٢١٠٥	٫٠٤٥٩	٥٠٠	٢٥٠٠٠٠	٢٢٫٣٦٠٧	٫٠٠٢٠٠٠	٫٠٤٤٧

• مطالعة ممتعة / محمد عموش .

ت جدول رقم (٧٨)

ن	ن٢	√ن	١/ن	١/√ن	ن	ن٢	√ن	١/ن	١/√ن
٥٠١	٢٥١٠٠١	٢٢ر٣٨٣٠	ر٠٠١٩٩٦	ر٠٤٤٧	٥٢٦	٢٧٦٦٧٦	٢٢ر٩٣٤٧	ر٠٠١٩٠١	ر٠٤٣٦
٥٠٢	٢٥٢٠٠٤	٢٢ر٤٠٥٤	ر٠٠١٩٩٢	ر٠٤٤٦	٥٢٧	٢٧٧٧٢٩	٢٢ر٩٥٦٥	ر٠٠١٨٩٨	ر٠٤٣٦
٥٠٣	٢٥٣٠٠٩	٢٢ر٤٢٧٧	ر٠٠١٩٨٨	ر٠٤٤٦	٥٢٨	٢٧٨٧٨٤	٢٢ر٩٧٨٣	ر٠٠١٨٩٤	ر٠٤٣٥
٥٠٤	٢٥٤٠١٦	٢٢ر٤٤٩٩	ر٠٠١٩٨٤	ر٠٤٤٥	٥٢٩	٢٧٩٨٤١	٢٣ر٠٠٠٠	ر٠٠١٨٩٠	ر٠٤٣٥
٥٠٥	٢٥٥٠٢٥	٢٢ر٤٧٢٢	ر٠٠١٩٨٠	ر٠٤٤٥	٥٣٠	٢٨٠٩٠٠	٢٣ر٠٢١٧	ر٠٠١٨٨٧	ر٠٤٣٤
٥٠٦	٢٥٦٠٣٦	٢٢ر٤٩٤٤	ر٠٠١٩٧٦	ر٠٤٤٥	٥٣١	٢٨١٩٦١	٢٣ر٠٤٣٤	ر٠٠١٨٨٣	ر٠٤٣٤
٥٠٧	٢٥٧٠٤٩	٢٢ر٥١٦٧	ر٠٠١٩٧٢	ر٠٤٤٤	٥٣٢	٢٨٣٠٢٤	٢٣ر٠٦٥١	ر٠٠١٨٨٠	ر٠٤٣٤
٥٠٨	٢٥٨٠٦٤	٢٢ر٥٣٨٩	ر٠٠١٩٦٩	ر٠٤٤٤	٥٣٣	٢٨٤٠٨٩	٢٣ر٨٦٨	ر٠٠١٨٧٦	ر٠٤٣٣
٥٠٩	٢٥٩٠٨١	٢٢ر٥٦١٠	ر٠٠١٩٦٥	ر٠٤٤٣	٥٣٤	٢٨٥١٥٦	٢٣ر١٠٨٤	ر٠٠١٨٧٣	ر٠٤٣٣
٥١٠	٢٦٠١٠٠	٢٢ر٥٨٣٢	ر٠٠١٩٦١	ر٠٤٤٣	٥٣٥	٢٨٦٢٢٥	٢٣ر١٣٠١	ر٠٠١٨٦٩	ر٠٤٣٢
٥١١	٢٦١١٢١	٢٢ر٦٠٥٣	ر٠٠١٩٥٧	ر٠٤٤٢	٥٣٦	٢٨٧٢٩٦	٢٣ر١٥١٧	ر٠٠١٨٦٦	ر٠٤٣٢
٥١٢	٢٦٢١٤٤	٢٢ر٦٢٧٤	ر٠٠١٩٥٣	ر٠٤٤٢	٥٣٧	٢٨٨٣٦٩	٢٣ر١٧٣٣	ر٠٠١٨٦٢	ر٠٤٣٢
٥١٣	٢٦٣١٦٩	٢٢ر٦٤٩٥	ر٠٠١٩٤٩	ر٠٤٤٢	٥٣٨	٢٨٩٤٤٤	٢٣ر١٩٤٨	ر٠٠١٨٥٩	ر٠٤٣١
٥١٤	٢٦٤١٩٦	٢٢ر٦٧١٦	ر٠٠١٩٤٦	ر٠٤٤١	٥٣٩	٢٩٠٥٢١	٢٣ر٢١٦٤	ر٠٠١٨٥٥	ر٠٤٣١
٥١٥	٢٦٥٢٢٥	٢٢ر٦٩٣٦	ر٠٠١٩٤٢	ر٠٤٤١	٥٤٠	٢٩١٦٠٠	٢٣ر٢٣٧٩	ر٠٠١٨٥٢	ر٠٤٣٠
٥١٦	٢٦٦٢٥٦	٢٢ر٧١٢٥	ر٠٠١٩٣٨	ر٠٤٤٠	٥٤١	٢٩٢٦٨١	٢٣ر٢٥٩٤	ر٠٠١٨٤٨	ر٠٤٣٠
٥١٧	٢٦٧٢٨٩	٢٢ر٧٣٧٦	ر٠٠١٩٣٤	ر٠٤٤٠	٥٤٢	٢٩٣٧٦٤	٢٣ر٢٨٠٥	ر٠٠١٨٤٥	ر٠٤٣٠
٥١٨	٢٦٨٣٢٤	٢٢ر٧٥٩٦	ر٠٠١٩٣١	ر٠٤٣٩	٥٤٣	٢٩٤٨٤٩	٢٣ر٣٠٢٤	ر٠٠١٨٤٢	ر٠٤٢٩
٥١٩	٢٦٩٣٦١	٢٢ر٧٨١٦	ر٠٠١٩٢٧	ر٠٤٣٩	٥٤٤	٢٩٥٩٣٦	٢٣ر٣٢٣٨	ر٠٠١٨٣٨	ر٠٤٢٩
٥٢٠	٢٧٠٤٠٠	٢٢ر٨٠٣٥	ر٠٠١٩٢٣	ر٠٤٣٩	٥٤٥	٢٩٧٠٢٥	٢٣ر٣٤٥٢	ر٠٠١٨٣٥	ر٠٤٢٨
٥٢١	٢٧١٤٤١	٢٢ر٨٢٥٤	ر٠٠١٩١٩	ر٠٤٣٨	٥٤٦	٢٩٨١١٦	٢٣ر٣٦٦٦	ر٠٠١٨٣٢	ر٠٤٢٨
٥٢٢	٢٧٢٤٨٤	٢٢ر٨٤٧٣	ر٠٠١٩١٦	ر٠٤٣٨	٥٤٧	٢٩٩٢٠٩	٢٣ر٣٨٨٠	ر٠٠١٨٢٨	ر٠٤٢٨
٥٢٣	٢٧٣٥٢٩	٢٢ر٨٦٩٢	ر٠٠١٩١٢	ر٠٤٣٧	٥٤٨	٣٠٠٣٠٤	٢٣ر٤٠٩٤	ر٠٠١٨٢٥	ر٠٤٢٧
٥٢٤	٢٧٤٥٧٦	٢٢ر٨٩١٠	ر٠٠١٩٠٨	ر٠٤٣٧	٥٤٩	٣٠١٤٠١	٢٣ر٤٣٠٧	ر٠٠١٨٢١	ر٠٤٢٧
٥٢٥	٢٧٥٦٢٥	٢٢ر٩١٢٩	ر٠٠١٩٠٥	ر٠٤٣٦	٥٥٠	٣٠٢٥٠٠	٢٣ر٤٥٢١	ر٠٠١٨١٨	ر٠٤٢٦

• مطالعة ممتعة / محمد عموش .

ن	ن٢	٧ن	١/ن	١/٧ن	ن	ن٢	٧ن	١/ن	١/٧ن
٥٥١	٣٠٣٦٠١	٢٣ر٤٧٣٤	ر٠٠١٨١٥	ر٠٤٢٦	٥٧٦	٣٣١٧٧٦	٢٤ر٠٠٠٠	ر٠٠١٧٣٦	ر٠٤١٧
٥٥٢	٣٠٤٧٠٤	٢٣ر٤٩٤٧	ر٠٠١٨١٢	ر٠٤٢٦	٥٧٧	٣٣٢٩٢٩	٢٤ر٠٢٠٨	ر٠٠١٧٣٣	ر٠٤١٦
٥٥٣	٣٠٥٨٠٩	٢٣ر٥١٦٠	ر٠٠١٨٠٨	ر٠٤٢٥	٥٧٨	٣٣٤٠٨٤	٢٤ر٠٤١٦	ر٠٠١٧٣٠	ر٠٤١٦
٥٥٤	٣٠٦٩١٦	٢٣ر٥٣٧٢	ر٠٠١٨٠٥	ر٠٤٢٥	٥٧٩	٣٣٥٢٤١	٢٤ر٠٦٢٤	ر٠٠١٧٢٧	ر٠٤١٦
٥٥٥	٣٠٨٠٢٥	٢٣ر٥٥٨٤	ر٠٠١٨٠٢	ر٠٤٢٤	٥٨٠	٣٣٦٤٠٠	٢٤ر٠٨٣٢	ر٠٠١٧٢٤	ر٠٤١٥
٥٥٦	٣٠٩١٣٦	٢٣ر٥٧٩٧	ر٠٠١٧٩٩	ر٠٤٢٤	٥٨١	٣٣٧٥٦١	٢٤ر١٠٣٩	ر٠٠١٧٢١	ر٠٤١٥
٥٥٧	٣١٠٢٤٩	٢٣ر٦٠٠٨	ر٠٠١٧٩٥	ر٠٤٢٤	٥٨٢	٣٣٨٧٢٤	٢٤ر١٢٤٧	ر٠٠١٧١٨	ر٠٤١٥
٥٥٨	٣١١٣٦٤	٢٣ر٦٢٢٠	ر٠٠١٧٩٢	ر٠٤٢٣	٥٨٣	٣٣٩٨٨٩	٢٤ر١٤٥٤	ر٠٠١٧١٥	ر٠٤١٤
٥٥٩	٣١٢٤٨١	٢٣ر٦٤٣٢	ر٠٠١٧٨٩	ر٠٤٢٣	٥٨٤	٣٤١٠٥٦	٢٤ر١٦٦١	ر٠٠١٧١٢	ر٠٤١٤
٥٦٠	٣١٣٦٠٠	٢٣ر٦٦٤٣	ر٠٠١٧٨٦	ر٠٤٢٣	٥٨٥	٣٤٢٢٢٥	٢٤ر١٨٦٨	ر٠٠١٧٠٩	ر٠٤١٣
٥٦١	٣١٤٧٢١	٢٣ر٦٨٥٤	ر٠٠١٧٨٣	ر٠٤٢٢	٥٨٦	٣٤٣٣٩٦	٢٤ر٢٠٧٤	ر٠٠١٧٠٦	ر٠٤١٣
٥٦٢	٣١٥٨٤٤	٢٣ر٧٠٦٥	ر٠٠١٧٧٩	ر٠٤٢١	٥٨٧	٣٤٤٥٦٩	٢٤ر٢٢٨١	ر٠٠١٧٠٤	ر٠٤١٣
٥٦٣	٣١٦٩٦٩	٢٣ر٧٢٧٦	ر٠٠١٧٧٦	ر٠٤٢١	٥٨٨	٣٤٥٧٤٤	٢٤ر٢٤٨٧	ر٠٠١٧٠١	ر٠٤١٢
٥٦٤	٣١٨٠٩٦	٢٣ر٧٤٨٧	ر٠٠١٧٧٣	ر٠٤٢١	٥٨٩	٣٤٦٩٢١	٢٤ر٢٦٩٣	ر٠٠١٦٩٨	ر٠٤١٢
٥٦٥	٣١٩٢٢٥	٢٣ر٧٦٩٧	ر٠٠١٧٧٠	ر٠٤٢١	٥٩٠	٣٤٨١٠٠	٢٤ر٢٨٩٩	ر٠٠١٦٩٥	ر٠٤١٢
٥٦٦	٣١٠٣٥٦	٢٣ر٧٩٠٨	ر٠٠١٧٦٢	ر٠٤٢٠	٥٩١	٣٤٩٢٨١	٢٤ر٣١٠٥	ر٠٠١٦٩٢	ر٠٤١١
٥٦٧	٣٢١٤٨٩	٢٣ر٨١١٨	ر٠٠١٧٦٤	ر٠٤٢٠	٥٩٢	٣٥٠٤٦٤	٢٤ر٣٣١١	ر٠٠١٦٨٩	ر٠٤١١
٥٦٨	٣٢٢٦٢٤	٢٣ر٨٣٢٨	ر٠٠١٧٦١	ر٠٤٢٠	٥٩٣	٣٥١٦٤٩	٢٤ر٣٥١٦	ر٠٠١٦٨٦	ر٠٤١١
٥٦٩	٣٢٣٧٦١	٢٣ر٨٥٣٧	ر٠٠١٧٥٧	ر٠٤١٩	٥٩٤	٣٥٢٨٣٦	٢٤ر٣٧٢١	ر٠٠١٦٨٤	ر٠٤١٠
٥٧٠	٣٢٤٩٠٠	٢٣ر٨٧٤٧	ر٠٠١٧٥٤	ر٠٤١٩	٥٩٥	٣٥٤٠٢٥	٢٤ر٣٩٢٦	ر٠٠١٦٨١	ر٠٤١٠
٥٧١	٣٢٦٠٤١	٢٣ر٨٩٥٦	ر٠٠١٧٥١	ر٠٤١٨	٥٩٦	٣٥٥٢١٦	٢٤ر٤١٣١	ر٠٠١٦٧٨	ر٠٤١٠
٥٧٢	٣٢٧١٨٤	٢٣ر٩١٦٥	ر٠٠١٧٤٨	ر٠٤١٨	٥٩٧	٣٥٦٤٠٩	٢٤ر٤٣٣٦	ر٠٠١٦٧٥	ر٠٤٠٩
٥٧٣	٣٢٨٣٢٩	٢٣ر٩٣٧٤	ر٠٠١٧٤٥	ر٠٤١٨	٥٩٨	٣٥٧٦٠٤	٢٤ر٤٥٤٠	ر٠٠١٦٧٢	ر٠٤٠٩
٥٧٤	٣٢٩٤٧٦	٢٣ر٩٥٨٣	ر٠٠١٧٤٢	ر٠٤١٧	٥٩٩	٣٥٨٨٠١	٢٤ر٤٧٤٥	ر٠٠١٦٦٩	ر٠٤٠٩
٥٧٥	٣٣٠٦٢٥	٢٣ر٩٧٩٢	ر٠٠١٧٣٩	ر٠٤١٧	٦٠٠	٣٦٠٠٠٠	٢٤ر٤٩٤٩	ر٠٠١٦٦٧	ر٠٤٠٨

♦. مطالعة ممتعة / محمد عموش .

ت جدول رقم (٧٨)

ن	$ن^2$	$\sqrt{ن}$	$\frac{1}{ن}$	$\frac{1}{\sqrt{ن}}$	ن	$ن^2$	$\sqrt{ن}$	$\frac{1}{ن}$	$\frac{1}{\sqrt{ن}}$
٦٠١	٣٦١٢٠١	٢٤٫٥١٥٣	٫٠٠١٦٦٤	٫٠٤٠٨	٦٢٦	٣٩١٨٧٦	٢٥٫٠٢٠٠	٫٠٠١٥٩٧	٫٠٤٠٠
٦٠٢	٣٦٢٤٠٤	٢٤٫٥٣٥٧	٫٠٠١٦٦١	٫٠٤٠٨	٦٢٧	٣٩٣١٢٩	٢٥٫٠٤٠٠	٫٠٠١٥٩٥	٫٠٣٩٩
٦٠٣	٣٦٣٦٠٩	٢٤٫٥٥٦١	٫٠٠١٦٥٨	٫٠٤٠٧	٦٢٨	٣٩٤٣٨٤	٢٥٫٠٥٩٩	٫٠٠١٥٩٢	٫٠٣٩٩
٦٠٤	٣٦٤٨١٦	٢٤٫٥٧٦٤	٫٠٠١٦٥٦	٫٠٤٠٧	٦٢٩	٣٩٥٦٤١	٢٥٫٠٧٩٩	٫٠٠١٥٩٠	٫٠٣٩٩
٦٠٥	٣٦٦٠٢٥	٢٤٫٥٩٦٧	٫٠٠١٦٥٣	٫٠٤٠٧	٦٣٠	٣٩٦٩٠٠	٢٥٫٠٩٩٨	٫٠٠١٥٨٧	٫٠٣٩٨
٦٠٦	٣٦٧٢٣٦	٢٤٫٦١٧١	٫٠٠١٦٥٠	٫٠٤٠٦	٦٣١	٣٩٨١٦١	٢٥٫١١٩٧	٫٠٠١٥٨٥	٫٠٣٩٨
٦٠٧	٣٦٨٤٤٩	٢٤٫٦٣٧٤	٫٠٠١٦٤٧	٫٠٤٠٦	٦٣٢	٣٩٩٤٢٤	٢٥٫١٣٩٦	٫٠٠١٥٨٢	٫٠٣٩٨
٦٠٨	٣٦٩٦٦٤	٢٤٫٦٥٧٧	٫٠٠١٦٤٥	٫٠٤٠٦	٦٣٣	٤٠٠٦٨٩	٢٥٫١٥٩٥	٫٠٠١٥٨٠	٫٠٣٩٧
٦٠٩	٣٧٠٨٨١	٢٤٫٦٧٧٩	٫٠٠١٦٤٢	٫٠٤٠٥	٦٣٤	٤٠١٩٥٦	٢٥٫١٧٩٤	٫٠٠١٥٧٧	٫٠٣٩٧
٦١٠	٣٧٢١٠٠	٢٤٫٦٩٨٢	٫٠٠١٦٣٩	٫٠٤٠٥	٦٣٥	٤٠٣٢٢٥	٢٥٫١٩٩٢	٫٠٠١٥٧٥	٫٠٣٩٧
٦١١	٣٧٣٣٢١	٢٤٫٧١٨٤	٫٠٠١٦٣٧	٫٠٤٠٥	٦٣٦	٤٠٤٤٩٦	٢٥٫٢١٩٠	٫٠٠١٥٧٢	٫٠٣٩٧
٦١٢	٣٧٤٥٤٤	٢٤٫٧٣٨٦	٫٠٠١٦٣٤	٫٠٤٠٤	٦٣٧	٤٠٥٧٦٩	٢٥٫٢٣٨٩	٫٠٠١٥٧٠	٫٠٣٩٦
٦١٣	٣٧٥٧٦٩	٢٤٫٧٥٨٨	٫٠٠١٦٣١	٫٠٤٠٤	٦٣٨	٤٠٧٠٤٤	٢٥٫٢٥٨٧	٫٠٠١٥٦٧	٫٠٣٩٦
٦١٤	٣٧٦٩٩٦	٢٤٫٧٧٩٠	٫٠٠١٦٢٩	٫٠٤٠٤	٦٣٩	٤٠٨٣٢١	٢٥٫٢٧٨٤	٫٠٠١٥٦٥	٫٠٣٩٦
٦١٥	٣٧٨٢٢٥	٢٤٫٧٩٩٢	٫٠٠١٦٢٦	٫٠٤٠٣	٦٤٠	٤٠٩٦٠٠	٢٥٫٢٩٨٢	٫٠٠١٥٦٣	٫٠٣٩٥
٦١٦	٣٧٩٤٥٦	٢٤٫٨١٩٣	٫٠٠١٦٢٣	٫٠٤٠٣	٦٤١	٤١٠٨٨١	٢٥٫٣١٨٠	٫٠٠١٥٦٠	٫٠٣٩٥
٦١٧	٣٨٠٦٨٩	٢٤٫٨٣٩٥	٫٠٠١٦٢١	٫٠٤٠٣	٦٤٢	٤١٢١٦٤	٢٥٫٣٣٧٧	٫٠٠١٥٥٨	٫٠٣٩٥
٦١٨	٣٨١٩٢٤	٢٤٫٨٥٩٦	٫٠٠١٦١٨	٫٠٤٠٢	٦٤٣	٤١٣٤٤٩	٢٥٫٣٥٧٤	٫٠٠١٥٥٥	٫٠٣٩٤
٦١٩	٣٨٣١٦١	٢٤٫٨٧٩٧	٫٠٠١٦١٦	٫٠٤٠٢	٦٤٤	٤١٤٧٣٦	٢٥٫٣٧٧٢	٫٠٠١٥٥٣	٫٠٣٩٤
٦٢٠	٣٨٤٤٠٠	٢٤٫٨٩٩٨	٫٠٠١٦١٣	٫٠٤٠٢	٦٤٥	٤١٦٠٢٥	٢٥٫٣٩٦٩	٫٠٠١٥٥٠	٫٠٣٩٤
٦٢١	٣٨٥٦٤١	٢٤٫٩١٩٩	٫٠٠١٦١٠	٫٠٤٠١	٦٤٦	٤١٧٣١٦	٢٥٫٤١٦٥	٫٠٠١٥٤٨	٫٠٣٩٣
٦٢٢	٣٨٦٨٨٤	٢٤٫٩٣٩٩	٫٠٠١٦٠٨	٫٠٤٠١	٦٤٧	٤١٨٦٠٩	٢٥٫٤٣٦٢	٫٠٠١٥٤٦	٫٠٣٩٣
٦٢٣	٣٨٨١٢٩	٢٤٫٩٦٠٠	٫٠٠١٦٠٥	٫٠٤٠١	٦٤٨	٤١٩٩٠٤	٢٥٫٤٥٥٨	٫٠٠١٥٤٣	٫٠٣٩٣
٦٢٤	٣٨٩٣٧٦	٢٤٫٩٨٠٠	٫٠٠١٦٠٣	٫٠٤٠٠	٦٤٩	٤٢١٢٠١	٢٥٫٤٧٥٥	٫٠٠١٥٤١	٫٠٣٩٣
٦٢٥	٣٩٠٦٢٥	٢٥٫٠٠٠٠	٫٠٠١٦٠٠	٫٠٤٠٠	٦٥٠	٤٢٢٥٠٠	٢٥٫٤٩٥١	٫٠٠١٥٣٨	٫٠٣٩٢

♦ . مطالعة ممتعة / محمد عموش .

ت جدول رقم (٧٨)

ن	ن^2	$\sqrt{\text{ن}}$	$\frac{1}{\text{ن}}$	$\frac{1}{\sqrt{\text{ن}}}$
٦٥١	٤٢٣٨٠١	٢٥٫٥١٤٧	٫٠٠١٥٣٦	٫٠٣٩٢
٦٥٢	٤٢٥١٠٤	٢٥٫٥٤٨٣	٫٠٠١٥٣٤	٫٠٣٩٢
٦٥٣	٤٢٦٤٠٩	٢٥٫٥٥٣٩	٫٠٠١٥٣١	٫٠٣٩١
٦٥٤	٤٢٧٧١٦	٢٥٫٥٧٣٤	٫٠٠١٥٢٩	٫٠٣٩١
٦٥٥	٤٢٩٠٢٥	٢٥٫٥٩٣٠	٫٠٠١٥٢٧	٫٠٣٩١
٦٥٦	٤٣٠٣٣٦	٢٥٫٦١٢٥	٫٠٠١٥٢٤	٫٠٣٩٠
٦٥٧	٤٣١٦٤٩	٢٥٫٦٣٢٠	٫٠٠١٥٢٢	٫٠٣٩٠
٦٥٨	٤٣٢٩٦٤	٢٥٫٦٥١٥	٫٠٠١٥٢٠	٫٠٣٩٠
٦٥٩	٤٣٤٢٨١	٢٥٫٦٧١٠	٫٠٠١٥١٧	٫٠٣٩٠
٦٦٠	٤٣٥٦٠٠	٢٥٫٦٩٠٥	٫٠٠١٥١٥	٫٠٣٨٩
٦٦١	٤٣٦٩٢١	٢٥٫٧٠١٦	٫٠٠١٥١٣	٫٠٣٨٩
٦٦٢	٤٣٨٢٤٤	٢٥٫٧٢٦٤	٫٠٠١٥١١	٫٠٣٨٩
٦٦٣	٤٣٩٥٦٩	٢٥٫٧٤٨٨	٫٠٠١٥٠٨	٫٠٣٨٨
٦٦٤	٤٤٠٨٩٦	٢٥٫٧٦٨٢	٫٠٠١٥٠٦	٫٠٣٨٨
٦٦٥	٤٤١٠٢٥	٢٥٫٧٨٧٦	٫٠٠١٥٠٤	٫٠٣٨٨
٦٦٦	٤٤٣٥٥٦	٢٥٫٨٠٧٠	٫٠٠١٥٠٢	٫٠٣٨٧
٦٦٧	٤٤٤٨٨٩	٢٥٫٨٢٦٣	٫٠٠١٤٩٩	٫٠٣٨٧
٦٦٨	٤٤٦١٢٤	٢٥٫٨٤٥٧	٫٠٠١٤٩٧	٫٠٣٨٧
٦٦٩	٤٤٧٥٦١	٢٥٫٨٦٥٠	٫٠٠١٤٩٥	٫٠٣٨٧
٦٧٠	٤٤٨٩٠٠	٢٥٫٨٨٤٤	٫٠٠١٤٩٣	٫٠٣٨٦
٦٧١	٤٥٠٢٤١	٢٥٫٦٠٣٧	٫٠٠١٤٩٠	٫٠٣٨٦
٦٧٢	٤٥١٥٨٤	٢٥٫٩٢٣٠	٫٠٠١٤٨٨	٫٠٣٨٦
٦٧٣	٤٥٢١٢٦	٢٥٫٦٤٢٢	٫٠٠١٤٨٦	٫٠٣٨٥
٦٧٤	٤٥٤٢٧٦	٢٥٫٩٦١٥	٫٠٠١٤٨٤	٫٠٣٨٥
٦٧٥	٤٥٥٦٢	٢٥٫٩٨٠٨	٫٠٠١٤٨١	٫٠٣٨٥

ن	ن^2	$\sqrt{\text{ن}}$	$\frac{1}{\text{ن}}$	$\frac{1}{\sqrt{\text{ن}}}$
٦٧٦	٤٥٦٩٧٦	٢٦٫٠٠٠٠	٫٠٠١٤٧٩	[illegible]
٦٧٧	٤٥٨٣٢٩	٢٦٫٠١٩٢	٫٠٠١٤٧٧	٫٠٣٨٤
٦٧٨	٤٥٩٦٨٤	٢٦٫٠٣٨٤	٫٠٠١٤٧٥	٫٠٣٨٤
٦٧٩	٤٦١٠٤١	٢٦٫٠٥٧٦	٫٠٠١٤٧٣	٫٠٣٨٤
٦٨٠	٤٦٢٤٠٠	٢٦٫٠٧٦٨	٫٠٠١٤٧١	٫٠٣٨٣
٦٨١	٤٦٣٧٦١	٢٦٫٠٩٦٠	٫٠٠١٤٦٨	٫٠٣٨٣
٦٨٢	٤٦٥١٢٤	٢٦٫١١٥١	٫٠٠١٤٦٦	٫٠٣٨٣
٦٨٣	٤٦٦٤٨٩	٢٦٫١٣٤٣	٫٠٠١٤٦٤	٫٠٣٨٣
٦٨٤	٤٦٧٨٥٦	٢٦٫١٥٣٤	٫٠٠١٤٦٢	٫٠٣٨٢
٦٨٥	٤٦٩٢٢٥	٢٦٫١٧٢٥	٫٠٠١٤٦٠	٫٠٣٨٢
٦٨٦	٤٧٠٥٩٦	٢٦٫١٩١٦	٫٠٠١٤٥٨	٫٠٣٨٢
٦٨٧	٤٧١٩٦٩	٢٦٫٢١٠٧	٫٠٠١٤٥٦	٫٠٣٨٢
٦٨٨	٤٧٣٣٤٤	٢٦٫٢٢٩٨	٫٠٠١٤٥٣	٫٠٣٨١
٦٨٩	٤٧٤٧٢١	٢٦٫٢٤٨٨	٫٠٠١٤٥١	٫٠٣٨١
٦٩٠	٤٧٦١٠٠	٢٦٫٢٦٧٩	٫٠٠١٤٤٩	٫٠٣٨١
٦٩١	٤٧٧٤٨١	٢٦٫٢٨٦٩	٫٠٠١٤٤٧	٫٠١٨٠
٦٩٢	٤٧٨٨٦٤	٢٦٫٣٠٥٩	٫٠٠١٤٤٥	٫٠٣٨٠
٦٩٣	٤٨٠٢٤٩	٢٦٫٣٢٤٩	٫٠٠١٤٤٣	٫٠٣٨٠
٦٩٤	٤٨١٦٣٦	٢٦٫٣٤٣٩	٫٠٠١٤٤١	٫٠٣٨٠
٦٩٥	٤٨٣٠٢٥	٢٦٫٣٦٢٩	٫٠٠١٤٣٩	٫٠٣٧٩
٦٩٦	٤٨٤٤١٦	٢٦٫٣٨١٨	٫٠٠١٤٣٧	٫٠٣٧٩
٦٩٧	٤٨٥٨٠٩	٢٦٫٤٠٠٨	٫٠٠١٤٣٥	٫٠٣٧٩
٦٩٨	٤٨٧٢٠٤	٢٦٫٤١٩٧	٫٠٠١٤٣٣	٫٠٣٧٩
٦٩٩	٤٨٨٦٠١	٢٦٫٤٣٨٦	٫٠٠١٤٣١	٫٠٣٧٨
٧٠٠	٤٩٠٠٠٠	٢٦٫٤٥٧٥	٫٠٠١٤٢٩	٫٠٣٧٨

♦. مطالعة ممتعة / محمد عموش .

تابع جدول رقم (٧٨)

ن	ن٢	$\sqrt{ن}$	$\frac{١}{ن}$	$\frac{١}{\sqrt{ن}}$	ن	ن٢	$\sqrt{ن}$	$\frac{١}{ن}$	$\frac{١}{\sqrt{ن}}$
٧٠١	٤٩١٤٠١	٢٦,٤٧٦٤	٠٠١٤٢٧ر	٠٣٧٨ر	٧٢٦	٥٢٧٠٧٦	٢٦,٩٤٤٤	٠٠١٣٧٧ر	٠٣٧١ر
٧٠٢	٤٩٢٨٠٤	٢٦,٤٩٥٣	٠٠١٤٢٥ر	٠٣٧٧ر	٧٢٧	٥٢٨٥٢٩	٢٦,٩٦٢٩	٠٠١٣٧٦ر	٠٣٧١ر
٧٠٣	٤٩٤٢٠٩	٢٦,٥١٤١	٠٠١٤٢٢ر	٠٣٧٧ر	٧٢٨	٥٢٩٩٨٤	٢٦,٩٨١٥	٠٠١٣٧٤ر	٠٣٧١ر
٧٠٤	٤٩٥٦١٦	٢٦,٥٣٣٠	٠٠١٤٢٠ر	٠٣٧٧ر	٧٢٩	٥٣١٤٤١	٢٧,٠٠٠٠	٠٠١٣٧٢ر	٠٣٧٠ر
٧٠٥	٤٩٧٠٢٥	٢٦,٥٥١٨	٠٠١٤١٨ر	٠٣٧٧ر	٧٣٠	٥٣٢٩٠٠	٢٧,٠١٨٥	٠٠١٣٧٠ر	٠٣٧٠ر
٧٠٦	٤٩٨٤٣٦	٢٦,٥٧٠٧	٠٠١٤١٦ر	٠٣٧٦ر	٧٣١	٥٣٤٣٦١	٢٧,٠٣٧٠	٠٠١٣٦٨ر	٠٣٧٠ر
٧٠٧	٤٩٩٨٤٩	٢٦,٥٨٩٥	٠٠١٤١٤ر	٠٣٧٦ر	٧٣٢	٥٣٥٨٢٤	٢٧,٠٥٥٥	٠٠١٣٦٦ر	٠٣٧٠ر
٧٠٨	٥٠١٢٦٤	٢٦,٦٠٨٣	٠٠١٤١٢ر	٠٣٧٦ر	٧٣٣	٥٣٧٢٨٩	٢٧,٠٧٤٠	٠٠١٣٦٤ر	٠٣٦٩ر
٧٠٩	٥٠٢٦٨١	٢٦,٦٢٧١	٠٠١٤١٠ر	٠٣٧٦ر	٧٣٤	٥٣٨٧٥٦	٢٧,٠٩٢٤	٠٠١٣٦٢ر	٠٣٦٩ر
٧١٠	٥٠٤١٠٠	٢٦,٦٤٥٨	٠٠١٤٠٨ر	٠٣٧٥ر	٧٣٥	٥٤٠٢٢٥	٢٧,١١٠٩	٠٠١٣٦١ر	٠٣٦٩ر
٧١١	٥٠٥٥٢١	٢٦,٦٦٤٦	٠٠١٤٠٦ر	٠٣٧٥ر	٧٣٦	٥٤١٦٩٦	٢٧,١٢٩٣	٠٠١٣٥٩ر	٠٣٦٩ر
٧١٢	٥٠٦٩٤٤	٢٦,٦٨٣٣	٠٠١٤٠٤ر	٠٣٧٥ر	٧٣٧	٥٤٣١٦٩	٢٧,١٤٧٧	٠٠١٣٥٧ر	٠٣٦٨ر
٧١٣	٥٠٨٣٦٩	٢٦,٧٠٢١	٠٠١٤٠٣ر	٠٣٧٥ر	٧٣٨	٥٤٤٦٤٤	٢٧,١٦٦٢	٠٠١٣٥٥ر	٠٣٦٨ر
٧١٤	٥٠٩٧٩٦	٢٦,٧٢٠٨	٠٠١٤٠١ر	٠٣٧٤ر	٧٣٩	٥٤٦١٢١	٢٧,١٨٤٦	٠٠١٣٥٣ر	٠٣٦٨ر
٧١٥	٥١١٢٢٥	٢٦,٧٣٩٥	٠٠١٣٩٩ر	٠٣٧٤ر	٧٤٠	٥٤٧٦٠٠	٢٧,٢٠٢٩	٠٠١٣٥١ر	٠٣٦٨ر
٧١٦	٥١٢٦٥٦	٢٦,٧٥٨٢	٠٠١٣٩٧ر	٠٣٧٤ر	٧٤١	٥٤٩٠٨١	٢٧,٢٢١٣	٠٠١٣٥٠ر	٠٣٦٧ر
٧١٧	٥١٤٠٨٩	٢٦,٧٧٦٩	٠٠١٣٩٥ر	٠٣٧٣ر	٧٤٢	٥٥٠٥٦٤	٢٧,٢٣٩٧	٠٠١٣٤٨ر	٠٣٦٧ر
٧١٨	٥١٥٥٢٤	٢٦,٧٩٥٥	٠٠١٣٩٣ر	٠٣٧٣ر	٧٤٣	٥٥٢٠٤٩	٢٧,٢٥٨٠	٠٠١٣٤٦ر	٠٣٦٧ر
٧١٩	٥١٦٩٦١	٢٦,٨١٤٢	٠٠١٣٩١ر	٠٣٧٣ر	٧٤٤	٥٥٣٥٣٦	٢٧,٢٧٦٤	٠٠١٣٤٤ر	٠٣٦٧ر
٧٢٠	٥١٨٤٠٠	٢٦,٨٣٢٨	٠٠١٣٨٩ر	٠٣٧٣ر	٧٤٥	٥٥٥٠٢٥	٢٧,٢٩٤٧	٠٠١٣٤٢ر	٠٣٦٦ر
٧٢١	٥١٩٨٤١	٢٦,٨٥١٤	٠٠١٣٨٧ر	٠٣٧٢ر	٧٤٦	٥٥٦٥١٦	٢٧,٣١٣٠	٠٠١٣٤٠ر	٠٣٦٦ر
٧٢٢	٥٢١٢٨٤	٢٦,٨٧٠١	٠٠١٣٨٥ر	٠٣٧٢ر	٧٤٧	٥٥٨٠٠٩	٢٧,٣٣١٣	٠٠١٣٣٩ر	٠٣٦٦ر
٧٢٣	٥٢٢٧٢٩	٢٦,٨٨٨٧	٠٠١٣٨٣ر	٠٣٧٢ر	٧٤٨	٥٥٩٥٠٤	٢٧,٣٤٩٦	٠٠١٣٣٧ر	٠٣٦٦ر
٧٢٤	٥٢٤١٧٦	٢٦,٩٠٧٢	٠٠١٣٨١ر	٠٣٧٢ر	٧٤٩	٥٦١٠٠١	٢٧,٣٦٧٩	٠٠١٣٣٥ر	٠٣٦٥ر
٧٢٥	٥٢٥٦٢٥	٢٦,٩٢٥٨	٠٠١٣٧٩ر	٠٣٧١ر	٧٥٠	٥٦٢٥٠٠	٢٧٣٨٦١	٠٠١٣٣٣ر	٠٣٦٥ر

♦. مطالعة ممتعة / محمد عموش .

ن جدول رقم (٧٨)

ن	ن٢	√ن	١/ن	١/√ن
٧٥١	٥٦٤٠٠١	٢٧٫٤٠٤٤	٫٠٠١٣٣٢	٫٠٣٦٥
٧٥٢	٥٦٥٥٠٤	٢٧٫٤٢٢٦	٫٠٠١٣٣٠	٫٠٣٦٥
٧٥٣	٥٦٧٠٠٩	٢٧٫٤٤٠٨	٫٠٠١٣٢٨	٫٠٣٦٤
٧٥٤	٥٦٨٥١٦	٢٧٫٤٢٩١	٫٠٠١٣٢٦	٫٠٣٦٤
٧٥٥	٥٧٠٠٢٥	٢٧٫٤٧٧١	٫٠٠١١٢٥	٫٠٣٦٤
٧٥٦	٥٧١٥٣٦	٢٧٫٤٩٥٥	٫٠٠١٣٢٣	٫٠٣٦٤
٧٥٧	٥٧٣٠٤٩	٢٧٫٥١٣٦	٫٠٠١٣٢١	٫٠٣٦٣
٧٥٨	٥٧٤٥٦٤	٢٧٫٥٣١٨	٫٠٠١٣١٩	٫٠٣٦٣
٧٥٩	٥٧٦٠٨١	٢٧٫٥٥٠٠	٫٠٠١٣١٨	٫٠٣٦٣
٧٦٠	٥٧٧٦٠٠	٢٧٫٥٦٨١	٫٠٠١٣١٦	٫٠٣٦٣
٧٦١	٥٧٩١٢١	٢٧٫٥٨٦٢	٫٠٠١٣١٤	٫٠٣٦٣
٧٦٢	٥٨٠٦٤٤	٢٧٫٦٠٤٣	٫٠٠١٣١٢	٫٠٣٦٢
٧٦٣	٥٨٢١٦٩	٢٧٫٦٢٢٥	٫٠٠١٣١١	٫٠٣٦٢
٧٦٤	٥٨٣٦٩٦	٢٧٫٦٤٠٥	٫٠٠١٣٠٩	٫٠٣٦٢
٧٦٥	٥٨٥٢٢٥	٢٧٫٦٥٨٦	٫٠٠١٣٠٧	٫٠٣٦٢
٧٦٦	٥٨٦٧٥٦	٢٧٫٦٧٦٧	٫٠٠١٣٠٥	٫٠٣٦١
٧٦٧	٥٨٨٢٨٩	٢٧٫٦٩٤٨	٫٠٠١٣٠٤	٫٠٣٦١
٧٦٨	٥٨٩٨٢٤	٢٧٫٧١٢٨	٫٠٠١٣٠٢	٫٠٣٦١
٧٦٩	٥٩١٣٦١	٢٧٫٧٣٠٨	٫٠٠١٣٠٠	٫٠٣٦١
٧٧٠	٥٩٢٩٠٠	٢٧٫٧٤ ٩	٫٠٠١٢٩٩	٫٠٣٦٠
٧٧١	٥٩٤٤٤١	٢٧٫٧٦ ٩	٫٠٠١٢٩٧	٫٠٣٦٠
٧٧٢	٥٩٥٩٨٤	٢٧٫٧٨٤٩	٫٠٠١٢٩٥	٫٠٣٦٠
٧٧٣	٥٩٧٥٢٩	٢٧٫٨٠٢٩	٫٠٠١٢٩٤	٫٠٣٦٠
٧٧٤	٥٩٩٠٧٦	٢٧٫٨٢٠٩	٫٠٠١٢٩٢	٫٠٣٥٩
٧٧٥	٦٠٠٦٢٥	٢٧٫٨٣٨٨	٫٠٠١٢٩٠	٫٠٣٥٩

ن	ن٢	√ن	١/ن	١/√ن
٧٧٦	٦٠٢١٧٦	٢٧٫٨٥٦٨	٫٠٠١٢٨٩	٫٠٣٥٩
٧٧٧	٦٠٣٧٢٩	٢٧٫٨٧٤٧	٫٠٠١٢٨٧	٫٠٣٥٩
٧٧٨	٦٠٥٢٨٤	٢٧٫٨٩٢٧	٫٠٠١٢٨٥	٫٠٣٥٩
٧٧٩	٦٠٦٨٤١	٢٧٫٩١٠٦	٫٠٠١٢٨٤	٫٠٣٥٨
٧٨٠	٦٠٨٤٠٠	٢٧٫٩٢٨٥	٫٠٠١٢٨٢	٫٠٣٥٨
٧٨١	٦٠٩٩٦١	٢٧٫٩٤٦٤	٫٠٠١١٨٠	٫٠٣٥٨
٧٨٢	٦١١٥٢٤	٢٧٫٩٦٤٣	٫٠٠١٢٧٩	٫٠٣٥٨
٧٨٣	٦١٣٠٨٩	٢٧٫٩٨٢١	٫٠٠١٢٧٧	٫٠٣٥٧
٧٨٤	٦١٤٦٥٦	٢٨٫٠٠٠٠	٫٠٠١٢٧٦	٫٠٣٥٧
٧٨٥	٦١٦٢٢٥	٢٨٫٠١٧٩	٫٠٠١٢٧٤	٫٠٣٥٧
٧٨٦	٦١٧٧٩٦	٢٨٫٠٣٥٧	٫٠٠١٢٧٢	٫٠٣٥٧
٧٨٧	٦١٩٣٦٩	٢٨٫٠٥٣٥	٫٠٠١٢٧١	٫٠٣٥٦
٧٨٨	٦٢٠٩٤٤	٢٨٫٠٧١٣	٫٠٠١٢٦٩	٫٠٣٥٦
٧٨٩	٦٢٢٥٢١	٢٨٫٠٨٩١	٫٠٠١٢٦٧	٫٠٣٥٦
٧٩٠	٦٢٤١٠٠	٢٨٫١٠٦٩	٫٠٠١٢٦٦	٫٠٣٥٦
٧٩١	٦٢٥٦٨١	٢٨٫١٢٤٧	٫٠٠١٢٦٤	٫٠٣٥٦
٧٩٢	٦٢٧٢٦٤	٢٨٫١٤٢٥	٫٠٠١٢٦٣	٫٠٣٥٥
٧٩٣	٦٢٨٨٤٩	٢٨٫١٦٠٣	٫٠٠١٢٦١	٫٠٣٥٥
٧٩٤	٦٣٠٤٣٦	٢٨٫١٧٨٠	٫٠٠١٢٥٩	٫٠٣٥٥
٧٩٥	٦٣٢٠٢٥	١٨٫١٩٥٧	٫٠٠١٢٥٨	٫٠٣٥٥
٧٩٦	٦٣٣٦١٦	٢٨٫ ١٣٥	٫٠٠١٢٥٦	٫٠٣٥٤
٧٩٧	٦٣٥٢٠٩	٢٨٫٢٣١٢	٫٠٠١٢٥٥	٫٠٣٥٤
٧٩٨	٦٣٦٨٠٤	٢٨٫٢٤٨٩	٫٠٠١٢٥٣	٫٠٣٥٤
٧٩٩	٦٣٨٤٠١	٢٨٫٢٦٦٦	٫٠٠١٢٥٢	٫٠٣٥٤
٨٠٠	٦٤٠٠٠٠	٢٨٫٢٨٤٣	٫٠٠١٢٥٠	٫٠٣٥٤

♦. مطالعة ممتعة / محمد عموش .

ت جدول رقم (٧٨)

ن	ن٢	√ن	١/ن	١/√ن
٨٠١	٦٤١٦٠١	٢٨ر٣٠١٩	ر٠٠١٢٤٨	ر٠٣٥٣
٨٠٢	٦٤٣٢٠٤	٢٨ر٣١٩٦	ر٠٠١٢٤٧	ر٠٣٥٣
٨٠٣	٦٤٤٨٠٩	٢٨ر٣٣٧٣	ر٠٠١٢٤٥	ر٠٣٥٣
٨٠٤	٦٤٦٤١٦	٢٨ر٣٥٤٩	ر٠٠١٢٤٤	ر٠٣٥٣
٨٠٥	٦٤٨٠٢٥	٢٨ر٣٧٢٥	ر٠٠١٢٤٢	ر٠٣٥٢
٨٠٦	٦٤٩٦٣٦	٢٨ر٣٩٠١	ر٠٠١٢٤١	ر٠٣٥٢
٨٠٧	٦٥١٢٤٩	٢٨ر٤٠٧٧	ر٠٠١٢٣٩	ر٠٣٥٢
٨٠٨	٦٥٢٨٦٤	٢٨ر٤٢٥٣	ر٠٠١٢٤٨	ر٠٣٥٢
٨٠٩	٦٥٤٤٨١	٢٨ر٤٤٢٩	ر٠٠١٢٣٦	ر٠٣٥٢
٨١٠	٦٥٦١٠٠	٢٨ر٤٦٠٥	ر٠٠١٢٣٥	ر٠٣٥١
٨١١	٦٥٧٧٢١	٢٨ر٤٧٨١	ر٠٠١٢٣٣	ر٠٣٥١
٨١٢	٦٥٩٣٤٤	٢٨ر٤٩٥٦	ر٠٠١٢٣٢	ر٠٣٥١
٨١٣	٦٥٩٣٤٤	٢٨ر٤٩٥٦	ر٠٠١٢٣٢	ر٠٣٥١
٨١٤	٦٦٢٥٩٦	٢٨ر٥٣٠٧	ر٠٠١٢٢٩	ر٠٣٥٠
٨١٥	٦٦٤٢٢٥	٢٨ر٥٤٨٢	ر٠٠١٢٢٧	ر٠٣٥٠
٨١٦	٦٦٥٨٥٦	٢٨ر٥٦٥٧	ر٠٠٢٢٢٥	ر٠٣٥٠
٨١٧	٦٦٧٤٨٩	٢٨ر٥٨٣٢	ر٠٠١٢٢٤	ر٠٣٥٠
٨١٨	٦٦٩١٢٤	٢٨ر٦٠٠٧	ر٠٠١٢٢٢	ر٠٣٥٠
٨١٩	٦٧٠٧٦١	٢٨ر٦١٨٢	ر٠٠١٢٢١	ر٠٣٤٩
٨٢٠	٦٧٢٤٠٠	٢٨ر٦٣٥٦	ر٠٠١٢٢٠	ر٠٣٤٩
٨٢١	٦٧٤٠٤١	٢٨ر٦٥٣١	ر٠٠١٢١٨	ر٠٣٤٩
٨٢٢	٦٧٥٦٨٤	٢٨ر٦٧٠٥	ر٠٠١٢١٧	ر٠٣٤٩
٨٢٣	٦٧٧٣٢٩	٢٨ر٦٨٨٠	ر٠٠١٢١٥	ر٠٣٤٩
٨٢٤	٦٧٨٩٧٦	٢٨ر٧٠٥٤	ر٠٠١٢١٤	ر٠٣٤٨
٨٢٥	٦٨٠٦٢٥	٢٨ر٧٢٢٨	ر٠٠١٢١٢	ر٠٣٤٨
٨٢٦	٦٨٢٢٧٦	٢٨ر٧٤٠٢	ر٠٠١٢١١	ر٠٣٤٨
٨٢٧	٦٨٣٩٢٩	٢٨ر٧٥٧٦	ر٠٠١٢٠٩	ر٠٣٤٨
٨٢٨	٦٨٥٥٨٤	٢٨ر٧٧٥٠	ر٠٠١٢٠٨	ر٠٣٤٨
٨٢٩	٦٨٧٢٤١	٢٨ر٧٩٢٤	ر٠٠١٢٠٦	ر٠٣٤٧
٨٣٠	٦٨٨٩٠٠	٢٨ر٨٠٩٧	ر٠٠١٢٠٥	ر٠٣٤٧
٨٣١	٦٩٠٥٦١	٢٨ر٨٢٧١	ر٠٠١٢٠٣	ر٠٣٤٧
٨٣٢	٦٩٢٢٢٤	٢٨ر٨٤٤٤	ر٠٠١٢٠٢	ر٠٣٤٧
٨٣٣	٦٩٣٨٨٩	٢٨ر٨٦٧١	ر٠٠١٢٠٠	ر٠٣٤٦
٨٣٤	٦٩٥٥٥٦	٢٨ر٨٧٩١	ر٠٠١١٩٩	ر٠٣٤٦
٨٣٥	٦٩٧٢٢٥	٢٨ر٨٩٦٤	ر٠٠١١٩٨	ر٠٣٤٦
٨٣٦	٦٩٨٨٩٦	٢٨ر٩١٣٧	ر٠٠١١٩٦	ر٠٣٤٦
٨٣٧	٧٠٠٥٦٩	٢٨ر٩٣١٠	ر٠٠١١٩٥	ر٠٣٤٦
٨٣٨	٧٠٢٢٤٤	٢٨ر٩٤٨٢	ر٠٠١١٩٣	ر٠٣٤٥
٨٣٩	٧٠٣٩٢١	٢٨ر٩٦٥٥	ر٠٠١١٩٢	ر٠٣٤٥
٨٤٠	٧٠٥٦٠٠	٢٨ر٩٨٢٨	ر٠٠١١٩٠	ر٠٣٤٥
٨٤١	٧٠٧٢٨١	٢٩ر٠٠٠٠	ر٠٠١١٨٩	ر٠٣٤٥
٨٤٢	٧٠٨٩٦٤	٢٩ر٠١٧٢	ر٠٠١١٨٨	ر٠٣٤٥
٨٤٣	٧١٠٦٤٩	٢٩ر٠٣٤٥	ر٠٠١١٨٦	ر٠٣٤٤
٨٤٤	٧١٢٣٣٦	٢٩ر٠٥٠٧	ر٠٠١١٨٥	ر٠٣٤٤
٨٤٥	٧١٤٠٢٥	٢٩ر٠٦٨٩	ر٠٠١١٨٣	ر٠٣٤٤
٨٤٦	٧١٥٧١٦	٢٩ر٠٨٦١	ر٠٠١١٨٢	ر٠٣٤٤
٨٤٧	٧١٧٤٠٩	٢٩ر١٠٣٣	ر٠٠١١٨١	ر٠٣٤٤
٨٤٨	٧١٩١٠٤	٢٩ر١٢٠٤	ر٠٠١١٧٩	ر٠٣٤٣
٨٤٩	٧٢٠٨٠١	٢٩ر١٣٧٦	ر٠٠١١٧٨	ر٠٣٤٣
٨٥٠	٧٢٢٥٠٠	٢٩ر١٥٤٨	ر٠٠١١٧٦	ر٠٣٤٣

• مطالعة ممتعة / محمد عموش .

ت. جدول رقم (٧٨)

ن	ن٢	√ن	١/ن	١/√ن	ن	ن٢	√ن	١/ن	١/√ن
٨٥١	٧٢٤٢٠١	٢٩٫١٧١٩	٫٠٠١١٧٥	٫٠٣٤٣	٨٧٦	٧٦٧٣٧٦	٢٩٫٥٩٧٣	٫٠٠١١٤٢	٫٠٣٣٨
٨٥٢	٧٢٥٩٠٤	٢٩٫١٨٩٠	٫٠٠١١٧٤	٫٠٣٤٣	٨٧٧	٧٦٩١٢٩	٢٩٫٦١٤٢	٫٠٠١١٤٠	٫٠٣٣٨
٨٥٣	٧٢٧٦٠٩	٢٩٫٢٠٦٢	٫٠٠١١٧٢	٫٠٣٤٢	٨٧٨	٧٧٠٨٨٤	٢٩٫٦٣١١	٫٠٠١١٣٩	٫٠٣٣٧
٨٥٤	٧٢٩٣١٦	٢٩٫٢٢٣٣	٫٠٠١١٧١	٫٠٣٤٢	٨٧٩	٧٧٢٦٤١	٢٩٫٦٤٧٩	٫٠٠١١٣٨	٫٠٣٣٧
٨٥٥	٧٣١٠٢٥	٢٩٫٢٤٠٤	٫٠٠١١٧٠	٫٠٣٤٢	٨٨٠	٧٧٤٤٠٠	٢٩٫٦٦٤٨	٫٠٠١١٣٦	٫٠٣٣٧
٨٥٦	٧٣٢٧٣٦	٢٩٫٢٥٧٥	٫٠٠١١٦٨	٫٠٣٤٢	٨٨١	٧٧٦١٦١	٢٩٫٦٨١٦	٫٠٠١١٣٥	٫٠٣٣٧
٨٥٧	٧٣٤٤٤٩	٢٩٫٢٧٤٦	٫٠٠١١٦٧	٫٠٣٤٢	٨٨٢	٧٧٧٩٢٤	٢٩٫٦٩٨٥	٫٠٠١١٣٤	٫٠٣٣٧
٨٥٨	٧٣٦١٦٤	٢٩٫٢٩١٦	٫٠٠١١٦٦	٫٠٣٤١	٨٨٣	٧٧٩٦٨٩	٢٩٫٧١٥٣	٫٠٠١١٣٣	٫٠٣٣٧
٨٥٩	٧٣٧٨٨١	٢٩٫٣٠٨٧	٫٠٠١١٦٤	٫٠٣٤١	٨٨٤	٧٨١٤٥٦	٢٩٫٧٣٢١	٫٠٠١١٣١	٫٠٣٣٦
٨٦٠	٧٣٩٦٠٠	٢٩٫٣٢٥٨	٫٠٠١١٦٣	٫٠٣٤١	٨٨٥	٧٨٣٢٢٥	٢٩٫٧٤٨٩	٫٠٠١١٣٠	٫٠٣٣٦
٨٦١	٧٤١٣٢١	٢٩٫٣٤٢٨	٫٠٠١١٦١	٫٠٣٤١	٨٨٦	٧٨٤٩٩٦	٢٩٫٧٦٥٨	٫٠٠١١٢٩	٫٠٣٣٦
٨٦٢	٧٤٣٠٤٤	٢٩٫٣٥٩٨	٫٠٠١١٦٠	٫٠٣٤١	٨٨٧	٧٨٦٧٦٩	٢٩٫٧٨٢٥	٫٠٠١١٢٧	٫٠٣٣٦
٨٦٣	٧٤٤٧٦٩	٢٩٫٣٧٦٩	٫٠٠١١٥٩	٫٠٣٤٠	٨٨٨	٧٨٨٥٤٤	٢٩٫٧٩٩٣	٫٠٠١١٢٦	٫٠٣٣٦
٨٦٤	٧٤٦٤٩٦	٢٩٫٣٩٣٩	٫٠٠١١٥٧	٫٠٣٤٠	٨٨٩	٧٩٠٣٢١	٢٩٫٨١٦١	٫٠٠١١٢٥	٫٠٣٣٥
٨٦٥	٧٤٨٢٢٥	٢٩٫٤١٠٩	٫٠٠١١٥٦	٫٠٣٤٠	٨٩٠	٧٩٢١٠٠	٢٩٫٨٣٢٩	٫٠٠١١٢٤	٫٠٣٣٥
٨٦٦	٧٤٩٩٥٦	٢٩٫٤٢٧٩	٫٠٠١١٥٥	٫٠٣٤٠	٨٩١	٧٩٣٨٨١	٢٩٫٨٤٩٦	٫٠٠١١٢٢	٫٠٣٣٥
٨٦٧	٧٥١٦٨٩	٢٩٫٤٤٤٩	٫٠٠١١٥٣	٫٠٣٤٠	٨٩٢	٧٩٥٦٦٤	٢٩٫٨٦٦٤	٫٠٠١١٢١	٫٠٣٣٥
٨٦٨	٧٥٣٤٢٤	٢٩٫٤٦١٨	٫٠٠١١٥٢	٫٠٣٣٩	٨٩٣	٧٩٧٤٤٩	٢٩٫٨٨٣١	٫٠٠١١٢٠	٫٠٣٣٥
٨٦٩	٧٥٥١٦١	٢٩٫٤٧٨٨	٫٠٠١١٥١	٫٠٣٣٩	٨٩٤	٧٩٩٢٣٦	٢٩٫٨٩٩٨	٫٠٠١١١٩	٫٠٣٣٤
٨٧٠	٧٥٦٩٠٠	٢٩٫٤٩٥٨	٫٠٠١١٤٩	٫٠٣٣٩	٨٩٥	٨٠١٠٢٥	٢٩٫٩١٦٦	٫٠٠١١١٧	٫٠٣٣٤
٨٧١	٧٥٨٦٤١	٢٩٫٥١٢٧	٫٠٠١١٤٨	٫٠٣٣٩	٨٩٦	٨٠٢٨١٦	٢٩٫٩٣٣٣	٫٠٠١١١٦	٫٠٣٣٤
٨٧٢	٧٦٠٣٨٤	٢٩٫٥٢٩٦	٫٠٠١١٤٧	٫٠٣٣٩	٨٩٧	٨٠٤٦٠٩	٢٩٫٩٥٠٠	٫٠٠١١١٥	٫٠٣٣٤
٨٧٣	٧٦٢١٢٩	٢٩٫٥٤٦٦	٫٠٠١١٤٥	٫٠٣٣٨	٨٩٨	٨٠٦٤٠٤	٢٩٫٩٦٦٦	٫٠٠١١١٤	٫٠٣٣٤
٨٧٤	٧٦٣٨٧٦	٢٩٫٥٦٣٥	٫٠٠١١٤٤	٫٠٣٣٨	٨٩٩	٨٠٨٢٠١	٢٩٫٩٨٣٣	٫٠٠١١١٢	٫٠٣٣٤
٨٧٥	٧٦٥٦٢٥	٢٩٫٥٨٠٤	٫٠٠١١٤٣	٫٠٣٣٨	٩٠٠	٨١٠٠٠٠	٣٠٫٠٠٠٠	٫٠٠١١١١	٫٠٣٣٣

♦. مطالعة ممتعة / محمد عموش .

ت. جدول رقم (٧٨)

ن	ن٢	√ن	١/ن	١/√ن	ن	ن٢	√ن	١/ن	١/√ن
٩٠١	٨١١٨٠١	٣٠ر٠١٦٧	ر٠٠١١١٠	ر٠٣٣٣	٩٢٦	٨٥٧٤٧٦	٣٠ر٤٣٠٢	ر٠٠١٠٨٠	ر٠٣٢٩
٩٠٢	٨١٣٦٠٤	٣٠ر٠٣٣٣	ر٠٠١١٠٩	ر٠٣٣٣	٩٢٧	٨٥٩٣٢٩	٣٠ر٤٤٦٧	ر٠٠١٠٧٩	ر٠٢٣٨
٩٠٣	٨١٥٤٠٩	٣٠ر٠٥٠٠	ر٠٠١١٠٧	ر٠٣٣٣	٩٢٨	٨٦١١٨٤	٣٠ر٤٦٣١	ر٠٠١٠٧٨	ر٠٣٢٨
٩٠٤	٨١٧٢١٦	٣٠ر٠٦٦٦	ر٠٠١١٠٦	ر٠٣٣٣	٩٢٩	٨٦٣٠٤١	٣٠ر٤٧٩٥	ر٠٠١٠٧٦	ر٠٣٢٨
٩٠٥	٨١٩٠٢٥	٣٠ر٠٨٣٢	ر٠٠١١٠٥	ر٠٣٣٢	٩٣٠	٨٦٤٩٠٠	٣٠ر٤٩٥٩	ر٠٠١٠٧٥	ر٠٣٢٨
٩٠٦	٨٢٠٨٣٦	٣٠ر٠٩٩٨	ر٠٠١١٠٤	ر٠٣٣٢	٩٣١	٨٦٦٧٦١	٣٠ر٥١٢٣	ر٠٠١٠٧٤	ر٠٣٢٨
٩٠٧	٨٢٢٦٤٩	٣٠ر١١٦٤	ر٠٠١١٠٣	ر٠٣٣٢	٩٣٢	٨٦٨٦٢٤	٣٠ر٥٢٨٧	ر٠٠١٠٧٣	ر٠٣٢٨
٩٠٨	٨٢٤٤٦٤	٣٠ر١٣٣٠	ر٠٠١١٠١	ر٠٣٣٢	٩٣٣	٨٧٠٤٨٩	٣٠ر٥٤٥٠	ر٠٠١٠٧٢	ر٠٣٢٧
٩٠٩	٨٢٦٢٨١	٣٠ر١٤٩٦	ر٠٠١١٠٠	ر٠٣٣٢	٩٣٤	٨٧٢٣٥٦	٣٠ر٥٦١٤	ر٠٠١٠٧١	ر٠٣٢٧
٩١٠	٨٢٨١٠٠	٣٠ر١٦٦٢	ر٠٠١٠٩٩	ر٠٣٣١	٩٣٥	٨٧٤٢٢٥	٣٠ر٥٧٧٨	ر٠٠١٠٧٠	ر٠٣٢٧
٩١١	٨٢٩٩٢١	٣٠ر١٨٢٨	ر٠٠١٠٩٨	ر٠٣٣١	٩٣٦	٨٧٦٠٩٦	٣٠ر٥٩٤١	ر٠٠١٠٦٨	ر٠٣٢٧
٩١٢	٨٣١٧٤٤	٣٠ر١٩٩٣	ر٠٠١٠٩٦	ر٠٣٣١	٩٣٧	٨٧٧٩٦٩	٣٠ر٦١٠٥	ر٠٠١٠٦٧	ر٠٣٢٧
٩١٣	٨٣٣٥٦٩	٣٠ر٢١٥٩	ر٠٠١٠٩٥	ر٠٣٣١	٩٣٨	٨٧٩٨٤٤	٣٠ر٦٢٦٨	ر٠٠١٠٦٦	ر٠٣٢٧
٩١٤	٨٣٥٣٩٦	٣٠ر٢٣٢٤	ر٠٠١٠٩٤	ر٠٣٣١	٩٣٩	٨٨١٧٢١	٣٠ر٦٤٣١	ر٠٠١٠٦٥	ر٠٣٢٦
٩١٥	٨٣٧٢٢٥	٣٠ر٢٤٩٠	ر٠٠١٠٩٣	ر٠٣٣١	٩٤٠	٨٨٣٦٠٠	٣٠ر٦٥٩٤	ر٠٠١٠٦٤	ر٠٣٢٦
٩١٦	٨٣٩٠٥٦	٣٠ر٢٦٥٥	ر٠٠١٠٩٢	ر٠٣٣٠	٩٤١	٨٨٥٤٨١	٣٠ر٦٧٥٧	ر٠٠١٠٦٣	ر٠٣٢٦
٩١٧	٨٤٠٨٨٩	٣٠ر٢٨٢٠	ر٠٠١٠٩١	ر٠٣٣٠	٩٤٢	٨٨٧٣٦٤	٣٠ر٦٩٢٠	ر٠٠١٠٦٢	ر٠٣٢٦
٩١٨	٨٤٢٧٢٤	٣٠ر٢٩٨٥	ر٠٠١٠٨٩	ر٠٣٣٠	٩٤٣	٨٨٩٢٤٩	٣٠ر٧٠٨٣	ر٠٠١٠٦٠	ر٠٣٢٦
٩١٩	٨٤٤٥٦١	٣٠ر٣١٥٠	ر٠٠١٠٨٨	ر٠٣٣٠	٩٤٤	٨٩١١٣٦	٣٠ر٧٢٤٦	ر٠٠١٠٥٩	ر٠٣٢٥
٩٢٠	٨٤٦٤٠٠	٣٠ر٣٣١٥	ر٠٠١٠٨٧	ر٠٣٣٠	٩٤٥	٨٩٣٠٢٥	٣٠ر٧٤٠٩	ر٠٠١٠٥٨	ر٠٣٢٥
٩٢١	٨٤٨٢٤١	٣٠ر٣٤٨٠	ر٠٠١٠٨٦	ر٠٣٣٠	٩٤٦	٨٩٤٩١٦	٣٠ر٧٥٧١	ر٠٠١٠٥٧	ر٠٣٢٥
٩٢٢	٨٥٠٠٨٤	٣٠ر٣٦٤٥	ر٠٠١٠٨٥	ر٠٣٢٩	٩٤٧	٨٩٦٨٠٩	٣٠ر٧٧٣٤	ر٠٠١٠٥٦	ر٠٣٢٥
٩٢٣	٨٥١٩٢٩	٣٠ر٣٨٠٩	ر٠٠١٠٨٣	ر٠٣٢٩	٩٤٨	٨٩٨٧٠٤	٣٠ر٧٨٩٦	ر٠٠١٠٥٥	ر٠٣٢٥
٩٢٤	٨٥٣٧٧٦	٣٠ر٣٩٧٤	ر٠٠١٠٨	ر٠٣٢٩	٩٤٩	٩٠٠٦٠١	٣٠ر٨٠٥٨	ر٠٠١٠٥٤	ر٠٣٢٥
٩٢٥	٨٥٥٦٢٥	٣٠ر٤١٣٨	ر٠٠١٠٨١	ر٠٣٢٩	٩٥٠	٩٠٢٥٠٠	٣٠ر٨٢٢١	ر٠٠١٠٥٣	ر٠٣٢٤

♦. مطالعة ممتعة / محمد عموش .

ن . جدول رقم (٧٨)

ن	ن٢	√ن	١/ن	١/√ن
٩٥١	٩٠٤٤٠١	٣٠ر٨٣٨٣	ر٠٠١٠٥٢	ر٠٣٢٤
٩٥٢	٩٠٦٣٠٤	٣٠ر٨٥٤٥	ر٠٠١٠٥٠	ر٠٣٢٤
٩٥٣	٩٠٨٢٠٩	٣٠ر٨٧٠٧	ر٠٠١٠٤٩	ر٠٣٢٤
٩٥٤	٩١٠١١٦	٣٠ر٨٨٦٩	ر٠٠١٠٤٨	ر٠٣٢٤
٩٥٥	٩١٢٠٢٥	٣٠ر٩٠٣١	ر٠٠١٠٤٧	ر٠٣٢٤
٩٥٦	٩١٣١٣٦	٣٠ر٩١٩٢	ر٠٠١٠٤٦	ر٠٣٢٣
٩٥٧	٩١٥٨٤٩	٣٠ر٩٣٥٤	ر٠٠١٠٤٥	ر٠٣٢٣
٩٥٨	٩١٧٧٦٤	٣٠ر٩٥١٦	ر٠٠١٠٤٤	ر٠٣٢٣
٩٥٩	٩١٩٦٨١	٣٠ر٩٦٧٧	ر٠٠١٠٤٣	ر٠٣٢٣
٩٦٠	٩٢١٦٠٠	٣٠ر٩٨٣٩	ر٠٠١٠٤٢	ر٠٣٢٣٠
٩٦١	٩٢٣٥٢١	٣١ر٠٠٠٠	ر٠٠١٠٤١	ر٠٣٢٣
٩٦٢	٩٢٥٤٤٤	٣١ر٠١٦١	ر٠٠١٠٤٠	ر٠٣٢٢
٩٦٣	٩٢٧١٦٩	٣١ر٠٣٢٢	ر٠٠١٠٣٨	ر٠٣٢٢
٩٦٤	٩٢٩٢٩٦	٣١ر٠٤٨٣	ر٠٠١٠٣٧	ر٠٣٢٢
٩٦٥	٩٣١٢٢٥	٣١ر٠٦٤٤	ر٠٠١٠٣٦	ر٠٣٢٢
٩٦٦	٩٣٣١٥٦	٣١ر٠٨٠٥	ر٠٠١٠٣٥	ر٠٣٢٢
٩٦٧	٩٣٥٠٨٩	٣١ر٠٩٦٦	ر٠٠١٠٣٤	ر٠٣٢٢
٩٦٨	٩٣٧٠٢٤	٣١ر١١٢٧	ر٠٠١٠٣٣	ر٠٣٢١
٩٦٩	٩٣٨٩٦١	٣١ر١٢٨٨	ر٠٠١٠٣٢	ر٠٣٢١
٩٧٠	٩٤٠٩٠٠	٣١ر١٤٤٨	ر٠٠١٠٣١	ر٠٣٢١
٩٧١	٩٤٢٨٤١	٣١ر١٦٠٩	ر٠٠١٠٣٠	ر٠٣٢١
٩٧٢	٩٤٤٧٨٤	٣١ر١٧٦٩	ر٠٠١٠٢٩	ر٠٣٢١
٩٧٣	٩٤٦٧٢٩	٣١ر١٩٢٩	ر٠٠١٠٢٨	ر٠٣٢١
٩٧٤	٩٤٨٦٧٦	٣١ر٢٠٩٠	ر٠٠١٠٢٧	ر٠٣٢٠
٩٧٥	٩٥٠٦٢٥	٣١ر٢٢٥٠	ر٠٠١٠٢٦	ر٠٣٢٠

ن	ن٢	√ن	١/ن	١/√ن
٩٧٦	٩٥٢٥٧٦	٣١ر٢٤١٠	ر٠٠١٠٢٥	ر٠٣٢٠
٩٧٧	٩٥٤٥٢٩	٣١ر٢٥٧٠	ر٠٠١٠٢٤	ر٠٣٢٠
٩٧٨	٩٥٦٤٨٤	٣١ر٢٧٣٠	ر٠٠١٠٢٢	ر٠٣٢٠
٩٧٩	٩٥٨٤٤١	٣١ر٢٨٩٠	ر٠٠١٠٢١	ر٠٣٢٠
٩٨٠	٩٦٠٤٠٠	٣١ر٣٠٥٠	ر٠٠١٠٢٠	ر٠٣١٩
٩٨١	٩٦٢٣٦١	٣١ر٣٢٠٩	ر٠٠١٠١٩	ر٠٣١٩
٩٨٢	٩٦٤٣٢٤	٣١ر٣٣٦٩	ر٠٠١٠١٨	ر٠٣١٩
٩٨٣	٩٦٦٢٨٩	٣١ر٣٥٢٨	ر٠٠١٠١٧	ر٠٣١٩
٩٨٤	٩٦٨٢٥٦	٣١ر٣٦٨٨	ر٠٠١٠١٦	ر٠٣١٩
٩٨٥	٩٧٠٢٢٥	٣١ر٣٨٤٧	ر٠٠١٠١٥	ر٠٣١٩
٩٨٦	٩٧٢١٦٦	٣١ر٤٠٠٦	ر٠٠١٠١٤	ر٠٣١٨
٩٨٧	٩٧٤١٦٩	٣١ر٤١٦٦	ر٠٠١٠١٣	ر٠٣١٨
٩٨٨	٩٧٦١٤٤	٣١ر٤٣٢٥	ر٠٠١٠١٢	ر٠٣١٨
٩٨٩	٩٧٨١٢١	٣١ر٤٤٨٤	ر٠٠١٠١١	ر٠٣١٨
٩٩٠	٩٨٠١٠٠	٣١ر٤٦٤٣	ر٠٠١٠١٠	ر٠٣١٨
٩٩١	٩٨٢٠٨١	٣١ر٤٨٠٢	ر٠٠١٠٠٩	ر٠٣١٨
٩٩٢	٩٨٤٠٦٤	٣١ر٤٩٦٠	ر٠٠١٠٠٨	ر٠٣١٨
٩٩٣	٩٨٦٠٤٩	٣١ر٥١١٩	ر٠٠١٠٠٧	ر٠٣١٧
٩٩٤	٩٨٨٠٣٦	٣١ر٥٢٧٨	ر٠٠١٠٠٦	ر٠٣١٧
٩٩٥	٩٩٠٠٢٥	٣١ر٥٤٣٦	ر٠٠١٠٠٥	ر٠٣١٧
٩٩٦	٩٩٢٠١٦	٣١ر٥٥٩٥	ر٠٠١٠٠٤	ر٠٣١٧
٩٩٧	٩٩٤٠٠٩	٣١ر٥٧٥٣	ر٠٠١٠٠٣	ر٠٣١٧
٩٩٨	٩٩٦٠٠٤	٣١ر٥٩١١	ر٠٠١٠٠٢	ر٠٣١٧
٩٩٩	٩٩٨٠٠١	٣١ر٦٠٧٠	ر٠٠١٠٠١	ر٠٣١٦
١٠٠٠	١٠٠٠٠٠٠	٣١ر٦٢٢٨	ر٠٠١٠٠٠	ر٠٣١٦

♦. مطالعة ممتعة / محمد عموش .

ثبت المصطلحات

♦. مطالعة ممتعة / محمد عموش .

(A)

تجريد	Abstraction
هندسة تحليلية	Analytical geometry
تحكمى	Arbitrary
زائف او مصطنع	Artificial

(B)

معامل التعلق (فى طريقة تحليل التجمعات)	B - Coeffecient
بينورمامين (اسلوب للتدوير المائل وضعه كايزر وديكمان)	Binormamin
تباين ثنائى (أو تباين مشترك بين متغيرين)	Bivariate

(C)

محك كاتل (لتحديد عدد العوامل)	Cattell criterion
علية	Causality
الطريقة المركزية (لثرستون)	Centroid method
تصنيف	Classification
شديد التشابه (فى المقارنة بين العوامل)	Close similar
تحليل التجمعات	Cluster analysis
معامل التعلق (فى تحليل التجمعات)	Coefficient of belonging
معامل ارتباط	Cofficient of correlation

(*) يتضمن هذا الثبت المصطلحات العاملية او المتصلة مباشرة بالتحليل العاملى فقط ، كما وردت فى الكتاب ، أما بقية المصطلحات المستخدمة فى السياق فقد وضع المقابل الانجليزى لكل مصطلح فى هامش الصفحة التى ورد بها .

• مطالعة ممتعة / محمد عموش .

Coefficient of factor similarity	معامل تشابه بين العوامل
Co - factor	معامل مشترك
Column vector	متجه عمودى
Common factor variance	تباين عامل عام
Common variance	تباين كلى (او تباين مشترك)
Communality	شيوع
Coomb's criterion	محك كومت (لتحديد عدد العوامل)
Correlated	مترابط
Correlation	ارتباط
Cosin	جتا (جيب تمام الزاوية)
Covarimin	كوفاريمن (اسلوب للتدوير المائل وضعه كايزر)
Co - variance	تباين مشترك
Criterion analysis	تحليل المحك (لأيزنك)
Criterion rotation	تدوير المحك (التسمية التى يقترحها كاتل لتحليل المحك (لأيزنك)

(D)

Determenant	محدد
Diagonal cell	خلية قطرية
Diagonal matrix	مصفوفة قطرية
Diagonal method	الطريقة القطرية
Diagonal saturation	تشبع قطرى (فى الطريقة القطرية)

(E)

Eigen value or eigen root	الجذر الكامن
Error variance	تباين الخطأ
Excessive skewed	التواء مفرط

♦. مطالعة ممتعة / محمد عموش .

(F)

Factor analysis	تحليل عاملى
Factorial structure	بناء عاملى

(G)

G - factor	عامل عام (او عامل الذكاء فى نظرية سبيرمان)
Graphic rotation	تديو محاور بالرسم

(H)

h2	هـ٢ : قيـــم الشـــــيوع للمتغير فى المصفوفة العاملية
Hierarchical order	نظام تدرجى
Humphrey's rule	قاعدة همفرى (لتحديد عدد العوامل)
Hyper space	فضاء متعدد الابعاد

(I)

Identical	تطابق
Identity matrix (unit matrix)	مصفوفة الوحدة
Inverse matrix	مصفوفة مقلوبة
Inverted factor analysis	تحليل عاملى معكوس

(L)

Latent root	جذر كامن
Least squares	ادنى مربعات
Loading	تشبع

♦. مطالعة ممتعة / محمد عموش .

(M)

Matrix	مصفوفة
Maximal correlation	اقصى ارتباط
Minimize	خفض
Minor	متمم
Multimodel	متعدد القمم (او متعدد النماذج)
Multiplicity	تعدد

(N)

Null matrix	مصفوفة صفرية

(O)

Oblimin	أوبليمن (اسلوب للتدوير المائل وضعه كارول)
Oblique	مائل
Oblique rotation	تدوير مائل
Obverse analysis (Q - techinque)	تحليل عاملى معكوس
Orthogonal	متعامد

(P)

Parsimony	اقتصاد (فى عدد العوامل)
Phi correlation	معامل ارتباط فاى
Post multiplied matrix	مصفوفة ضاربة
Pre multlplied matrix	مصفوفة مضروبة
Principal componant method	طريقة المكونات الاساسية
Primary factors	العوامل الاولية

♦. مطالعة ممتعة / محمد عموش .

Primary factor pattern	النمط العاملي الاولي
Product moment	معامل ارتبــاط العزوم (معـــامل ارتباط بيرسون)
Product matrix	مصفوفة الناتج
Projection of variables	آســـقاط المتغيرات (على عوامل الدرجات العليا)
Promax	بروماكس (طريقة للتدوير المــائل وضعها هيندركسون ووايت)
P - technique	عوامل الشخص الواحد

(Q)

Q - technique (inverted)	تحليل عاملي معكوس
Quartimax	كواريتماكس (اســـلوب للتدوير المتعامد وضعه كارول)
Quartimin	كوارتيمن (اسلوب للتدوير المــائل وضعه كارول)

(R)

Rank order correlation	معامل ارتباط الرتب (معامل اراتباط سبيرمان)
Raw score	درجة خام
Rectilinear	علاقة مستقيمة
Reliability.	ثبـــات
Reflection	عكس
Reference vector	متجه مرجعي
Residual matrix	مصفوفة بواقي
Rotation of axes	تدوير محاور
Row vector	متجه صفي

♦. مطالعة ممتعة / محمد عموش .

(S)

Saturation	تشبع
Scaler	وحدة قياسية
Scaler matrix	مصفوفة الوحدة
Scree test	اختبار البقايا المبعثرة (لتحديد عدد العوامل)
Similar	متشابه
Simple Structure	بناء بسيط
Simultaneous simple structure	بناء بسيط متزامن
Space	حيز مكانى (أو فضاء)
Specification equation	معادلة تخصيص
Specific variance	تباين نوعى (او تباين خاص)
Standerd score	درجة معيارية
Subjective	ذاتى
Symmetrical matrix	مصفوفة متماثلة
Syndrome	زمله

(T)

Target matrix	مصـــفوفة عـــدف (أو مصـــفوفة مستهدفة)
Tetrad differences	فروق رباعية
Tetrad criterion	محك الفروق الرباعية
Tetrad equation	معادلة الفروق الرباعية
Tetracoric correlation	معامل الارتباط الرباعى
Transformation	تحويل
Transposition	تحويل المصفوفة (تحويل الصفوف لاعمدة والاعمدة لصفوف)
Truncated dispersions	توزيعات ناقصة

. مطالعة ممتعة / محمد عموش .

محك تيكر (لتحديد عدد العوامل)	Tuker's phi
نظرية العاملين (لسبيرمان)	Two factor theory

(U)

عامل نوعى	Unique factor
وحدة	Unit
واحدى البعدى	Univocal

(V)

تباين	Variance
فاريمكس (اسلوب للتدوير المتعامد وضعه كايزر)	Varimax
متجه	Vector
مصفوفة متجه	Vector matrix

♦. مطالعة ممتعة / محمد عموش .